

На правах рукописи

СТЕПАНОВА Евгения Вячеславовна

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТОНКОЙ
СТРУКТУРЫ ВИХРЕВОГО ТЕЧЕНИЯ В ЖИДКОСТИ СО
СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2009

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор
Чашечкин Юлий Дмитриевич

Официальные оппоненты: член-корреспондент РАН
Гущин Валентин Анатольевич

доктор физико-математических наук
Зацепин Андрей Георгиевич

Ведущая организация: Учреждение Российской академии наук
Институт водных проблем РАН

Защита состоится «02» апреля 2009 г. в 15 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д 002.240.01 при Институте проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН по адресу: 119526, г. Москва, проспект Вернадского, д. 101, корп. 1 (ИПМех РАН).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПМех РАН.

Автореферат разослан «02» марта 2009 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
Д 002.240.01 при ИПМех РАН,
кандидат физико-математических наук

Е.Я. Сысоева

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена экспериментальному исследованию составного вихревого течения однородной жидкости в цилиндрическом контейнере, определению параметров поверхностных возмущений и закономерности переноса красителя в толщу и по свободной поверхности жидкости из компактного пятна, образующегося при падении капли.

Актуальность темы. Вихревые течения – один из основных объектов исследований в механике жидкости в силу важности их влияния на все характеристики процессов переноса импульса, энергии и вещества, сопротивление движению тел и подъемную силу. Динамика и структура вихревых течений изучается теоретически и экспериментально на протяжении столетий, однако ряд фундаментальных вопросов все еще остается открытым. Локализованное вихревое течение меняет свойства жидкости, на нем могут развиваться волны поперечного типа, отсутствующие в покоящейся среде. Вихревые течения нестационарны вследствие действия вязкости, формирования течений других типов (следов и волн). Все это еще более усложняет описание вихревых течений. В последние годы большой интерес вызывает проблема переноса в вихревых течениях различных веществ, малые добавки которых могут существенно менять свойства среды, оказывать каталитическое действие или влиять на экологию.

Цель работы. В диссертации приведены результаты экспериментального изучения составного вихря в жидкости со свободной поверхностью в ограниченном цилиндрическом объеме; выявлению управляющих параметров течения и закономерностей его эволюции; исследованию поверхностных возмущений, а также процессов переноса красителя, введенного на свободную поверхность.

В число конкретных задач входят следующие:

- разработка и реализация методики создания стационарного вихревого движения, определение его динамических и структурных особенностей,
- исследование формы и размеров каверны, возникающей на свободной поверхности под действием композиционного вихря в цилиндрическом контейнере,
- изучение переноса примеси композиционным вихрем из локализованной области на поверхности жидкости.

Методы исследований. Экспериментальные исследования проводились в лабораторном бассейне оптическими методами. Полученные фото- и видеоматериалы вводились и обрабатывались на персональном компьютере при помощи специализированного программного обеспечения.

Научная новизна. В работе получены следующие результаты:

- По результатам масштабного анализа уравнений движения сформулированы требования к методике эксперимента, позволяющей регистрировать крупно- и мелкомасштабные элементы вихревого течения, изучать перенос вещества.

- Построена оригинальная экспериментальная установка, позволяющая создавать стационарное вихревое течение, деформирующее свободную поверхность; проводить оптическую регистрацию картины течения, контролируемо вносить примеси и изучать процессы их переноса.
- Исследована геометрия вихревого течения, определены условия формирования различных колебаний свободной поверхности, которая трансформируется из гладкой в возмущенную инерциальными волнами и более мелкими спиральными волнами. Определена зависимость формы каверны, возникающей на поверхности жидкости, от основных параметров процесса.
- Изучен анизотропный перенос краски из компактного пятна на поверхности составного вихря в поверхностные спиральные рукава и цилиндрические области в толще жидкости.

Практическое значение. Полученные результаты вошли в отчеты по проектам, входящим в межсекционные программы ОЭММПУ РАН “Динамика и акустика неоднородных жидкостей, газожидкостных систем и суспензий” 2003 – 2006 гг., “Динамика многокомпонентных и неоднородных жидкостей” 2006 – 2008 г.г., а также по плановым темам ИПМех РАН “Динамика формирования периодических течений и тонких структур неоднородных жидкостей” гос. рег. № 0120.0 806 740 (2008-2010 г.г.), в отчет по контракту с ЦКБ МТ “Рубин” “Разработка требований к испытательному стенду по моделированию структуры трехмерных вихревых движений в гидродинамических насосах” 2003 г и грантам РФФИ.

Достоверность подтверждается воспроизводимостью данных в пределах точности эксперимента; согласием результатов проведенных экспериментов и независимых опытов в диапазонах совпадения параметров; удовлетворительным согласием полученных данных с расчетами по моделям, основанным на фундаментальных уравнениях механики жидкостей.

На защиту выносятся:

- Методика создания и контроля геометрии течения, образованного равномерно вращающимся гладким или ребренным диском в цилиндрическом контейнере, частично заполненном жидкостью.
- Результаты экспериментальных исследований формы свободной поверхности жидкости с составным вихрем в широком диапазоне определяющих параметров задачи.
- Картины визуализации процессов переноса окрашенной жидкости из компактного пятна, образующегося при падении капли на свободную поверхность.

Апробация работы. Основные результаты были представлены в виде докладов на международных конференциях: “Потоки и структуры в жидкостях” (Москва, 2005, Санкт-Петербург, 2007), “Chaotic modeling and simulation” (Греция, 2008), “2-nd International symposium on shallow flows” (Гонконг, 2008); всероссийских конференциях: “Тепломассообмен и гидродинамика в закрученных потоках” (Москва, 2008), “Физические проблемы экологии” (Москва, 2004, 2007), “Ломоносовские чтения” (Москва, 2004, 2006); семинарах

ИПМех РАН.

Публикации. По результатам работы опубликованы две статьи в реферируемых изданиях [1-2], препринт [3], статьи в сборниках трудов научных конференций и тезисы докладов [4-12], одна статья представлена в печать [13].

Личный вклад автора. Лично выполнены экспериментальные исследования, обработка и анализ данных, сравнение с теоретическими результатами.

Структура работы. Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения и списка литературы из 81 наименования. Общий объем диссертации страниц, включая иллюстрации и приложения.

2. КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении содержится краткая информация о современном состоянии исследований вихревых течений в однородной жидкости. Обсуждается постановка задачи, обоснована ее актуальность. Сформулирована цель работы, приведены основные положения, выносимые на защиту, кратко обсуждаются содержание и основные результаты работы.

В первой главе приведен обзор ранее выполненных экспериментальных работ по теме диссертации. Обсуждаются математические модели вихрей, примыкающих к свободной поверхности идеальной жидкости, приводится классификация основных типов волн на поверхности жидкости, анализируется влияние вязкости, обосновываются требования к методике эксперимента.

В качестве модели интенсивного природного вихря, такого, как торнадо или течений в технологических установках, таких как турбины и насосы, используется вихрь, создаваемый равномерно вращающимся диском, помещенным на дне цилиндрического сосуда, заполненного жидкостью, имеющей свободную поверхность. Возникающее спиральное течение вблизи вращающегося диска изучалось и визуализировалось многими исследователями.

Одна из первых теоретических моделей стационарного вихря, примыкающего к поверхности полубесконечной идеальной жидкости, была построена на основе системы гидродинамических уравнений, описывающих движение с конечной завихренностью

$$(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\nabla p$$

$$\nabla\mathbf{v} = 0 ,$$

где \mathbf{v} – скорость, p – нормированное на плотность давление. Граничные условия состоят из условий равенства нулю нормальной компоненты скорости на контактной поверхности и непрерывности давления.

Наиболее широко известно решение этой задачи в виде вихря Рэнкина (течение считается независимым от азимутального угла, радиальная и вертикальная компоненты скорости сразу полагаются равными нулю, дополнительно накладывается условие потенциальности на течение в оболочке вихря). Профиль давления на свободной поверхности для вихря с нулевой спиральностью в идеальной жидкости имеет вид [Кистович, Чашечкин 2000]

$$p = p_0 + gz - \frac{\Omega^2 a^2}{2} \left(\left(2 - \frac{r^2}{a^2} \right) \theta(a-r) + \left(\frac{a^2}{r^2} \right)^2 \theta(r-a) \right)$$

где p и p_0 – давление в жидкости и в атмосфере, g – ускорение силы тяжести, Ω и a – частота и радиус «твердотельно вращающегося» ядра вихря, r , z – радиальная и вертикальная координаты в цилиндрической системе координат, θ – функция Хэвисайда.

