

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ ИМ. А.Ю. ИШЛИНСКОГО
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

ТОРСКАЯ ЕЛЕНА ВЛАДИМИРОВНА

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ФРИКЦИОННОГО
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТЕЛ С ПОКРЫТИЯМИ**

01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва – 2014

Введение.....	5
Глава 1. Фрикционный контакт гладкого индентора и тела с покрытием..	27
1.1 Задача об осесимметричном нагружении двухслойного упругого полупространства при неполном сцеплении слоев (уточненная постановка на границе раздела).....	27
1.2 Осесимметричная контактная задача для многослойного покрытия с неполным сцеплением слоев.....	41
1.3 Задача о фрикционном нагружении тел с покрытиями.....	49
1.4 Решение осесимметричной задачи о контакте индентора с двухслойным упругим полупространством при наличии пригрузки и неполного сцепления слоев.....	57
1.5 Анализ напряжений, возникающих при фрикционном нагружении тел с однослойными покрытиями.....	69
1.5.1 Относительно твердые покрытия.....	69
1.5.2 Относительно мягкие покрытия.....	75
1.5.3 Анализ напряжений на границе раздела покрытия с подложкой для покрытий из нитрида хрома и оксида титана.....	77
1.5.4 Экспериментально-теоретическое исследование причин скалывания покрытий на основе многокомпонентных оксидов при фрикционном нагружении.....	87
1.5.5 Исследование контактных и внутренних напряжений, возникающих в покрытии в подшипнике качения.....	99
1.6 Исследование напряженного состояния покрытий, состоящих из двух и более слоев.....	104
1.6.1 Сравнение решения контактной задачи для двухслойного покрытия и для однослойного покрытия с усложненными условиями на границе.....	105

1.6.2	Исследование контактных и внутренних напряжений в металл-металлоидных покрытиях при их фрикционном нагружении.....	108
1.6.3	Анализ напряженно-деформированного состояния многослойного покрытия.....	111
1.7	Определение модуля упругости покрытий по результатам индентирования.....	124
	Выводы по главе 1.....	134
	Глава 2. Моделирование контактного взаимодействия тел с покрытиями с учетом поверхностной шероховатости.....	136
2.1	Периодическая контактная задача.....	136
2.2	Анализ результатов решения периодической контактной задачи...	139
2.3	Оценка влияния характера распределения пригрузки на контактные характеристики.....	148
2.4	Определение напряженного состояния двухслойного упругого полупространства при множественном характере нагружения.....	149
2.5	Анализ напряжений, возникающих при множественном характере нагружения тел с покрытиями.....	153
2.6	Анализ функции дополнительного смещения.....	165
2.7	Решение двухуровневой контактной задачи.....	170
2.8	Задача о контактном взаимодействии гладкого индентора и шероховатого двухслойного упругого полупространства.....	180
	Выводы по главе 2.....	186
	Глава 3. Моделирование контактно-усталостного разрушения двухслойного упругого полупространства.....	187
3.1	Моделирование накопления контактно-усталостных повреждений в двухслойном полупространстве при неполном сцеплении слоев (единичный контакт).....	188
3.2	Моделирование контактно-усталостного разрушения	

	4
двухслойного упругого полупространства.....	202
3.3 Исследование контактно-усталостного изнашивания	
двухслойного упругого полупространства при смещении границы	
упругого слоя.....	222
Выводы по главе 3.....	233
Заключение.....	235
Список литературы.....	237

Введение

В механике контактного взаимодействия, являющейся разделом механики деформируемого твердого тела, традиционно большое внимание уделяется контакту при наличии сил трения. Это связано с тем, что фрикционное взаимодействие как физический процесс включает в себя целый ряд факторов (таких как изнашивание, фрикционный разогрев, адгезионное взаимодействие), при этом взаимодействующие тела часто бывают неоднородными, а их поверхности всегда являются шероховатыми. Все эти особенности фрикционного контакта могут учитываться при построении механико-математических моделей, позволяющих количественно описывать происходящие процессы. Задачей исследователя является выбор факторов, являющихся наиболее существенными для рассматриваемого вида фрикционного взаимодействия. Наличие подобного выбора приводит к появлению большого спектра задач механики фрикционного взаимодействия.

Данная работа посвящена изучению контактного взаимодействия упругих тел с покрытиями при наличии сил трения. При разработке механико-математических моделей учтены возможное неполное сцепление покрытия с подложкой и шероховатость поверхностей взаимодействующих тел, приводящая к дискретности контакта. Объектом исследования также является один из механизмов изнашивания тел с покрытиями, а именно усталостное изнашивание, обусловленное циклическим нагружением при скольжении шероховатых тел.

Нанесение покрытий является одним из основных способов модификации поверхности, обеспечивающих увеличение долговечности сопряжений, работающих в условиях фрикционного контакта. Наличие искусственно нанесенных покрытий и пленок различных типов, также как и неоднородность поверхностных слоев материалов, связанная с процессами окисления, старения материала и рядом других процессов, предполагает учет

изменения механических свойств в зависимости от расстояния до поверхности. В рамках теории упругости это означает, что следует рассматривать упругое тело с изменяющимися значениями модуля Юнга (либо модуля сдвига) и коэффициента Пуассона.

Непрерывное изменение механических свойств рассмотрено в работе В.И. Кузнецова [44], где исследован случай непрерывного изменения коэффициента Пуассона; в работе Н.А. Ростовцева, И.Е. Храневской [71] рассмотрено непрерывное изменение модуля Юнга. Обзор работ на эту тему можно найти в [64].

Контактные задачи для упругих тел с непрерывно либо ступенчато меняющимися по глубине механическими характеристиками рассмотрены многими исследователями. Методы исследования можно разделить на три большие группы: аналитические (главным образом асимптотические) методы, численные методы, а также численно-аналитические методы.

Для первого направления характерно то, что существенно учитывается твердость и мягкость покрытия, а также его относительная толщина (покрытия тонкие и толстые, различающиеся отношением толщины к размерам области контакта), что позволяет использовать методы асимптотических разложений. К преимуществам данного подхода следует отнести то, что в результате обычно получаются удобные для исследования аналитические выражения.

Существует большое количество работ в рамках этого направления. Многие работы рассмотрены в [64]. Следует отдельно упомянуть работы В.М. Александрова [5, 7, 8], в особенности монографию В.М. Александрова и С.М. Мхитаряна [8], где асимптотические методы успешно используются для решения разнообразных задач. В более поздних работах С.М. Айзиковича и его коллег были расширены границы применимости асимптотических методов, в том числе рассмотрены покрытия с градиентным изменением механических свойств [1-4, 83, 93]. Похожие постановки контактных задач, в которых важным является условие непрерывности изменения упругих

свойств по глубине, представлены в работе [109, 110]. Особенностью всех перечисленных выше работ является отсутствие трения как в постановках задач об определении контактных давлений, так и при исследовании напряженного состояния тел с неоднородными по глубине механическими свойствами.