В экспериментах наибольшее распространение получили исследования составного вихря в закрытых цилиндрических контейнерах, полностью заполненных жидкостью. Изменяемыми параметрами здесь являются компоненты скорости и давление [Алексеев и др. 2003]. Измерения методически сложные, их точность определяется физическими размерами и чувствительностью датчиков. В то же время свободная поверхность жидкости является естественным индикатором распределения давления в жидкости. Возмущения формы свободной поверхности отражают волновые движения, возникающие в потоке. Эти особенности вихревого течения могут оставаться незамеченными при использовании датчиков давления, т.к. бегущие волновые возмущения не отличимы от флуктуаций давления вихревой природы.

В ряде работ изучаются картины переноса различных примесей в вихревых течениях. В опытах используется подкраска различными растворимыми веществами, электролитическая преципитация, методы индуцированной флюоресценции. Краситель обычно вводится непосредственно в толщу жидкости.

По результатам анализа публикаций была сформулирована цель и конкретные задачи данного экспериментального исследования. В качестве объекта исследований был выбран стационарный вихрь, формируемый равномерно вращающимся диском в цилиндрическом контейнере. В данной работе исследования проводились в жидкости со свободной поверхностью, которая служила естественным индикатором распределения давления в течении и позволяла дозированно вводить примесь в выбранной точке.

Во второй главе обсуждаются существующие модели вихревых и волновых течений, даются уравнения движения с граничными условиями, описываются основные элементы течения – волны, вихри и пограничные слои, – определяющие основные параметры течения.

В общем случае система уравнений, описывающих течение изотермической жидкости с растворенной примесью, включает уравнения неразрывности Даламбера, Навье-Стокса, уравнение переноса вещества и замыкающее систему уравнение состояния среды [Ландау, Лифшиц 2001]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{v} = 0,$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} = -\nabla p / \rho + \nu \Delta \mathbf{v} - \mathbf{F},$$

$$\frac{\partial(\rho S)}{\partial t} = -\operatorname{div}(\rho S \mathbf{v}) - \operatorname{div} \mathbf{i}$$

$$\rho = \rho(S, p).$$

Здесь: \mathbf{v} – скорость, $\boldsymbol{\Omega}$ – вектор угловой скорости вращения среды, p – давление, ρ – полная плотность, \mathbf{F} – массовые силы, S – концентрация примеси, ν – кинематическая вязкость, $\mathbf{i} = -\kappa_S \nabla S$ – плотность диффузионного потока, κ_S – коэффициент диффузии, который будет предполагаться постоянным. Граничными условиями традиционно принимаются условия прилипания и равенства напряжений на контактных поверхностях. Рассматривается течение, индуцированное диском радиуса R , вращающегося с частотой Ω , в слое жидкости глубиной H , находящейся в контейнере радиуса R_0 . Высота контейнера больше глубины слоя жидкости, объем которой остается неизменным при развитии вихревого течения.

Масштабный анализ уравнений и граничных условий позволяет определить критические значения варьируемых параметров задачи (глубины слоя H , радиуса R и частоты вращения Ω диска, радиуса контейнера R_0).

Первый критический масштаб определяется соотношением частот вращения и собственных вертикальных колебаний слоя жидкости в поле силы тяжести и характеризуется частотой $\Omega_H = \sqrt{g/2H}$ основной моды вертикальных колебаний слоя жидкости глубиной H (или частотой осцилляций математического маятника длины $2H$).

Дополнительные частотные масштабы вводятся на основе сравнения инерциальных и энергетических свойств малых жидких элементов. Инерциальное критическое значение частоты вращения $\Omega_I = \sqrt{g/R}$. В рамках энергетического подхода определяется критическая частота $\Omega_E = \sqrt{gH}/R$.

Полученные критические частоты не являются независимыми, поскольку выполняется соотношение $\Omega_I^2 = \Omega_H \Omega_E$, откуда следует, что инерциальная критическая частота всегда принимает промежуточное значение между двумя остальными выделенными частотами. Поскольку $\Omega_H / \Omega_I = \sqrt{R/2H}$, то при $R \gg 2H$ бассейн определяется как мелкий, а при $R \ll 2H$ имеет место случай глубокого бассейна.

В число размерных параметров задачи входят плотность ρ_f и кинематическая вязкость жидкости ν , ускорение свободного падения g , радиус контейнера R_0 , высота слоя жидкости H , радиус R и частота вращения диска Ω . Вихревое течение жидкости характеризуется локальной частотой ω .

Течение в контейнере характеризуется набором макро- и микромасштабов динамической природы. Определяющими служат инерциальные масштабы, задаваемые отношением ускорения свободного падения к угловой скорости вращения диска – $\Delta_\Omega = g/\Omega^2$ и частиц жидкости – $\Delta_\omega = g/\omega^2$ и

микромасштабы, характеризующие толщины сингулярно возмущенных компонент (пограничных слоев Стокса) на диске – $\delta_{\Omega} = \sqrt{\nu/\Omega}$ и других контактных поверхностях – $\delta_{\omega} = \sqrt{\nu/\omega}$.

Геометрию контейнера и индуктора движения характеризуют отношения масштабов $\xi_H = H/R$ и $\xi_0 = R_0/R$. Степень выраженности гравитационного и центробежных ускорений, обусловленных вращением диска, а также самой жидкости, характеризуют отношения геометрических и динамических масштабов: $R_d = \Delta_{\Omega}/R = g/R\Omega^2$ и $R_w = \Delta_{\omega}/H = g/H\omega^2$.

Большое число характерных масштабов задачи говорит о сложной структуре течения, включающей крупномасштабные регулярные компоненты и мелкомасштабные сингулярно-возмущенные компоненты. Полная классификация компонент периодических течений в стратифицированных и вращающихся жидкостях дана в [Кистович, Чашечкин 2007]. Из аналогии моделей течений стратифицированных и вращающихся жидкостей следует существование мелкомасштабных компонент, влияющих на перенос вещества в вихре.

Из оценки геометрии свободной поверхности вращающейся жидкости в цилиндрическом контейнере, вовлеченной в вихревое и волновое движение, следует, что стационарная форма поверхности жидкости с учетом влияния капиллярных эффектов, характеризуемых коэффициентом поверхностного натяжения α , задается выражением

$\zeta = b(1 - \kappa f(r))$, где

$$\kappa = \frac{(R/\rho_*)^2}{3/2 + \ln(R/\rho_*)^2 + \frac{2\tilde{\rho}^2}{\lambda^2 \rho_*^4} \left(\frac{\lambda \tilde{\rho} I_0(\lambda \tilde{\rho})}{I_1(\lambda \tilde{\rho})} - \frac{\lambda^2 \tilde{\rho}^2}{4} - 2 \right)},$$

$$f(r) = \left[\frac{2\tilde{\rho}}{\lambda \rho_*^2 I_1(\lambda \tilde{\rho})} (I_0(\lambda \tilde{\rho}) - I_0(\lambda r)) + \frac{r^2 - \tilde{\rho}^2}{\rho_*^2} \right] \mathfrak{S}(\tilde{\rho} - r) +$$

$$+ \left(2 - \frac{r^2}{\rho_*^2} \right) \mathfrak{S}(\rho_* - r) + \frac{\rho_*^2}{r^2} \mathfrak{S}(r - \rho_*)$$

в то время как $\lambda^2 = g/\alpha$, $I_n(x)$ – модифицированная функция Бесселя, ρ_* и $\tilde{\rho}$ – эмпирические параметры, b – свободный параметр, определяющий интенсивность течения.

Из проведенного анализа следует, что течение, индуцированное вращающимся диском в цилиндрическом контейнере, включает как крупномасштабные, так и мелкомасштабные компоненты. Для их уверенной регистрации необходимо поддерживать установившийся режим течения.

Визуализация картины течения должна проводиться полевыми методами, позволяющими регистрировать картину течения в целом и обладающими достаточно высоким пространственным и временным разрешением,

необходимым для регистрации всех компонент течения: собственно вихря, волн различной амплитуды и длины, пограничных слоев. В представленной задаче типичными пространственными микромасштабами являются толщины погранслоя на диске δ_Ω , боковой или свободной поверхности жидкости δ_ω ($\Omega \gg \omega$).

В третьей главе приводится краткий обзор экспериментальных исследований течений в цилиндрической геометрии, дано описание экспериментального стенда и методики обработки результатов.

В замкнутой цилиндрической камере, где вихрь генерируется вращением одного из оснований цилиндра, течение жидкости охватывает всю цилиндрическую полость. В некоторых диапазонах параметров течения на оси цилиндрической камеры возникает и развивается компактный вихрь (“вихревой пузырь” [Escudier 1984]) – небольшое в сравнении с размерами камеры вихревое образование, вращение в котором происходит в направлении, противоположном основному движению жидкости.