Следует отметить, что вопрос о влиянии сил трения на распределение контактных давлений при скольжении упругих тел является предметом многочисленных исследований. Одними из первых в этой области следует считать работы Н.И. Мухелишвили [58] и Л.А. Галина [14]. При взаимодействии тел с одинаковыми материалами трение не влияет на решение контактной задачи. Степень влияния касательных сил на распределение контактных давлений зависит от соотношения упругих свойств материалов, а также от величины коэффициента трения. Во многих случаях при коэффициентах трения меньших, чем единица, разница между контактными характеристиками, полученными без учета и с учетом сил трения, достаточно мала, чтобы ею можно было пренебречь. Таким образом, можно разделить задачи на контактную, решаемую без учета сил трения, и задачу определения напряженного состояния упругого тела при наличии сил трения в области контакта. В монографии К. Джонсона [36] приведен обзор работ, в том числе и экспериментальных, в которых идет речь о границах применимости закона Кулона-Амонтона для случаев сухого трения и при наличии граничной смазки.

Развитие вычислительной техники привело к широкому использованию стандартных вычислительных пакетов, основанных на методе конечных элементов. Использование этих пакетов требует работы по их адаптации к имеющимся задачам, а также понимания особенностей контактного взаимодействия тел с покрытиями для подбора адекватной сетки разбиения на элементы. Преимуществами метода являются: возможность рассматривать наличие трения при решении контактной задачи, исследование взаимодействия тел сложной формы, возможность введения в

модель неупругих элементов. К недостаткам следует отнести сложности при исследовании точечного контакта, а также относительно длительное время расчетов. Кроме того, при подобных расчетах невозможно получить адекватное решение при наличии точек или линий концентрации напряжений. Первые работы, появившиеся в этом направлении, посвящены контактному взаимодействию тел с покрытиями, которые могут быть рассмотрены в рамках плоских задач теории упругости (например, [122]), или осесимметричных задач с известной площадкой контакта [108]. В дальнейшем появилось большое количество работ по моделированию фрикционного контакта тел с покрытиями в трехмерной постановке. Из большой массы подобных работ следует выделить исследования [120, 121, 134], характеризующиеся подробным анализом полученных результатов.

В отличие от асимптотических методов, численно-аналитические решения контактных задач для слоистых упругих тел не предполагают каких-либо ограничений, налагаемых на относительную толщину либо относительную жесткость покрытий. При этом численные расчеты используются только на конечном этапе решения. Вопрос о преимуществах и недостатках подобного подхода будет рассмотрен ниже. В данной диссертационной работе развиваются численно-аналитические методы решения контактных задач для тел с покрытиями, поэтому ниже будет приведен обзор исследований, лежащих в основе этих методов.

Метод основан на решении первой задачи теории упругости для многослойных сред (определение напряженного состояния при заданной нагрузке на границе) с помощью интегральных преобразований Фурье и Ханкеля.

В этом контексте интегральные преобразования Фурье одним из первых использовал И.Г. Альперин [9] для определения поля напряжений упругой полуплоскости, состоящей из n слоев, трение между которыми отсутствует; последний слой простирается до бесконечности. Решение

строится для каждого слоя и выражается через бигармонические функции напряжений φ_i ($i = 0 \dots n-1$) :

$$\varphi_i(x, y) = \int_0^{\infty} (A_i(\alpha)ch(\alpha y) + B_i(\alpha)sh(\alpha y) + yC_i(\alpha)ch(\alpha y) + yD_i(\alpha)sh(\alpha y)) \cos(\alpha x) d\alpha$$

Функции A_i, B_i, C_i, D_i выражаются через A_0, B_0, C_0, D_0 с помощью рекуррентных соотношений. Граничные условия и условия непрерывности на границе последнего бесконечного слоя дают систему из четырех функциональных уравнений (относительно A_0, B_0, C_0, D_0). Трудности использования этого алгоритма связаны с представлением функций A_i, B_i, C_i, D_i через A_0, B_0, C_0, D_0 при больших значениях i и, следовательно, с громоздкостью получающейся системы уравнений, что при расчетах затрудняет исследование процессов сходимости.

В работе Г.С. Шапиро [90] рассматривается осесимметричная задача для многослойной плиты. Используя интегральные преобразования Ханкеля, автор получил точное решение задачи. Функция напряжений $\varphi_i(r, z)$ ($i = 0 \dots n$) представляется как:

$$\varphi_i(r, z) = \int_0^{\infty} ((A_i(\alpha) + zB_i(\alpha))e^{-\alpha z} + (C_i(\alpha) + zD_i(\alpha))e^{\alpha z}) I_0(\alpha r) d\alpha$$

Использование заданных граничных условий приводит к системе $4n$ уравнений относительно функций $A_i(\alpha), B_i(\alpha), C_i(\alpha), D_i(\alpha)$ и переменной α . Решение системы и вычисление несобственных интегралов по α дает нужный результат, что и было показано автором на примере решения задачи для одного слоя, лежащего без трения на жестком основании и нагруженном на верхней границе равномерным давлением, распределенным внутри круга [91].

В работе Р.М. Раппопорт [66] для двухслойного полупространства решены осесимметричная задача Буссинеска и плоская задача Фламана с

помощью интегральных преобразований Ханкеля и Фурье соответственно. На границе раздела сред равенство нормальных и касательных напряжений удовлетворяются тождественно благодаря соответствующему подбору вида функций напряжений для слоев.

Позже тем же автором [67-69] был развит метод послойного решения плоской и осесимметричной задач теории упругости для полупространства с произвольным числом слоев, суть которого состоит в решении системы из $2(n-1)$ уравнений относительно трансформант Фурье или Ханкеля нормальных и касательных напряжений при известных значениях этих трансформант на верхней и нижней границах. Далее задача решается послойно. В работах приведены результаты расчетов для случаев двух- и трехслойных оснований.

В.И. Петришиным и А.К. Приварниковым [61] решалась осесимметричная задача для многослойного основания. Суть решения состоит в использовании специальных рекуррентных соотношений для определения трансформант интегрального преобразования Ханкеля (нормальных и касательных напряжений и перемещений) на границах между слоями через известные трансформанты напряжений и перемещений на граничной плоскости плиты. Показана конструктивная разрешимость задачи для многослойной плиты, когда на ее внешней поверхности задана нормальная и касательная нагрузка, а на нижней поверхности обращаются в нуль перемещения. Этот подход был развит в других работах [62, 63] тех же авторов.

Существенным вкладом в развитие методов интегральных преобразований для решения пространственной и плоской задачи теории упругости в случае однородного слоя явилась монография Я.С. Уфлянда [88], в которой наряду с методами приведены также и решения многих частных задач.