Условия перестройки картины течения, создаваемого вращающейся центральной частью дна в широком цилиндрическом контейнере, частично заполненном жидкостью, при сравнительно малых частотах вращения диска, появления возвратного течения у боковой стенки определены в [Spohn, Mory, Hopfinger 1993] и подтверждены численным моделированием [Piva, Meiburg 2005]. Пассивный краситель, введенный внутрь жидкости, накапливается в области возвратного течения.

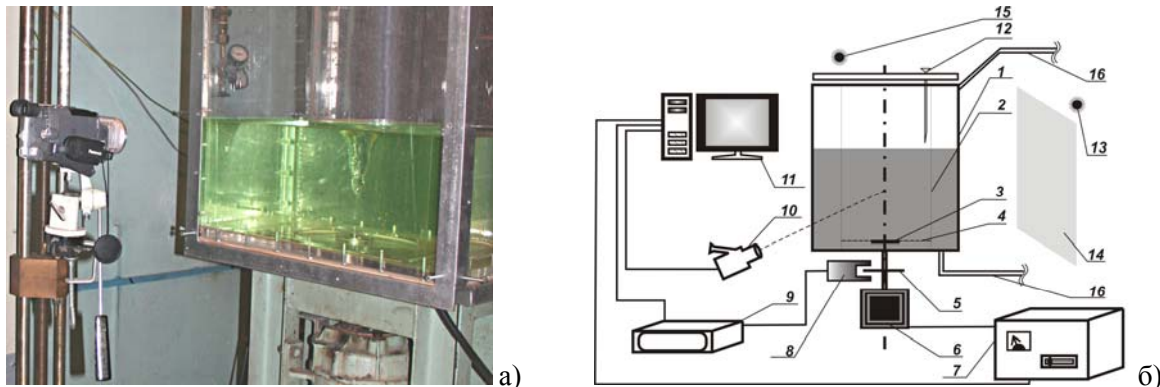


Рис. 1. Общий вид (а) и схема (б) экспериментальной установки.

Опыты выполнены в экспериментальной установке, общий вид и схема которой приведены на рис. 1. Рабочая жидкость помещается в прямоугольном бассейне размерами $636 \times 446 \times 700$ мм, стенки которого изготовлены из прозрачного полиметилметакрилата 1. Внутри бассейна вставлена цилиндрическая обечайка 2, внутренним диаметром 29.4 см. В центре обечайки находится ось, на которую насаживается рабочий диск 3 толщиной 2 мм различного диаметра или модель другой формы. В ряде опытов на уровне верхней кромки устанавливается фальш-дно 4. Под бассейном на оси вращения располагается диск-маска 5 измерителя угловой скорости. Диск приводится во вращение электромотором 6, работа которого управляется блоком 7. Частота его

вращения может изменяться плавно в диапазоне от 200 до 2500 об/мин и регистрируется оптическим датчиком 8 и блоком преобразования сигнала 9. Картина течения регистрируется с помощью фото- или видеоаппаратуры 10. Управление экспериментом и регистрация данных ведется с помощью РС 11. Для визуализации течения используется подкраска при помощи дозирующей пипетки 12. Рабочий объем освещается для фото- или видеосъемки источником белого света 13 с рассеивающим экраном 14 и/или лампой ультрафиолетового света 15. Наполнение и осушение бассейна осуществляется гидравлической системой 16.

Регистрация формы свободной поверхности жидкости на всем протяжении эксперимента ведется с помощью цифровой видеокамеры (Panasonic NV-MX500, размер матрицы здесь составляет 640×480 пикселей), ось зрения которой проходит перпендикулярно поверхности передней стенки бассейна на уровне половины глубины исследуемого слоя жидкости. Использовалось и другое расположение регистрирующей аппаратуры.

При введении в поток красителя, его распределение вдоль поверхности и в толще жидкости регистрировалось как через боковую стенку бассейна, так и при помощи фотокамеры (Canon EOS 350D, размер матрицы фотоаппарата 22.2×14.8 мм (3456×2304 пикселей), размер пикселя $6.4 \cdot 10^{-3}$ мм, с использованным объективом обеспечивает разрешение деталей размерами $0.5 \div 0.2$ мм при дистанции съемки 1 м), расположенной над поверхностью вращающейся жидкости.

Опыты проводились после установления течения и окончания всех переходных процессов. Вначале производилась регистрация картины течения и формы каверны на поверхности жидкости. Затем вводились метки или краситель, и производилась регистрация их перемещения (переноса).

Ввод информации в РС и обработка видеозаписей экспериментов производится с помощью доработанных программ преобразования оптических изображений, позволяющих выбирать из полученных последовательностей отдельные кадры, наиболее полно характеризующие особенности формы свободной поверхности, измерять геометрические параметры.

Всего выполнено более 700 опытов в следующих диапазонах параметров: радиус цилиндрического контейнера $R_0 = 14.7$ см глубина жидкости $5 < H < 55$ см (с шагом 5 см), радиус гладкого диска $R = 1.25, 2.5, 2.95, 3.8, 5.0, 7.5, 14.0$ см; оребренные диски $R = 1.25$ см, высота ребра $h_r = 1, 2$ мм; $R = 2.5$ см, $h_r = 1$ мм; $R = 2.95$ см, $h_r = 1$ мм; $R = 3.8$ см, $h_r = 1$ мм; $R = 5.0$ см, $h_r = 1, 2$ мм; $R = 7.5$ см, $h_r = 1$ мм в диапазоне частот вращения $100 < \Omega < 2500$ об/мин. Некоторые контрольные опыты повторены в контейнере радиусом $R_0 = 10$ см.

В четвертой главе приводятся результаты исследования формы свободной поверхности при различных условиях опытов, проводится сравнение измеренных и рассчитанных форм поверхностной каверны.

Наблюдения показывают, что на поверхности вращающейся жидкости

всегда существует область прогиба – поверхностная каверна, глубина которой зависит от всех параметров течения.

В ходе экспериментов выявлены три характерных типа формы поверхностной каверны: гладкая, деформированная крупными и более мелкими (спиральными) волнами. При сравнительно низких частотах вращения диска-активатора ($\Omega < \Omega_H$ для случая глубокого бассейна) форма поверхностной каверны гладкая (рис. 2 а). Глубина воронки монотонно растет по направлению к ее центру, нижняя часть имеет параболическую форму, типичную для твердотельного вращения жидкости.

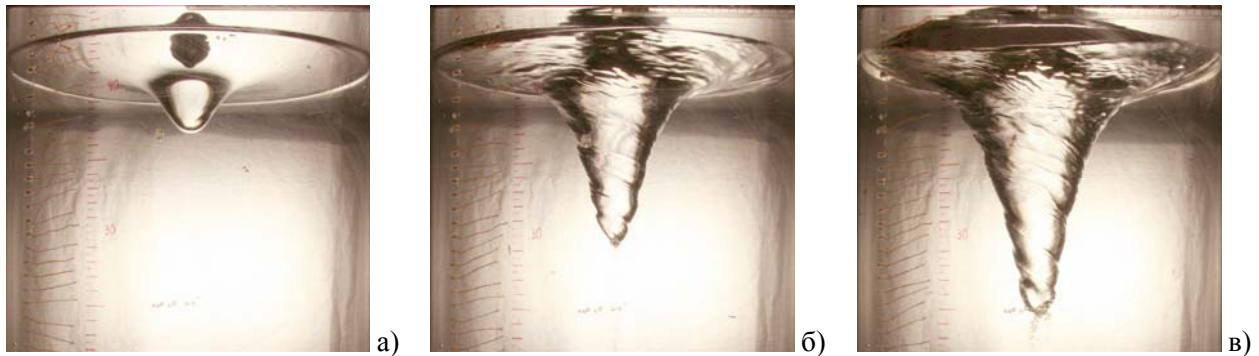


Рис. 2. Характерные формы поверхности жидкости над вращающимся диском ($H = 40$ см, $R = 7.5$ см): а-в) – $\Omega = 500, 750, 970$ об/мин ($8.3, 12.5, 16.2$ с $^{-1}$); критические частоты $\Omega_H = 4.2, \Omega_I = 11.4, \Omega_E = 31.0$ с $^{-1}$.

С увеличением частоты вращения диска форма свободной поверхности усложняется. На поверхности отчетливо видны сравнительно длинные волны большой амплитуды (рис. 2 б) с заостренными гребнями и пологими впадинами. Такой тип деформации свободной поверхности наблюдается, когда частота вращения диска-активатора лежит в диапазоне $\Omega_H < \Omega < \Omega_I$ (глубокая вода).

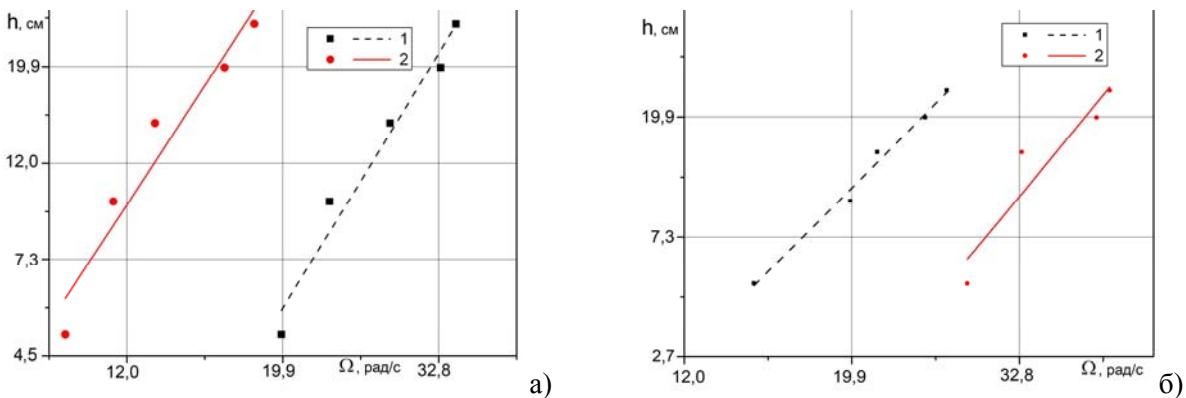


Рис. 3. Зависимость глубины воронки в центре каверны h от частоты вращения диска Ω ($H = 25$ см): а) – $R = 5.0$ см, кривая 1 – гладкий диск, 2 – $h_r = 1$ мм; б) – $R = 1.25$ см, кривые 1, 2 – $h_r = 2, 1$ мм.

При дальнейшем увеличении частоты вращения диска-активатора в

пределах $\Omega_I < \Omega < \Omega_E$, одновременно с крупными (инерциальными), на поверхности каверны наблюдаются более короткие, спиральные волны (рис. 2 в). Форма профиля поверхности жидкости на боковых участках существенно не изменяется, во всех трех рассмотренных режимах течения.

Зависимость глубины поверхностной каверны в глубокой жидкости от частоты вращения для случая гладкого или оребренного диска радиусом $R=5.00$ см с радиальными ребрами высотой $h_r = 1$ мм, и оребренных дисков радиусом $R = 1.25$ см с радиальными ребрами высотой $h_r = 1, 2$ мм представлена на рис. 3 в двойном логарифмическом масштабе. В широком диапазоне параметров данные опытов аппроксимируются степенной зависимостью $h = \exp(A) \Omega^B$. Значения показателя B и коэффициента A приведены в табл. 1, 2.

Диаметр диска, мм	45	59	76	100
Гладкий	-	3.63 ± 1.01	2.67 ± 0.21	2.64 ± 0.28
$h_r = 1$ мм	3.37 ± 0.86	2.86 ± 0.50	2.55 ± 0.09	2.45 ± 0.37
$h_r = 2$ мм	2.80 ± 0.17			

Диаметр диска, мм	45	59	76	100
Гладкий	-	-12.1 ± 4.0	-7.15 ± 0.76	-6.17 ± 0.92
$h_r = 1$ мм	-9.46 ± 3.09	-6.43 ± 1.60	4.63 ± 0.26	-3.88 ± 0.96
$h_r = 2$ мм	-6.0 ± 0.52			

Во всех случаях глубина каверны растет с частотой быстрее, чем для модели вихря Рэнкина с плоскими линиями тока, что отражает совместное деформирующее действие как осесимметричного цилиндрического, так и тороидального вихревого течения, обусловленного радиальным выносом жидкости с кромки диска. Показатель степени B уменьшается с увеличением и радиуса диска R , и высоты ребра h_r .

Учет в расчетах вихревого течения в контейнере эффектов вязкости и поверхностного натяжения позволяет удовлетворительно описать форму каверны в широком диапазоне параметров задачи, с использованием одного или двух эмпирических параметров. Для иллюстрации на рис. 4 приведена рассчитанная форма каверны (сплошная линия), при малых частотах вращения диска, когда каверна гладкая (рис. 4 а, $\Omega < \Omega_H$), и больших, когда каверна касается диска-активатора (рис. 4 б).

Критические значения частоты для условий опытов, результаты которых представлены на рис. 4, составляют $\Omega_H = 8.1$, $\Omega_I = 11.4$, $\Omega_E = 16.2 \text{ с}^{-1}$.

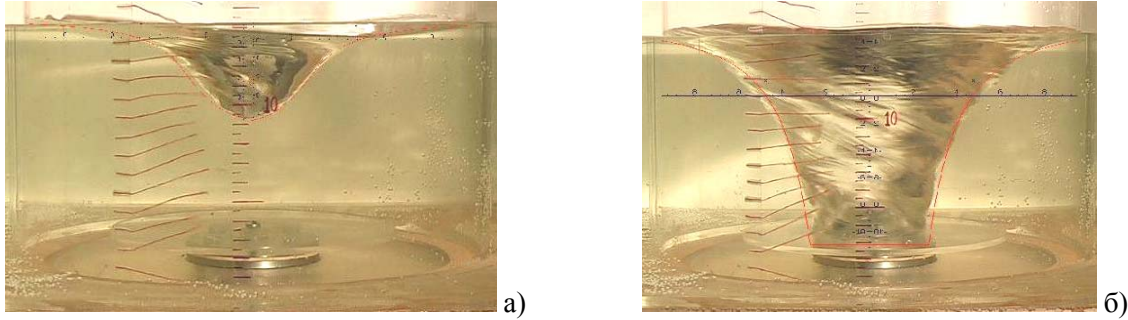


Рис. 4. Наблюдаемые и рассчитанные профили каверны ($H = 10$ см, $R = 7.5$ см): а) – гладкая, $\rho_* = 3.0$ см, $\tilde{\rho} = 0.2$ см, $\Omega = 200$ об/мин; б) – каверна контактирует с диском $\rho_* = 2.7$ см, $\Omega = 1350$ об/мин.

Для измерения скорости течения на поверхность жидкости помещались пробные прямоугольные частицы размером $3 \times 1 \times 1$ мм. Компьютерными методами определялись смещения частиц в последовательных видеокдрах и рассчитывались текущие значения азимутальные компоненты скорости их движения. Результаты измерений для нескольких значений глубины жидкости и угловой скорости вращения диска представлены на рис. 5.

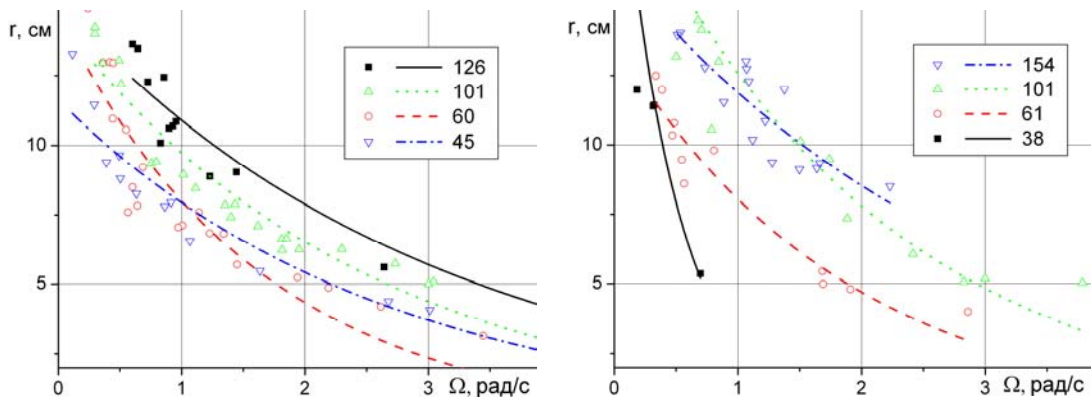


Рис.5. Зависимость скорости движения пробных частиц на поверхности жидкости от расстояния до центра контейнера ($R_0 = 29.6$ см, $R = 2.5$ см): а) – $H = 5$ см, $\Omega = 45, 60, 101, 126$ рад/с; б) – $H = 10$ см, $\Omega = 38, 61, 101, 154$ рад/с.

Значения показателей в зависимости $r_l = C \exp(-D\Omega)$, параметризующей кривые на рис. 5, представлены в табл. 3 (для $H = 5$ см) и табл. 4 (для $H = 10$ см).

Таблица 3.

Частота, рад/с	45	60	101	126
C	11.64 ± 0.48	14.77 ± 0.97	14.53 ± 0.53	15.07 ± 0.82
D	0.38 ± 0.04	0.61 ± 0.08	2.98 ± 0.17	0.32 ± 0.05

Таблица 4.