В монографии В.С. Никишина и Г.С. Шапиро [60] метод решения осесимметричной задачи для многослойных плит на основе преобразований

Ханкеля, предложенный Шапиро [90], распространен на многослойные плиты и многослойное полупространство. Существенно, что изложен алгоритм получения результатов с помощью численных расчетов и проведен анализ применимости используемых методов вычислений. В качестве примера использования алгоритма решен ряд задач для разного количества слоев. Также в этой монографии предложен метод решения пространственных задач для многослойных сред, на верхнюю границу которых действуют нормальные и касательные силы. Метод базируется на использовании двойных интегральных преобразований Фурье и охватывает класс задач, допускающих построение единственной бигармонической функции для каждого слоя. В качестве примера приведено решение одной частной пространственной задачи о нормальном нагружении многослойной плиты.

Метод решения первой основной задачи теории упругости с помощью интегральных преобразований имеет то преимущество, что на его основе возможно решение смешанных задач, в частности, контактной задачи о взаимодействии индентора со слоистой средой. Так, в работах А.П. Макушкина [53-56] рассматривается контакт жесткого сферического индентора и двухслойного основания. Если в первой из этих работ при исследовании контакта индентора с полимерным слоем предполагается распределение давления по Герцу на неизвестной площадке контакта, которая определяется путем итераций, то в последующих работах распределение давления определяется в процессе решения задачи. Давление находится в виде кусочно-постоянной функции при делении области контакта на большое количество подобластей. Хотя целью автора являлось определение контактных характеристик и, далее, напряженно-деформированного состояния двухслойного основания с более мягким верхним слоем, предложенный метод решения контактных задач может быть распространен и на другие случаи.

Подобным методом пользовались также Као и Кир (С.Н. Куо, L.M. Keer) [124], построившие решение осесимметричной задачи о контакте

жесткого индентора с упругим основанием, состоящим из произвольного количества жестко скрепленных друг с другом слоев. В работе приведены результаты расчетов, полученные для одного слоя, скрепленного с более мягким основанием, при разных значениях толщины слоя.

Одними из последних в данном направлении являются работы В.И. Фабриканта [106, 107], развивавшего методы решения контактных задач теории упругости для многослойных трансверсально-изотропных сред в условиях полного сцепления между слоями. Автору удалось аналитически получить определяющие соотношения, но дальнейшей численной реализации этих соотношений не последовало.

Следует отметить, что все постановки задач для слоистых сред, рассмотренные выше, предполагают либо условие отсутствия трения (нулевые касательные напряжения) на границах раздела слоев, либо условия полного сцепления, которое характеризуется равенством касательных напряжений на границах раздела слоев. В то же время, понятие степени сцепления покрытия с подложкой является важным при описании существующих систем покрытие-подложка, являющихся предметом многочисленных трибологических исследований [70, 120]. Экспериментально доказано, что степень сцепления существенно влияет на распределение напряжений в покрытии и подложке, а также на характер разрушения покрытия.

Работы ученых-механиков в этом направлении крайне немногочисленны. В.В. Можаровский и В.Е. Старжинский [57] предложили метод решения контактной задачи для полосы, дискретно сцепленной с основанием (число разрезов на границе раздела конечно). В.М. Александровым и В.В. Клиндуховым [6] рассмотрены осесимметричные контактные задачи для двухслойного упругого основания, где свойства границы раздела моделировались наличием между слоями твердой либо мягкой прослойки, для решения задачи использовались асимптотические методы.

Более многочисленны работы, посвященные исследованию упругих тел, ослабленных системой внутренних дефектов. Остановимся здесь на тех из них, в которых разрабатываются методы, позволяющие исследовать контактные задачи для упругих тел с системой дефектов. В работах И.Г. Горячевой и И.В. Фельдштейна [29, 117] рассмотрена система дефектов, локализованная вблизи некоторой внутренней поверхности области, занимаемой упругим телом. Введение характеристик дефектного слоя, которые интегрально описывают его поведение при деформировании, позволяет свести постановку задачи к формулировке условий сопряжения на данной внутренней поверхности. Подобный подход может быть использован для определения напряжений на некотором расстоянии от системы дефектов, в том числе и для решения контактной задачи. Для одного частного вида дефектов показано, что вместо системы дефектов при решении контактной задачи можно рассматривать слой, характеризующийся сдвиговой и нормальной податливостью, между которыми установлена связь. Похожим методом гомогенизации свойств системы дефектов пользовался Л. Кир (L. Keer) [123, 138].

Другой важной особенностью фрикционного контакта является наличие неровностей на взаимодействующих поверхностях. По типу микрогеометрии можно разделить поверхности на две группы, которые объединены общим признаком – дискретным характером контактирования: поверхности с регулярным микрорельефом (как правило, специально созданным) и шероховатые поверхности.

Если каким-либо образом определена форма поверхности $f(x, y)$, возможно численное решение контактной задачи [73], причем точность зависит от возможностей вычислительной техники и качества измерений. Результаты, очевидно, носят частный характер. Кроме того, они становятся непригодными при изменении формы, например, в процессе поверхностного разрушения (изнашивания).

Периодические контактные задачи являются одним из способов моделирования шероховатости. Плоская периодическая контактная задача для синусоидального штампа и упругого однородного основания рассмотрена в монографии И.Я. Штаермана [92]. Решение плоской периодической задачи для системы штампов с учетом сил трения приведено в работах Е.А. Кузнецова и Г.А. Гороховского [45-49], где также есть подробный анализ напряженно-деформированного состояния приповерхностных слоев. В работе [36] рассмотрена периодическая контактная задача для поверхности, имеющей синусоидальную волнистость в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

Подобные модели позволяют в некоторых случаях получить аналитические зависимости для контактных характеристик и проанализировать влияние множественности взаимодействий для поверхностей с регулярным рельефом. Ограниченность результатов связана с одноуровневостью модели и невозможностью проанализировать влияние дискретности в областях с большим градиентом давления.

Широкое распространение при расчетах контактных характеристик шероховатых поверхностей нашла модель Гринвуда-Вильямсона [118]. Суть модели состоит в следующем: неровности моделируются набором сфер одинаковой кривизны с заданным распределением по высоте, связь контактного давления с деформацией неровностей определяется соотношением Герца, учитывается число неровностей на единицу площади, их форма и распределение по высоте. Решение задачи сводится к системе интегральных уравнений для определения давлений в области контакта и осуществляется численно при помощи итерационной процедуры. При существенных достоинствах модели – определении сближения, номинального и фактического давления и области контакта, она не учитывает взаимного влияния отдельных неровностей. Развитию теории Гринвуда-Вильямсона посвящены работы Н.Б. Демкина [33, 34], а также Н.Б. Демкина и В.В. Измайлова [35]. В этих исследованиях рассмотрены упругие

и упруго-пластические задачи для шероховатых тел, а параметры модели связаны с характеристиками шероховатости, принятыми в инженерных науках для описания шероховатых поверхностей.

Пространственные задачи для системы цилиндрических или сферических штампов с учетом их взаимного влияния исследованы в работах И.Г. Горячевой [17], И.Г. Горячевой и М.Н. Добычина [21, 22]. Предположение о сохранении круговой формы пятна фактического контакта, а также замена действия штампов, отличных от рассматриваемого, сосредоточенными силами, позволило свести задачу к системе алгебраических уравнений. Данная модель позволила исследовать влияние характера расположения штампов (плотности контакта) на распределение нагрузок между ними для системы штампов одинаковой и различной высоты. Поскольку порядок системы уравнений соотносим с количеством неровностей, эта модель хороша для случая не очень большого количества областей контакта. Позднее И.Г. Горячевой [19, 20, 113] был использован принцип локализации, состоящий в том, что как дискретные единицы рассматриваются неровности, ближайšie к произвольно выбранной, действие остальных заменяется приложенной распределенной нагрузкой. Подобный подход позволил на примере периодических контактных задач для одноуровневой и разноуровневой систем инденторов изучить вопрос взаимного влияния инденторов и насыщенности контакта. Периодическая контактная задача также использовалась при решении двухуровневой контактной задачи (внедрение шероховатого индентора) для определения контактных характеристик на макро-уровне с учетом параметров микро-геометрии.

В последнее время в связи с развитием технологии нанесения тонких покрытий повысился интерес к исследованию контактных задач для слоистых тел с учетом шероховатости их поверхностей. Это связано с тем, что при толщине покрытий, сравнимой с размерами единичной области контакта неровности, параметры микро-геометрии оказывают существенное

влияние на места концентрации напряжений в приповерхностных слоях и, следовательно, на характер разрушения покрытий.

Одним из первых исследований в этом направлении является работа [52], где шероховатости моделируются сферическими сегментами, расположенными на разных уровнях. При расчете контактного взаимодействия сфер и полимерного покрытия предполагается, что контактные давления распределены по Герцу, а взаимное влияние неровностей не учитывается. Исследуются упругие и упруго-пластические деформации полимерного слоя.

Приближенный подход к определению контактных характеристик шероховатых тел при наличии покрытий предложен в работе [128]. Суть его состоит в применении модели Гринвуда-Вильямсона к определению контактных характеристик тел с мягкими покрытиями путем введения корректирующих множителей. Значения этих множителей определяется из решения осесимметричной задачи для сферы и упругого полупространства с покрытием при определенном соотношении модулей упругого покрытия и основания [98, 99]. Таким образом, одним из существенных недостатков развитого в [128] приближенного подхода является неучет взаимного влияния микроконтактов при расчете контактных характеристик.

Численное решение плоской задачи о контакте жесткого индентора с двухслойным шероховатым телом, профиль поверхности которого близок к реальному (используется снятая с поверхности профилограмма), приведено в работе Коула и Сейлза (S.J. Cole, R.S. Sayles) [100]. Подобная задача решается в работе [135], но, в отличие от предыдущей работы, шероховатым является контр-тело. В этих работах на основе интегральных преобразований Фурье по профилограмме строятся численные расчеты, дающие в результате контактные характеристики и напряженно-деформированное состояние. Однако эти результаты носят ограниченный характер, поскольку задача рассмотрена в плоской постановке и только для заданного профиля поверхности; из-за случайного характера распределения шероховатостей из

решения трудно проанализировать влияние параметров микро-геометрии. Позднее подобный подход был распространен и на пространственные задачи без трения [130] и с трением [131], в результате в [131] показано, что влиянием трения при решении контактной задачи можно было пренебречь, а использование результатов профилографирования поверхностей затруднило анализ влияния параметров микро-геометрии на характеристики контакта на микро-уровне.

Наличие микро-геометрии при фрикционном контакте приводит к многоцикловому нагружению материала при скольжении; одним из результатов подобного циклического воздействия является разрушение тонких приповерхностных слоев материала по усталостному механизму.

Контактная усталость при фрикционном нагружении – тип разрушения поверхностных слоев материала, обусловленный накоплением поврежденности при циклическом нагружении. На микро-уровне при контакте шероховатых поверхностей накопление поврежденности приводит к усталостному изнашиванию. На макроуровне возникают трещины, идущие с поверхности вглубь материала, либо трещина инициируется под поверхностью, в последнем случае образуются выщербины на поверхности контакта. Разрушения усталостного типа характерны для условий трения качения и скольжения с малым значением коэффициента трения.

Первые исследования в области контактной усталости при качении были вызваны потребностью подшипниковой промышленности, которая в массовом масштабе производила подшипники качения. Образование характерных ямок на контактных поверхностях Пальмгрен (A. Palmgren) [132] связывал с явлением усталости при качении. В знакопеременном нагружении материала при качении он увидел полную аналогию с усталостным механизмом разрушения. Малые и весьма устойчивые по глубине размеры выщербин натолкнули его на мысль, что причиной разрушения являются максимальные касательные напряжения, возникающие под поверхностью контакта. Он полагал, что долговечность по этому виду

разрушения (на основе опытов по объемной усталости) обратно пропорциональна степенной функции напряжений. Помимо подобного подхода, оправдавшего себя при исследовании подшипниковых сталеи, существуют и другие модели, учитывающие, например, максимальные значения растягивающих напряжений, температурный фактор и т.д. В случае контактно-усталостного механизма разрушения покрытий (например, в подшипниках качения) выкрашивание чаще всего происходит с границы раздела покрытия с подложкой; подробный обзор работ на эту тему приведен в работе Эрдемира (A. Erdemir) [105], а также в работе [136] коллектива исследователей из США.

Усталостный износ является одним из видов контактной усталости, которая имеет место на микроуровне. И.В. Крагельский впервые предположил, что усталость поверхностного слоя при упругом взаимодействии близка по своей природе к многоцикловоу усталости – объемному свойству материала [42].

Основными этапами моделирования контактно-усталостных повреждений являются: выбор критериев образования и развития поверхностных или подповерхностных трещин; расчет полей напряжений и температур в подповерхностном слое; расчет накопления поврежденности в нем; определение наиболее вероятного места зарождения трещины; описание развития трещины. При моделировании используются методы и модели механики контактного взаимодействия и механики разрушения [20].

Для определения процесса накопления поврежденности в подповерхностном слое материала часто используется феноменологический подход, включающий в себя выбор модели, описывающей процесс накопления повреждений; построение алгоритма расчета полей напряжений, температур в подповерхностном слое, а также других характеристик, входящих в функцию скорости накопления повреждений; проведение расчетов с учетом параметров реальных материалов и анализ результатов. Такой подход применим к исследованию как поверхностного разрушения,

так и разрушения внутри тела. При этом следует отметить, что объемные прочностные свойства материалов и свойства поверхностных слоев могут как совпадать [43], так и отличаться. Существуют разные физические подходы к моделированию поврежденности, в которых скорость накопления поврежденности рассматривается как функция напряжений в данной точке, температуры и других параметров, в зависимости от механизма разрушения, вида материала и т.д. Важным параметром является начальная поврежденность материала; в случае однородных материалов она может быть постоянной, не зависящей от координаты, в том числе и нулевой, либо монотонно меняться; в случае композитов начальная поврежденность может меняться скачкообразно, например, значительная начальная поврежденность может быть локализована на границе раздела покрытия с подложкой.