Частота, рад/с	38	61	101	154
C	23.14 ± 4.48	13.79 ± 0.72	20.32 ± 1.04	16.56 ± 1.02
D	2.14 ± 0.75	0.54 ± 0.07	4.46 ± 1.01	0.33 ± 0.05

Проведенные опыты показывают, что диск, вращающийся на дне цилиндрического контейнера, создает составное вихревое течение с выраженным вращением жидкости вокруг центральной вертикальной и мгновенной тороидальной осей. Максимум азимутальной скорости наблюдается вблизи оси течения. Такое отличие от вихрей типа Рэнкина обусловлено вынужденным движением частиц по вертикали. Параметры составного вихря практически не меняются во времени в широком диапазоне условий эксперимента.

В пятой главе представлены результаты экспериментальных исследований переноса примеси из компактного пятна на свободной поверхности жидкости внутрь покоящейся или вовлеченной в составное вихревое движение жидкости.

Формирование каскада вихрей в покоящейся жидкости. В опытах бассейн заполнялся дегазированной водопроводной водой. Та же водопроводная вода, в которой растворялся уранил, родамин 6Ж или чернила, использовалась в качестве маркирующей жидкости. Окрашенная и рабочая жидкости смешиваются в любых соотношениях и близки по своим физическим свойствам. Капля маркирующей примеси объемом около 50 мкл вводилась с помощью дозирующей пипетки на свободную поверхность жидкости.

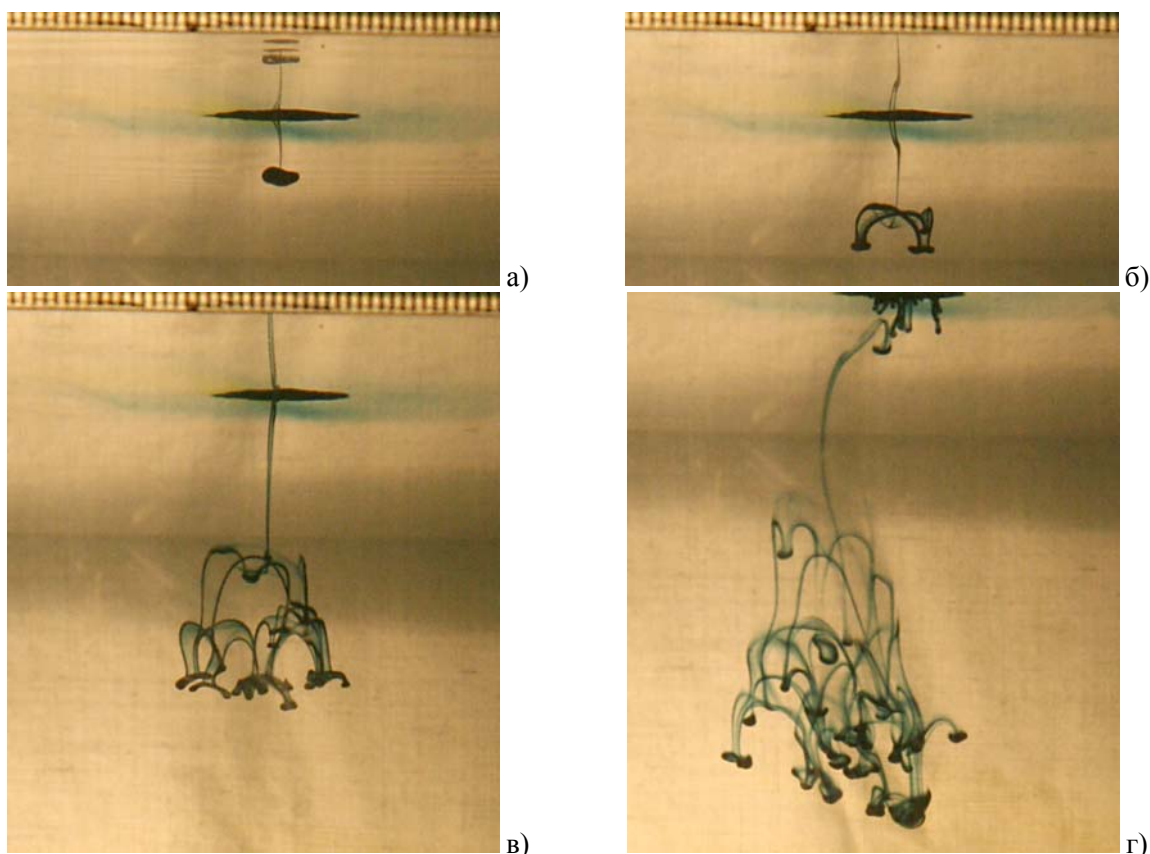


Рис. 6. Образование каскада вихрей при падении капли синих чернил в покоящуюся жидкость:
 $a - d) - t = 0, 2, 12, 30 \text{ с}.$

Высота свободного падения капли на невозмущенную поверхность покоящейся жидкости составляла $1 \div 5 \text{ см}.$ Во всех случаях маркирующая

жидкость из упавшей капли частично остается на свободной поверхности, где формирует окрашенный диск, частично проникает в толщу жидкости. Погружающаяся капля постепенно трансформируется в тороидальное вихревое кольцо. Позади капли остается сплошной или расщепленный окрашенный след. Расстояние от поверхности жидкости до области образования вихревого кольца зависит от размеров, формы и скорости капли, контактирующей со свободной поверхностью покоящейся жидкости [Peck, Sigurdson 1995]. Типичные картины распада капли чернил, упавшей на свободную поверхность покоящейся жидкости, на каскад вихревых колец приведены на рис. 6.

Новые вихри получают краску из вышележащих элементов окрашенной жидкости – округлых сводов и петель, соединяющих отдельные вихри в единую картину вихревого распада капли. Краситель из всех элементов картины распространения капли в толщу жидкости постепенно вымывается благодаря действию диффузии, окрашенные арки, своды, нити и вихри становятся со временем более бледными.

Каждый вторичный вихрь движется вдоль направления силы тяжести быстрее, чем верхняя часть окрашенной арки, соединяющей соседние вихри. Длина арок и область жидкости, занимаемая каскадом вихрей, растет со временем. Каждый новый ярус образуется в результате развития осевых колебаний вихрей предыдущего яруса (рис. 6). Часть окрашенной жидкости из колец переходит в след, прорисовывая всю траекторию движения кольца.

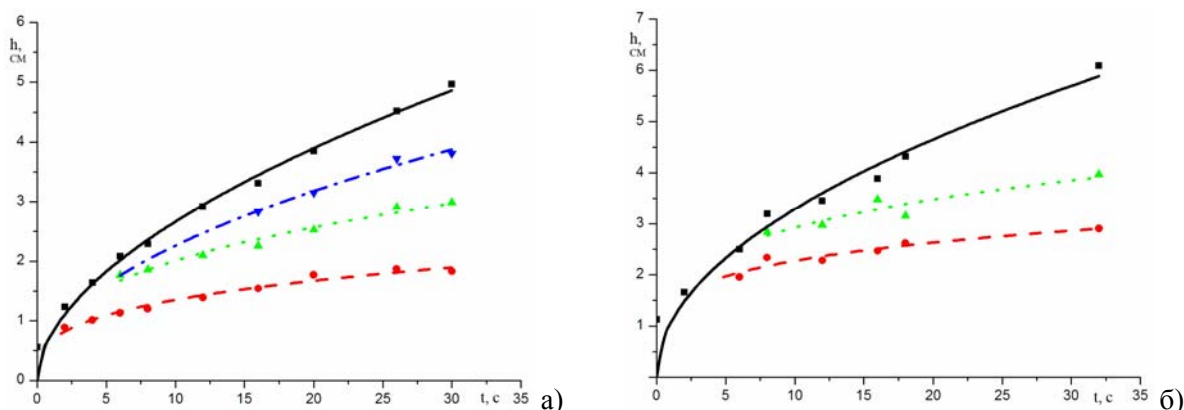


Рис. 7. Положение кромок ярусов каскада вихрей в однородной покоящейся жидкости: а) – эволюция капли чернил; б) – раствора уранила.

Изменение положения кромок отдельных ярусов каскада вихрей из капель чернил и уранила приведены на рис. 7 (сплошная линия – нижняя граница области, штриховая – первый, пунктирная – второй, штрихпунктирная – третий ярус распада). Скорость оседания отдельных ярусов параметризуется зависимостью $h = E\sqrt{t}$. Скорость оседания нижней части всей вихревой структуры в обоих приведенных составляет 1,44 см/с.

Перенос маркирующей примеси во вращающейся жидкости. В отличие от случая покоящейся жидкости, проблемам экспериментального изучения переноса маркирующей примеси из капли, падающей на поверхность

вращающейся жидкости, посвящено всего несколько работ. В первой из них [Taylor 1921] впервые было описано образование “стены краски” из капли, упавшей на поверхность вращающейся жидкости в цилиндрическом или прямоугольном контейнере, равномерность вращения которого специально возмущалась. Следующая работа, в которой вновь визуализировался перенос примеси из капли, падающей на поверхность вращающейся жидкости и была отмечена аналогия между эффектами вращения и стратификации, появилась спустя более чем тридцать лет [Long 1954]. И хотя результаты уже первой публикации [Taylor 1921] вошли в известные монографии [Бэтчелор 1973, рис. 7.6.2] процесс переноса вещества в вихревом течении до настоящего времени детально не изучен.