Контактно-усталостные разрушения принято связывать с растягивающими либо максимальными касательными напряжениями, их абсолютными значениями либо амплитудой напряжений в рамках одного цикла нагружения. Одной из возможных моделей для исследования контактной усталости является модель линейного суммирования повреждения [43, 112] (в каждый момент времени приращение поврежденности не зависит от величины накопленной поврежденности), при этом считается, что скорость накопления усталостных повреждений связана с амплитудным значением максимальных касательных напряжений в рассматриваемой точке степенной зависимостью.

В [41] приведены примеры использования экспериментальных методов определения параметров материала в подобных степенных зависимостях, описывающих накопление поврежденности, при этом использованы результаты испытания на усталость различных материалов, в том числе подшипниковых сталей.

В случае, когда накопление контактно-усталостных повреждений не является единственным механизмом разрушения поверхностных слоев материалов, но имеет место также изнашивание (адгезионное, абразивное и

проч.), необходимо учитывать этот фактор при исследовании процесса накопления повреждений. В работах [82, 114] приведены результаты расчетов, анализ которых позволяет сделать вывод, что наличие поверхностного изнашивания для однородных упругих тел приводит либо к тому, что повреждения не успевают накапливаться, либо к замедлению процесса накопления повреждений. Таким образом, накопление поврежденности и изнашивание являются конкурирующими механизмами разрушения поверхностных слоев однородных материалов. В случае, когда в материале имеются дефекты – концентраторы напряжений, именно они являются зоной вероятного разрушения, и удаление поверхностных слоев материалов вследствие изнашивания не всегда замедляет накопление поврежденности вблизи дефектов.

Помимо испытаний по контактно-усталостной долговечности в моделировании могут быть использованы результаты объемных испытаний материалов в условиях циклического растяжения-сжатия, верчения и изгиба. Существует большое количество моделей [12], позволяющих связать сложное напряженное состояние, реализуемое в условиях контактного взаимодействия, с результатами данных испытаний на малоцикловую усталость, в том числе и модели, учитывающие процессы накопления поврежденности [125-127]. В работе [12] приведены результаты для двух моделей многоосного усталостного нагружения, которые иллюстрируют важность правильного выбора модели и необходимость ее дополнительной верификации.

Усталостное изнашивание практически всегда имеет место при фрикционном взаимодействии поверхностей. Экспериментально установлено [43], что при усталостном изнашивании частицы отделяются от поверхности в дискретные моменты времени и размер частицы сравним с диаметром единичного пятна контакта. Усталостный износ преимущественно имеет место при упругом характере контактирования. В то же время он является

сопутствующим при других видах износа (например, при адгезионном и абразивном изнашивании).

Моделирование усталостного износа на микроуровне должно включать в себя решения задач механики контактного взаимодействия, при постановке которых принимается во внимание макро- и микро-геометрия взаимодействующих тел, неоднородность механических свойств поверхностных слоев, а также неоднородность температурного поля, и задач механики разрушения, используемых для описания отделения с поверхности частиц материала. Выбор критерия разрушения является наиболее сложным этапом моделирования, поскольку процессы, вызывающие отделение частиц, могут иметь различную природу. Тип износа зависит от материалов пары трения, условий нагружения, кинематики, наличия и природы смазки и других обстоятельств. Однако есть ряд общих свойств, которые отличают разрушение поверхности в условиях фрикционного контакта. Прежде всего, вблизи пятен фактического контакта шероховатых тел имеет место высокая концентрация напряжений, определяемая характером нагружения, микрогеометрией тел, коэффициентом трения и т.д. Фрикционное тепловыделение на пятнах фактического контакта приводит к значительному росту температуры в поверхностном слое. Наконец, вследствие миграции пятен фактического контакта при относительных перемещениях поверхностей происходит циклическое изменение полей напряжений и температур в приповерхностном слое.

В работах И.Г. Горячевой и О.Г. Чекиной проведены исследования процесса усталостного изнашивания на базе одномерной модели накопления поврежденности в поверхностном слое (модель отслаивания) [20, 31, 112], а также на базе модели, основанной на термокинетической теории прочности [65] и позволяющей воспроизвести многократное отделение частиц износа и изменение микрогеометрии поверхностей в зависимости от геометрических характеристик контактирующих тел, механических и теплофизических параметров материалов и условий нагружения [32].

Некоторые из рассмотренных выше исследований явились основой данной диссертационной работы в части использования и развития предложенных авторами методов. Физическое описание процессов, происходящих при трении тел с покрытиями, содержащееся в других работах, позволило сформулировать некоторые задачи, решенные автором.

Целью работы является развитие направления механики фрикционного взаимодействия упругих тел с покрытиями, включающее постановки задач фрикционного контакта, совершенствование и адаптацию существующих методов механики контактного взаимодействия и механики разрушения, применение этих методов для анализа процессов, происходящих при трении тел с покрытиями, в том числе для ряда материалов – объектов экспериментального исследования.

Актуальность работы связана с широким распространением покрытий для модификации узлов трения. Созданию новых материалов покрытий и методик их тестирования в условиях трения посвящены два крупных международных журнала, регулярно проводятся конференции с соответствующими секциями. В то же время численные методы, преимущественно используемые для моделирования фрикционного взаимодействия тел с покрытиями, для целого спектра задач целесообразно заменить численно-аналитическими методами, которые развиваются в рамках данной работы и адаптируются для нужд трибологических исследований.

Методы исследования. При исследовании фрикционного контакта тел с покрытиями были использованы методы, основанные на решении первой основной задачи теории упругости с помощью интегральных преобразованиях Ханкеля и Фурье для многослойных сред, которые были модифицированы для случая неполного сцепления слоев. Для решения задач о контакте с неизвестной границей использовались методы граничных элементов и итераций. Использование метода локализации, предложенного И.Г. Горячевой для решения периодических задач о контакте однородных

упругих тел, потребовало в случае слоистых тел, наряду с некоторым упрощением, перехода от преимущественно аналитического к численно-аналитическому методу решения задачи. При моделировании контактно-усталостного изнашивания покрытий использовались методы и подходы механики разрушения применительно к условиям сложного напряженного состояния, возникающего при контактном взаимодействии тел с покрытиями.

Научная новизна работы заключается в постановке и решении ряда новых задач механики контактного взаимодействия для слоистых сред в условии неполного сцепления слоев для единичного контакта, в том числе с пригрузкой, а также для периодической контактной задачи и задачи о контакте с учетом шероховатости одного из взаимодействующих тел. Изучены особенности напряженного состояния слоистых тел в условиях фрикционного нагружения, что позволило предсказать вероятный механизм разрушения покрытий. Модель усталостного изнашивания в результате накопления контактно-усталостных повреждений за счет циклического нагружения скользящими неровностями дала возможность описать различные явления, имеющие место при фрикционном взаимодействии: отделение слоев конечной толщины, поверхностное изнашивание и выкрашивание покрытия от границы раздела с подложкой.

Достоверность и обоснованность результатов. Результаты получены на базе использования и обоснованной модификации известных методов механики деформируемого твердого тела. Для некоторых предельных случаев (либо близких к предельным) проведено сопоставление с известными аналитическими решениями. В некоторых случаях оказалось возможным сопоставить результаты расчетов с экспериментальными данными.

Практическая значимость работы состоит в возможности использовать результаты для оптимизации механических свойств покрытий и их толщины в пределах, допускаемых технологией, по критерию минимизации напряжений, ответственных за разрушение покрытий. Также показано, что разработанные методы решения контактных задач могут быть

использованы для идентификации упругих свойств относительно жестких однородных покрытий по результатам индентирования, что особенно важно для новых материалов, существующих только в качестве покрытий.

Апробация результатов исследования. Основные результаты диссертации опубликованы в ведущих журналах, рекомендованных ВАК [24, 25-27], [77-81], а также в международных рецензируемых изданиях [101, 115, 116, 137]. Все основные результаты работы были предметом докладов и обсуждений более чем на 20 российских и международных конференциях и симпозиумах по механике деформируемого твердого тела и трибологии, таких как:

7-th EUROMECH Solid Mechanics Conference, Лиссабон, Португалия, 7-11 сентября, 2009;

12-th International Conference on Fracture, Оттава, Канада, 12-17 июля, 2009;

4-ая Европейская конференция по вычислительной механике (ECCM 2010), Париж, Франция 16-21 мая, 2010;

X Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Нижний Новгород, 24-30 августа, 2011;

International Tribology Conference 2011, Хиросима, Япония, 29 октября-3 ноября, 2011;

European conference on fracture (ECF 19), Казань, 27-31 августа, 2012;

5th World Tribology Congress, Турин, Италия, 08-13 сентября, 2013;

Международный симпозиум по контактной механике (CMIS 2014), Абу-Даби, ОАЭ, 2-6 февраля, 2014.

Структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы.

Первая глава работы содержит постановку и метод решения задачи об осесимметричном нагружении двухслойного упругого полупространства при неполном сцеплении слоев с уточненными условиями на границе раздела, учитывающими влияние горизонтальных смещений слоев на границе на вертикальные перемещения; показано, в каких случаях этими условиями

можно пренебречь. Изложена постановка и метод решения осесимметричной контактной задачи для гладкого индентора и многослойного упругого полупространства при неполном сцеплении слоев и при наличии пригрузки. Описан метод определения напряженного состояния в покрытиях при фрикционном нагружении (пространственная задача). С помощью разработанных методов рассмотрен ряд задач о контакте инденторов и покрытий с трением и без трения, для случаев полного и неполного сцепления между слоями, с разным количеством слоев. Некоторые задачи связаны с объектами трибологических исследований, что позволило сопоставить результаты расчетов с экспериментальными данными. Предложен и опробован метод определения механических свойств однородных относительно жестких покрытий по результатам упругого индентирования.

Вторая глава содержит постановку и метод решения периодической контактной задачи для системы осесимметричных инденторов и двухслойного упругого полупространства. Проанализировано влияние плотности расположения неровностей на поверхности контр-тела на решение контактной задачи и функцию дополнительного смещения (смещение единичного индентора в зависимости от среднего давления на период). Предложена постановка и метод решения двухуровневой контактной задачи, моделирующей взаимодействие тела с покрытием и шероховатого контр-тела. Метод основан на использовании при формулировке контактной задачи на макро-уровне функции дополнительного смещения, полученной при решении периодической контактной задачи. Подобная идеология применялась также при исследовании контактного взаимодействия гладкого индентора и шероховатого двухслойного упругого полупространства. Предложен метод решения, позволяющий рассчитать макро-характеристики контактного взаимодействия.

Третья глава посвящена моделированию контактно-усталостного разрушения двухслойного упругого полупространства. Для единичного

контакта индентора и тела с покрытием в условиях многоциклового нагружения исследована зависимость скорости накопления контактно-усталостных повреждений в двухслойном полупространстве от степени сцепления слоев. Поставлена и решена задача об определении распределения напряжений в покрытии и подложке при множественном фрикционном нагружении. Использована модель накопления поврежденности, зависящей от амплитуды максимальных касательных напряжений. Исследована кинетика накопления контактно-усталостных повреждений в подповерхностных слоях за счет циклического нагружения периодической системой неровностей. Моделируется изменение толщины покрытия за счет усталостного изнашивания, причем рассматриваемый механизм лежит в основе трех процессов: отделения слоев конечной толщины, изнашивания покрытий, отделения покрытия от подложки. Исследовано влияние поверхностного изнашивания, имеющего механизм, отличный от усталостного, на процесс накопления контактно-усталостных повреждений.

Заключение содержит основные результаты диссертации.

Количество страниц в диссертации – 251, в том числе иллюстраций – 117, таблиц – 6.

Автор выражает большую признательность академику И.Г. Горячевой, которая инициировала начало исследований и оказывала автору постоянную поддержку в ходе их выполнения.

Глава 1.

Контакт гладкого индентора и многослойного упругого полупространства с усложненными условиями на границе раздела слоев.

В данной главе для случая осесимметричного нагружения двухслойного упругого полупространства исследуется влияние неполного сцепления слоев на внутренние напряжения. Рассматривается постановка и метод решения контактной задачи для гладкого осесимметричного индентора и двухслойного либо многослойного упругого полупространства с усложненными условиями на границе раздела слоев. Рассматриваются случаи наличия пригрузки на границе полупространства и наличия либо отсутствия сил трения в области контактного взаимодействия.

1.1 Задача об осесимметричном нагружении двухслойного упругого полупространства при неполном сцеплении слоев (уточненная постановка на границе раздела).

В данной части работы рассматриваются условия на границе раздела упругого слоя и упругого полупространства, допускающие относительное проскальзывание граничных точек, связанное с неполным сцеплением покрытия и полупространства. Одной из целей исследования является изучение степени влияния относительного проскальзывания на напряженное состояние в слое и полупространстве.

Постановка задачи.

Рассматривается упругий слой толщины H , лежащий на упругом полупространстве и нагруженный давлением $p(r)$ внутри круговой области радиуса a , $r \leq a$ (рис. 1.1).