Созданная установка позволяет воспроизводить условия опытов и исследовать устойчивые компоненты сложной картины переноса маркирующей примеси в составном вихревом течении. Форма окрашенной области зависит от положения области контакта падающей капли с поверхностью жидкости относительно центральной оси цилиндрического контейнера.

Анизотропная картина переноса маркирующей примеси из капли, попавшей в центр свободной поверхности вращающейся жидкости, приведена на рис. 8.

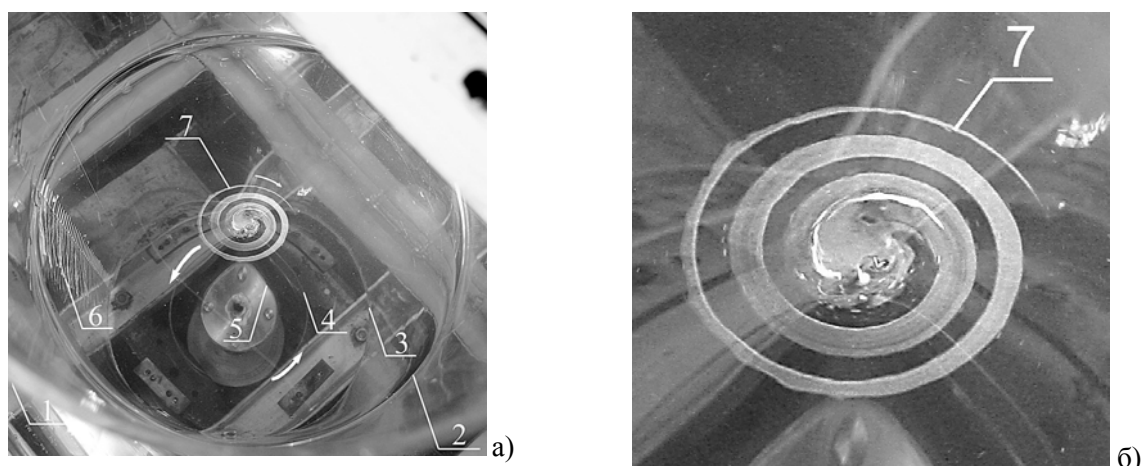


Рис. 8. Общий вид картины распределения красителя из капли по поверхности вращающейся жидкости (а) и ее центральная часть (б) ($H = 40$ см, $\Omega = 200$ об/мин, $R = 7,5$ см).

Жидкость, приведенная во вращение в цилиндрической обечайке 1, образует круговую линию пересечения свободной поверхности с боковой стенкой камеры 2. Менее четкая круговая линия 3 отражает пересечение цилиндрической обечайки с дном бассейна, тонкая линия 4 – край вращающегося диска-активатора. Металлический диск 5 – герметичное соединение оси вращения диска с осью электромотора. Шелковинки 6, наклеенные на боковую поверхность цилиндрической обечайки, показывают направление вращения жидкости в контейнере. Краска, вытянувшаяся из центрального пятна, формирует спиральную структуру 7. Вся жидкость в объеме цилиндрической обечайки вращается в циклоническом направлении, что показано жирными стрелками на рис. 8, в то же время краситель из центрального

пятна вытягивается в антициклоническом направлении, формируя спираль 7, отмеченную тонкой стрелкой.

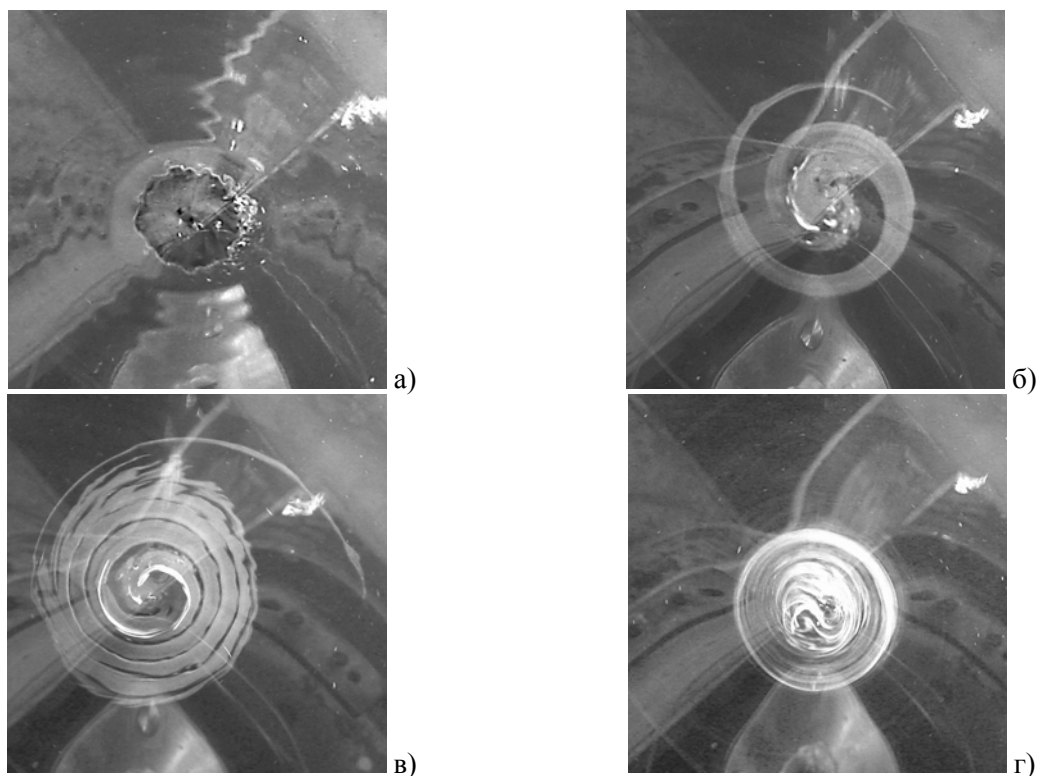


Рис. 9. Эволюция спирального рукава, вытянувшегося из центрального пятна раствора уранила, на свободной поверхности вращающейся жидкости ($H = 40$ см, $\Omega = 200$ об/мин, $R = 7,5$ см):
 $a - z) - t = 0, 6, 12, 46$ с.

Трансформация пятна краски, попавшей в центр вращающейся свободной поверхности жидкости, в спиральную структуру с заостренным окончанием и широкой центральной частью происходит постепенно (рис. 9). Капля окрашенной жидкости, падающая на свободную поверхность вращающейся жидкости, имеет только вертикальную компоненту скорости и начинает раскручиваться в момент контакта (рис. 9 а). Из волнистой боковой поверхности капли вытягивается спиральный рукав. Краситель распределяется неравномерно в поперечном сечении спирального рукава, тонкие яркие нити разделены более бледными участками (рис. 9 б-в). Со временем возрастает число витков спирали, вытянутой из начального пятна краски. Ширина острия спирального рукава составляет около 0.7 мм, в то время как ширина спирального рукава у основания достигает 1.08 см (рис. 9 б). С увеличением количества витков спирали ширина спирального рукава у основания уменьшается. Длительное время спираль сохраняет четкие очертания, витки рукава остаются разделенными полосой чистой жидкости.

Постепенно спиральная структура теряет сплошность, ее внешний край расщепляется на отдельные нити (рис. 9 в). Постепенно ширина полос чистой жидкости между витками спирального рукава уменьшается, отдельные витки сливаются в неравномерно окрашенное пятно, из которого вытягивается

длинный тонкий спиральный рукав. Со временем, на месте спиральной структуры формируется компактная область, краска в которой распределена неравномерно. В ней ярко окрашенные концентрические кольца охватывают центральное пятно, в котором возникает пара вихрей (рис. 9 г). Такая структура центральной области наблюдалась во всех проведенных экспериментах.