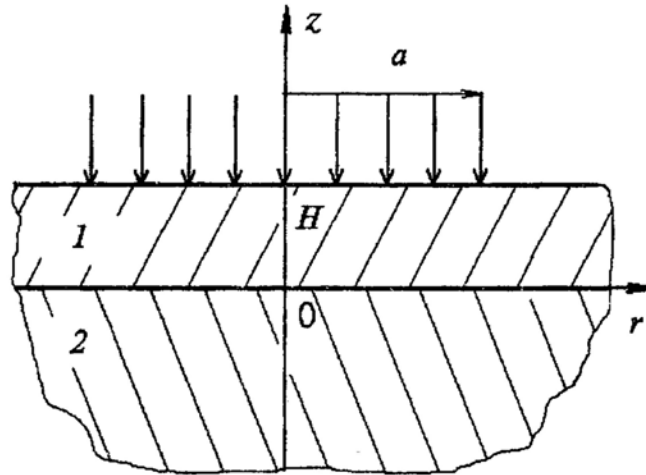


Рис. 1.1 Схема осесимметричного нагружения двухслойного упругого полупространства

На границе раздела упругого слоя и упругого полупространства имеют место следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} \sigma_z^{(1)} &= \sigma_z^{(2)}, \\ \tau_{rz}^{(1)} &= \tau_{rz}^{(2)} = \frac{1}{k_1} (u_r^{(1)} - u_r^{(2)}), \\ w^{(1)} (r + u_r^{(1)}) &= w^{(2)} (r + u_r^{(2)}) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь $\sigma_z^{(i)}, \tau_{rz}^{(i)}, u_r^{(i)}, w^{(i)}$ – компоненты тензора напряжений и перемещения в слое ($i=1$) и полупространстве ($i=2$). Условия (1.1) допускают относительное проскальзывание в радиальном направлении точек слоя $u_r^{(1)}$ и полупространства $u_r^{(2)}$ на границе раздела. Поскольку тангенциальные напряжения направлены против проскальзывания,

коэффициент $k_1 \geq 0$. При $k_1 = 0$ соотношения (1.1) совпадают с условиями полного сцепления слоя и основания:

$$\begin{aligned} \sigma_z^{(1)} &= \sigma_z^{(2)}; \tau_{rz}^{(1)} = \tau_{rz}^{(2)}; \\ u_r^{(1)} &= u_r^{(2)}; w^{(1)} = w^{(2)} \end{aligned} \quad (1.2)$$

При $k_1 \rightarrow \infty$ соотношения (1.1) соответствуют случаю, когда слой лежит без трения на упругом полупространстве:

$$\begin{aligned} \sigma_z^{(1)} &= \sigma_z^{(2)}; \tau_{rz}^{(1)} = \tau_{rz}^{(2)} = 0; \\ w^{(1)}(r + u_r^{(1)}) &= w^{(2)}(r + u_r^{(2)}). \end{aligned} \quad (1.3)$$

На верхней границе упругого слоя рассмотрены условия осесимметричного нагружения известным давлением $p(r)$:

$$\begin{aligned} \sigma_z^{(1)} &= -p(r), & 0 \leq r \leq a, \\ \sigma_z^{(1)} &= 0, & a < r < \infty, \\ \tau_{rz}^{(1)} &= 0. & 0 \leq r < \infty \end{aligned} \quad (1.4)$$

Метод решения

Преобразуем последнее соотношение в граничных условиях (1.1), разложив функции $w^{(i)}(r + u_r^{(i)})$ в ряд и отбросив члены, начиная со второго порядка малости по $u_r^{(i)}$:

$$w^{(1)}(r) - w^{(2)}(r) = \tilde{w}(r), \quad (1.5)$$

где

$$\tilde{w}(r) = -u_r^{(1)} \frac{\partial w^{(1)}(r)}{\partial r} + u_r^{(2)} \frac{\partial w^{(2)}(r)}{\partial r} \quad (1.6)$$

Соотношение (1.6) совпадает с условиями полного сцепления при $\tilde{w}(r) = 0$.

В общем случае функция $\tilde{w}(r)$ неизвестна, что не позволяет применить для решения задачи прямую процедуру сведения ее к линейным системам функциональных уравнений, используя преобразования Ханкеля. Для решения задачи был применен итерационный процесс, схема которого изображена на рис. 1.2.

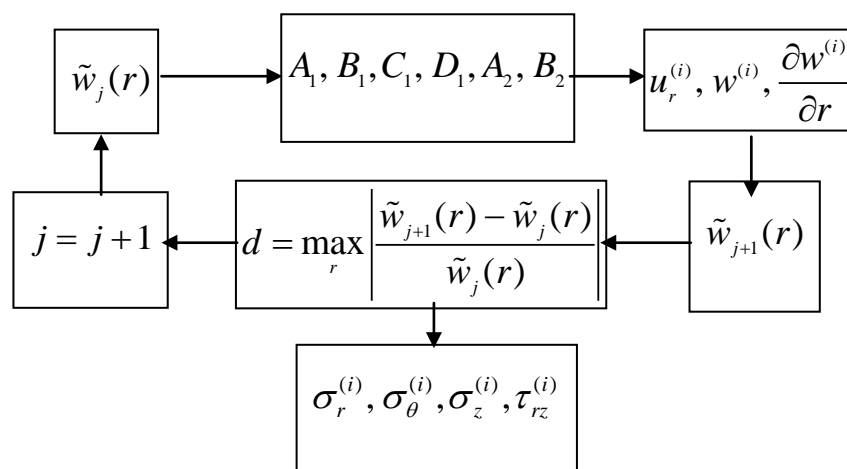


Рис. 1.2 Блок-схема решения задачи

Рассмотрим некоторый j -ый шаг, на котором известна функция $\tilde{w}_j(r)$. Тогда для определения осесимметричных полей напряжений и деформаций в двухслойном упругом теле имеем следующие соотношения при $z = 0$:

$$\begin{aligned} \sigma_z^{(1)} &= \sigma_z^{(2)}, \\ \tau_{rz}^{(1)} &= \tau_{rz}^{(2)} = \frac{1}{k_1} (u_r^{(1)} - u_r^{(2)}), \\ w^{(1)} - w^{(2)} &= \tilde{w}_j(r) \end{aligned} \tag{1.7}$$

Условия на верхней границе слоя имеют вид (1.4).