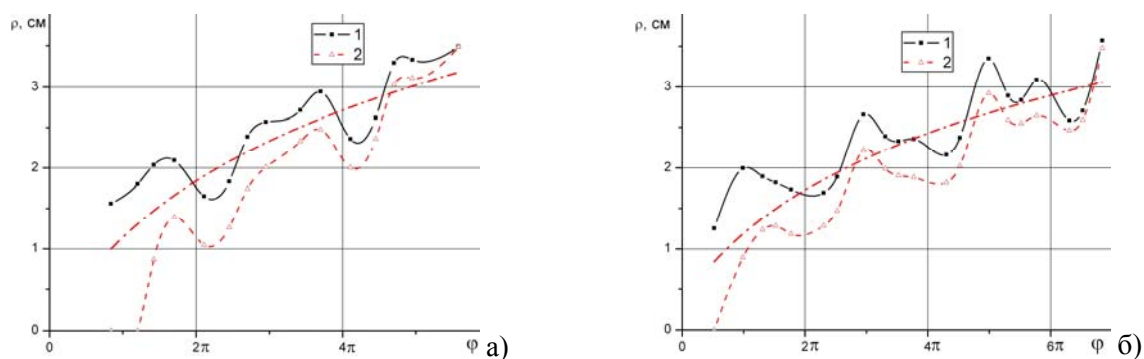


Рис. 10. Расстояние внешней 1 и внутренней 2 кромок спирального рукава до центра вращения системы в различные моменты времени: а, б) - $t = 6, 8$ с (угловой размер нормирован на π).

Развертки спирального рукава для двух моментов времени, приведенные на рис. 10, иллюстрируют монотонное убывание его ширины за счет сближения кромок, отличие его формы от центрально симметричной и эллиптичность всей структуры. Положение центра рукава аппроксимировано штрихпунктирной линией $\rho = F \ln(\varphi - G)$, для данной серии $F = 1.69, 1.46$ и $G = -0.96, -1.26$.

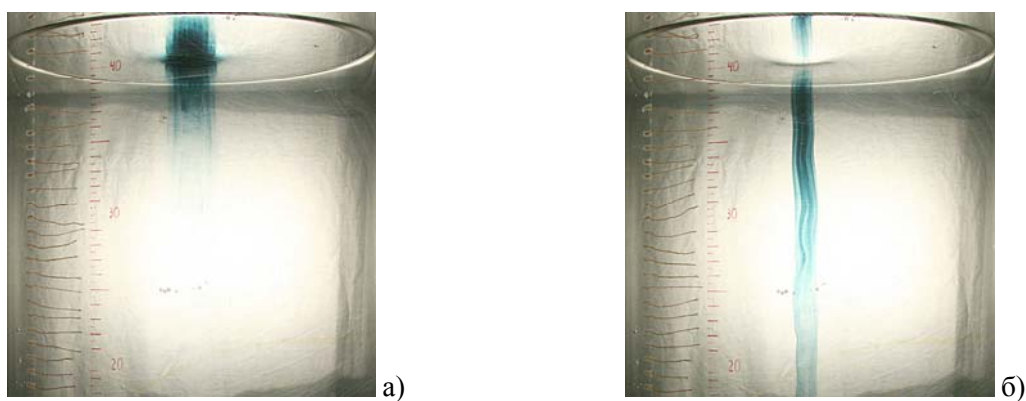


Рис. 11. Перенос примеси из центрального пятна в толщу жидкости ($H = 40$ см, $\Omega = 250$ об/мин, $R = 7,5$ см): а, б) - $t = 4, 11$ с.

Маркирующая примесь из капли в центре вращающейся свободной поверхности образует в толще жидкости окрашенный столб (рис. 11 а). Диаметр центрального столба уменьшается со временем, глубина проникновения окрашенной жидкости растет. Неравномерность концентрации красителя визуализирует тонкую структуру течения в столбе (рис. 11 б).

Пятно окрашивающей жидкости, внесенное в нецентральную область поверхности жидкости, образует два спиральных рукава. В направлении вращения поверхности жидкости из поверхностного пятна вытягивается длинный рукав (циклонический). Второй спиральный рукав –

антициклонический – более короткий (рис. 12 а). Оба рукава заостренные. В некоторых случаях на периферии поверхностной спиральной структуры формируется сложная вихревая система, (рис. 12 б), элементы которой могут многократно распадаться и возникать вновь.

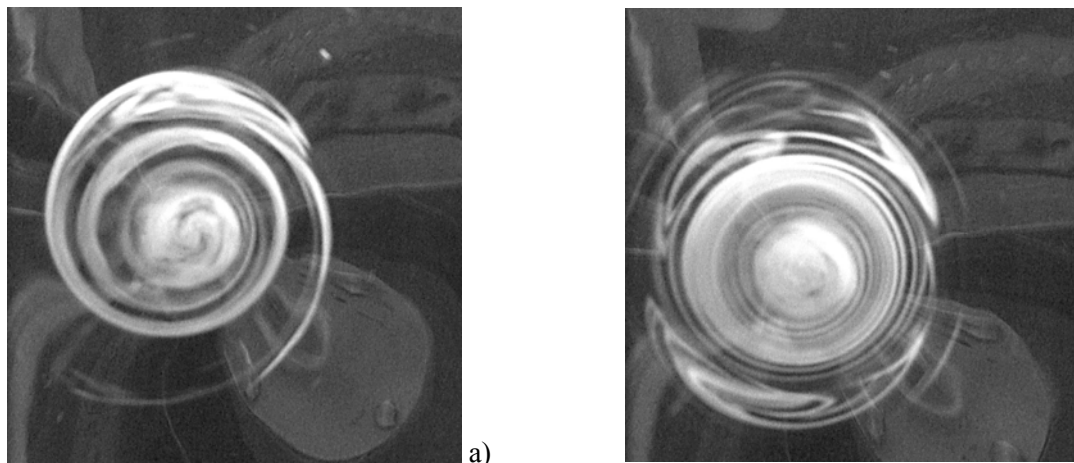


Рис. 12. Формирование вихревых структур на свободной поверхности окрашенной жидкостью из нецентральной капли уранила ($H = 40$ см, $\Omega = 200$ об/мин, $R = 7,5$ см): а, б) – $t = 10, 26$ с.

Картины переноса примеси из произвольно расположенного пятна на свободной поверхности в толщу вращающейся жидкости приведены на рис. 13. Здесь видны окрашенная спиральная структура на поверхности жидкости, а также проникающий в толщу жидкости цилиндрический столб диаметром 3.6 см (рис. 13 а). Одновременно маркирующая примесь проникает в толщу вращающейся жидкости вдоль тонкой цилиндрической поверхности, охватывающей центральную область (рис. 13 б). Толщина приповерхностного окрашенного слоя равна 0.28 см, средний диаметр внешней цилиндрической оболочки составляет 7.1 см, толщина стенок оболочки – 0.37 см.

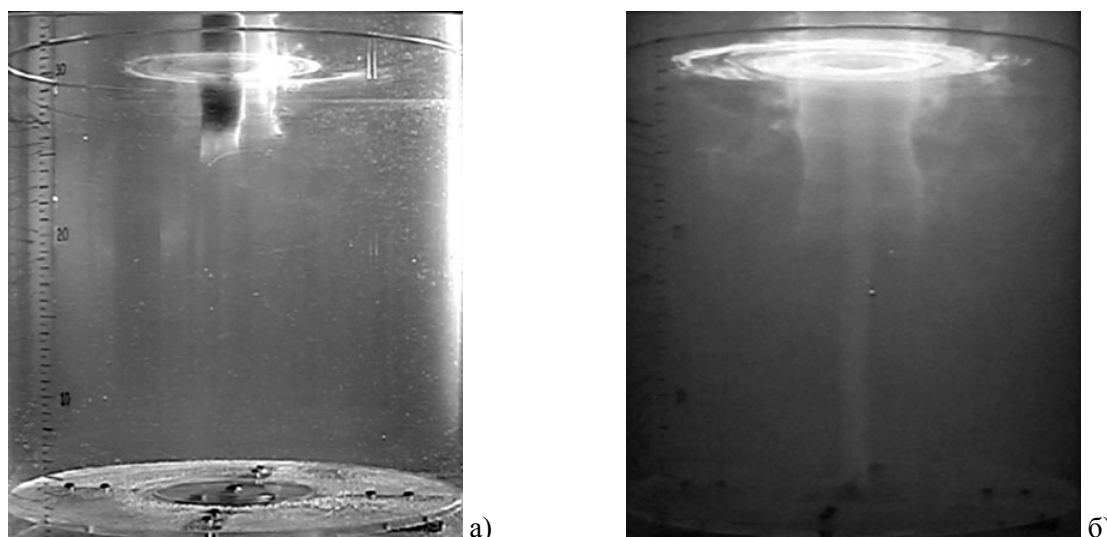


Рис. 11. Перенос красителя вдоль цилиндрических поверхностей в толще вращающейся жидкости ($H = 30$ см, $\Omega = 200$ об/мин, $R = 5,0$ см): а, б) – $t = 18, 304$ с.

Скорость распространения красителя вдоль внешней цилиндрической поверхности выше, чем скорость опускания примеси в центральном столбе. Краситель, контактирующий с вращающимся диском, интенсивно перемешивается с основной жидкостью в контейнере.

При увеличении скорости вращения диска-активатора, когда приповерхностная каверна углубляется, картина проникновения красителя в толщу жидкости существенно не изменяется. Внешняя цилиндрическая оболочка погружается более энергично, чем внутренний окрашенный столб в случае и медленного, и быстрого вращения диска. Во всех проведенных опытах краска, распространяющаяся вдоль свободной поверхности, не достигает боковой стенки контейнера.

В заключении сформулированы основные результаты работы.

3. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ.

1. В результате масштабного анализа системы уравнений движения выделены характерные параметры, определены критические условия перестройки картины возмущений на свободной поверхности жидкости с составным вихрем, сформулированы требования к методике экспериментального исследования вихревых течений в контейнере.

2. Создана экспериментальная установка для изучения структуры составных вихрей в цилиндрическом контейнере, позволяющая с минимальными искажениями визуализировать геометрию течения в трех взаимно перпендикулярных плоскостях, изучать перенос примеси из компактных источников.

3. Выполнены экспериментальные исследования картины течения, создаваемого вращающимся диском в цилиндрическом контейнере в следующем диапазоне параметров задачи: глубина слоя жидкости $5 < H < 55$ см, радиус диска $R = 2.5, 5.0, 7.5, 14$ см, частота его вращения $100 < \Omega < 2000$ об/мин. Возникающее вихревое течение состоит из двух крупных вихрей, имеющих вертикальную и охватывающую ее круговую оси вращения. Течение деформирует свободную поверхность, максимальная глубина каверны монотонно растет с увеличением частоты вращения диска.

4. С увеличением частоты вращения на поверхности каверны образуются крупномасштабные (инерциальные) волны. При дальнейшем увеличении частоты в дополнение к крупномасштабным волнам появляются мелкомасштабные спиральные волны. Границы диапазонов формирования волн согласуются с теоретическими оценками.

5. В пределах точности эксперимента наблюдаемая форма каверны согласуется с рассчитанной с учетом действия силы тяжести и капиллярных эффектов при физически обоснованном выборе значений эмпирических параметров.

6. Экспериментально изучен перенос красителя из окрашенной капли,

падающей на свободную поверхность покоящейся жидкости. Часть жидкости из капли остается на свободной поверхности, где образует окрашенный диск, часть проникает в объем, где формируется каскад вихрей. Прослежено изменение геометрии течения для капель, окрашенных уранилом и чернилами.

7. Впервые последовательно зарегистрирован перенос красителя из компактного пятна, образующегося при падении капли, в толщу и вдоль свободной поверхности жидкости, вовлеченной в вихревое движение. Из пятна в центре каверны вытягивается один антициклонический рукав. При нецентральной постановке из начального пятна вытягиваются два спиральных рукава: длинный заостренный рукав формируется в циклоническом направлении, более короткий рукав вытягивается в антициклоническом направлении. Ширина рукавов убывает с удалением от области формирования. Окрашенная жидкость проникает внутрь составного вихря преимущественно по образующим цилиндрическим поверхностям. В некоторых опытах на цилиндрических поверхностях наблюдаются винтовые линии с повышенным содержанием красителя.

4. СПИСОК ЦИТИРУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.

- Алексеев С.В., Куйбин П.А., Окулов В.Л.* Введение в теорию концентрированных вихрей. Н-ск: ИТФ им. С.С. Кутателадзе СО РАН. 2003. 504 с.
- Бэтчелор Дж. К.* Введение в динамику жидкости. 1973. М.: Мир. 758 с.
- Кистович А.В., Чашечкин Ю.Д.* Геометрия спиральных вихрей в однородной идеальной жидкости // Доклады АН. 2000. Т. 372, № 1. С. 46-49.
- Кистович А.В., Чашечкин Ю.Д.* Регулярные и сингулярные компоненты периодических движений в толще жидкости // Прикладная математика и механика, 2007, Т. 71, Вып. 5, С. 844 – 854.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. Т. VI, М.: Физматлит. 2001. С. 731.
- Escudier M.P.* Observations of the flow produced in a cylindrical container by a rotating endwall // Experiments in fluids 2.1984. pp. 189-196.
- Long R. R.* Note on Taylor's "ink walls" in a rotating fluid // Journal of the Atmospheric Sciences. 1954. V. 11. No. 3. P. 247–249.
- Piva M., Meiburg E.* Steady axisymmetric flow in an open cylindrical container with partly rotating bottom wall // Phys. of Fluids. 2005. V. 17. P. 063603-1 – 063603-12.
- Peck B., Sigurdson L.W.* The vortex ring velocity resulting from an impacting water drop // Exp. in Fluids. 1995. V. 18. P. 351-357.
- Spohn A., Mory M., Hopfinger E.J.* Observations of vortex breakdown in an open cylindrical container with partly rotating bottom // Exp. in Fluids. 1993. V. 14. P. 70.
- Taylor G.I.* Experiments with rotating fluids // Roy. Soc. Proc. 1921. V. 100A. Pl. 2. P. 114-121.

5. ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ.

1. Степанова Е.В., Чашечкин Ю.Д. Анизотропный перенос примеси в составном вихре // Доклады АН. 2008. Т. 423, № 4. С. 474-478.
2. Chashechkin Yu. D., Stepanova E. V. Schlieren visualization of vortices and internal waves generated by vertical stroke oscillations of a disk // *Journal of visualization*. 2008. V. 11, No.1. ISSN 1343-8875 11(1)1-108(2008)
3. Чашечкин Ю.Д., Байдулов В.Г., Бардаков Р.Н., Васильев А.Ю., Кистович А.В., Миткин В.В., Прохоров В.Е., Степанова Е.В. Механика свободных стратифицированных течений // Препринт ИПМех РАН № 876. М.: ИПМех РАН. 2008. 127 с.
4. Показеев К.В., Степанова Е.В., Чаплина Т.О., Чашечкин Ю.Д. Моделирование динамики и структуры природных систем // В сб. научн. тр. “Физические проблемы экологии (экологическая физика)”. Под ред. Трухина В.И., Пирогова Ю.А., Показеева К.В. М: Макс-пресс. 2007. № 14. С. 240 – 263.
5. Показеев К.В., Степанова Е.В., Чаплина Т.О., Чашечкин Ю.Д. Экспериментальные исследования вихревых течений, индуцированных вращающимся диском в цилиндрическом контейнере // В сб. научн. тр. “Физические проблемы экологии (экологическая физика)”. Под ред. Трухина В.И., Пирогова Ю.А., Показеева К.В. М: Макс-пресс. 2008. № 15. С. 284-296.
6. Stepanova E.V. Study of the rotating fluid surface form in the cylindrical container // Selected papers of international conference “Fluxes and structures in fluids – 2005”. Moscow: IPMech RAS. 2006. P. 313 – 319.
7. Stepanova E.V. Dye transfer in a composed vortex flow with a free surface in the cylindrical container // Selected papers of international conference “Fluxes and structures in fluids –2007”. Moscow: IPMech RAS. 2008. P. 313 – 319.
8. Степанова Е.В. Изучение взаимодействия вихря со свободной поверхностью // Сб. тез. докл. IV Всерос. научн. конф. “Физические проблемы экологии (экологическая физика)” 22–24 июня 2004. М.: МГУ. 2004. С. 90-91.
9. Stepanova E.V. Studying of the form and structure of vortical agitation of the surface of the fluid // Book of abstracts of International conference “Fluxes and structures in fluids –2005”. Moscow: IPMech RAS. 2005. P. 134 – 136.
10. Stepanova E.V. Form of the free surface of fluid over toroidal vortex motion // Book of abstracts of Int. Conf. “Fluxes and structures in fluids –2007”. Moscow: IPMech RAS. 2007. P. 127 – 128.
11. Stepanova E.V. Dye transfer in a composed vortex flow with a free surface // Book of abstracts of Int. Conf. “Chaotic modeling and simulation”, Chania, Crete, Greece, 2008. P. 83.
12. Chashechkin Yu. D., Stepanova E.V. Experimental studies of compound vortex contacting with a free surface // e-Book of papers of 2-nd International symposium on shallow flows. Hong-Kong, 2008. Topic 4. №A0058. P. 1-7.
13. Chashechkin Yu. D., Stepanova E.V. *Anisotropic Transport of a Dye from Compact Spot into Homogeneous Quiescent and Rotating Fluid. JOV. 2009. P. 1-8. (presented)*

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТОНКОЙ СТРУКТУРЫ
ВИХРЕВОГО ТЕЧЕНИЯ В ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНОЙ
ПОВЕРХНОСТЬЮ

Степанова Евгения Вячеславовна

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Подписано в печать 25 февраля 2009 Заказ № 2–2009 Тираж 100 экз.

Отпечатано на ризографе Учреждения Российской академии наук
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
117526, Москва, проспект Вернадского, д. 101, к. 1.