Для решения сформулированной выше граничной задачи применим интегральные преобразования Ханкеля [60]. Для этого представим напряжения и перемещения в форме Лява [51]:

$$\begin{aligned}
 \sigma_r^{(i)} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[\nu_i \Delta \varphi^{(i)} - \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial r^2} \right], \\
 \sigma_\theta^{(i)} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[\nu_i \Delta \varphi^{(i)} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi^{(i)}}{\partial r} \right], \\
 \sigma_z^{(i)} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[(2 - \nu_i) \Delta \varphi^{(i)} - \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial z^2} \right], \\
 \tau_{rz}^{(i)} &= \frac{\partial}{\partial r} \left[(1 - \nu_i) \Delta \varphi^{(i)} - \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial z^2} \right], \\
 u_r^{(i)} &= -\frac{1 + \nu_i}{E_i} \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial r \partial z}, \\
 w^{(i)} &= \frac{1 + \nu_i}{E_i} \left[(1 - \nu_i) \Delta \varphi^{(i)} - \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial z^2} \right].
 \end{aligned} \tag{1.8}$$

Здесь E_i и ν_i – модуль Юнга и коэффициент Пуассона, $\varphi^{(i)}(r, z)$ – бигармонические функции, которые для слоя и основания определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \varphi^{(1)}(r, z) &= \int_0^{+\infty} \left[(A_1(\beta) - zB_1(\beta))e^{\beta z/H} + (C_1(\beta) + zD_1(\beta))e^{-\beta z/H} \right] J_0(\beta r) d\beta, \\
 \varphi^{(2)}(r, z) &= \int_0^{+\infty} \left[(A_2(\beta) - zB_2(\beta))e^{\beta z/H} \right] J_0(\beta r) d\beta
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

Здесь $J_0(x)$ – функция Бесселя первого рода. Соотношения (1.4) и (1.7), выраженные с помощью (1.8) через бигармонические функции (1.9), позволяют свести задачу к системе шести линейных относительно функциональных коэффициентов $A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2$ уравнений вида:

$$M * A = Q, \tag{1.10}$$

$$A = \{A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2\},$$

$$Q = \{\bar{p}(\beta), 0, 0, 0, 0, 0\},$$

$$M = \begin{pmatrix} -1 & \tilde{v}_1 - \beta\lambda & e^{-\beta\lambda} & (\tilde{v}_1 + \beta\lambda)e^{-\beta\lambda} & 0 & 0 \\ 1 & 2v_1 + \beta\lambda & e^{-\beta\lambda} & (\beta\lambda - 2v_1)e^{-\beta\lambda} & 0 & 0 \\ -e^{-\beta\lambda} & \tilde{v}_1 e^{-\beta\lambda} & 1 & \tilde{v}_1 & 1 & -\tilde{v}_2 \\ e^{-\beta\lambda} & 2v_1 e^{-\beta\lambda} & 1 & -2v_1 & -1 & -2v_2 \\ e^{-\beta\lambda} & 2\tilde{v}_1 e^{-\beta\lambda} & -1 & 1 & -\tilde{\chi} - \beta k_1 & -\tilde{\chi} - 2v_2 \beta k_1 \\ -e^{-\beta\lambda} & e^{-\beta\lambda} & -1 & -2\tilde{v}_1 & \tilde{\chi} & -2\tilde{\chi} \tilde{v}_2 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\chi} = \frac{E_1(1+v_2)}{E_2(1+v_1)}, \quad \lambda = H/a, \quad \tilde{v}_i = 1 - 2v_i, \quad i=1,2$$

При этом функции $\tilde{w}_j(\rho)$ и $p(\rho)$ ($\rho = r/a$) представляются в виде

$$\begin{aligned} p(\rho) &= \int_0^{+\infty} \beta \bar{p}(\beta) J_0(\rho\beta) d\beta, \\ \tilde{w}_j(\rho) &= \int_0^{+\infty} \beta \bar{w}_j(\beta) J_0(\rho\beta) d\beta, \end{aligned} \tag{1.11}$$

где $\bar{p}(\beta)$ и $\bar{w}_j(\beta)$ – результат применения преобразования Ханкеля к функциям $\tilde{w}_j(\rho)$ и $p(\rho)$.

Система уравнений решалась с использованием системы компьютерной алгебры Maple, были получены аналитические соотношения для образов напряжений и перемещений. Искомые напряжения и перемещения в слое и полупространстве находились путем применения обратных интегральных преобразований. Проводилось численное интегрирование, полученные аналитические соотношения были переведены в коды языка программирования Fortran, затем была написана программа расчета интегралов с проверкой их сходимости.

По найденным значениям перемещений $w^{(i)}$ и $u_r^{(i)}$ на границе слоя и полупространства из (1.6) определялась функция $\tilde{w}_{j+1}(\rho)$. Значение функции

$\tilde{w}_{j+1}(\rho)$ использовалось на следующем шаге итерационного процесса в качестве правой части последнего соотношения (1.7). Итерационный процесс считался сошедшимся на j -ом шаге, если выполнялось следующее условие:

$$\max_r \left| \frac{\tilde{w}_{j+1}(r) - \tilde{w}_j(r)}{\tilde{w}_j(r)} \right| < \varepsilon \quad (1.12)$$

где ε – наперед заданная малая величина.

При численной реализации в качестве нулевого приближения использовалась функция $\tilde{w}_0(\rho) = 0$. Проведенные вычисления показали хорошую сходимость итерационного процесса при различных значениях параметров задачи. Как правило, количество итераций при $\varepsilon = 10^{-3}$ не превышало четырех.

После окончания итерационной процедуры с использованием полученной на последнем шаге функции вычислялись напряжения и перемещения внутри слоя и полупространства.

Результаты расчетов

При численных расчетах предполагалось, что давление, действующее на верхнюю границу слоя, равномерно распределено внутри круга радиуса a , т.е. $p(r) = p_0$.

На основании исследования задачи были выделены следующие безразмерные параметры:

$$\chi = E_1 / E_2, \lambda = H / a, \tilde{p}_0 = p_0 / E_2, \tilde{k} = a / (k_1 p_0), \quad (1.13)$$

а также коэффициенты Пуассона покрытия ν_1 и полупространства ν_2 , которые оказывают влияние на распределение безразмерных напряжений $\sigma_r^{(i)} / p_0, \sigma_\theta^{(i)} / p_0, \sigma_z^{(i)} / p_0, \tau_{rz}^{(i)} / p_0$ и безразмерных перемещений $u_r^{(i)} / a, w^{(i)} / a$ в слое и полупространстве. Параметр \tilde{k} характеризует степень сцепления покрытия с подложкой.

Прежде всего, был проведен анализ функции $\tilde{w}(\rho)$ при различных значениях параметра \tilde{k} для относительно твердых ($\chi > 0$) и относительно мягких ($\chi < 0$) покрытий. Результаты расчетов, представленные на рис. 1.3, позволяют сделать вывод, что при малых значениях \tilde{k} и λ и $\chi > 0$ функция $\tilde{w}(\rho)$ наиболее сильно отличается от нуля. В случае мягких покрытий ($\chi < 0$) небольшие отклонения функции $\tilde{w}(\rho)$ от нуля наблюдаются лишь при малых значениях \tilde{k} и λ .

Таким образом, приближенное условие $w^{(1)} = w^{(2)}$, которое обычно ставится на границе слоя и основания, с достаточной точностью выполняется в случае относительно мягких покрытий. Для относительно твердых и тонких покрытий при малых значениях \tilde{k} желательно использовать уточненное граничное условие, входящее в (1.1).

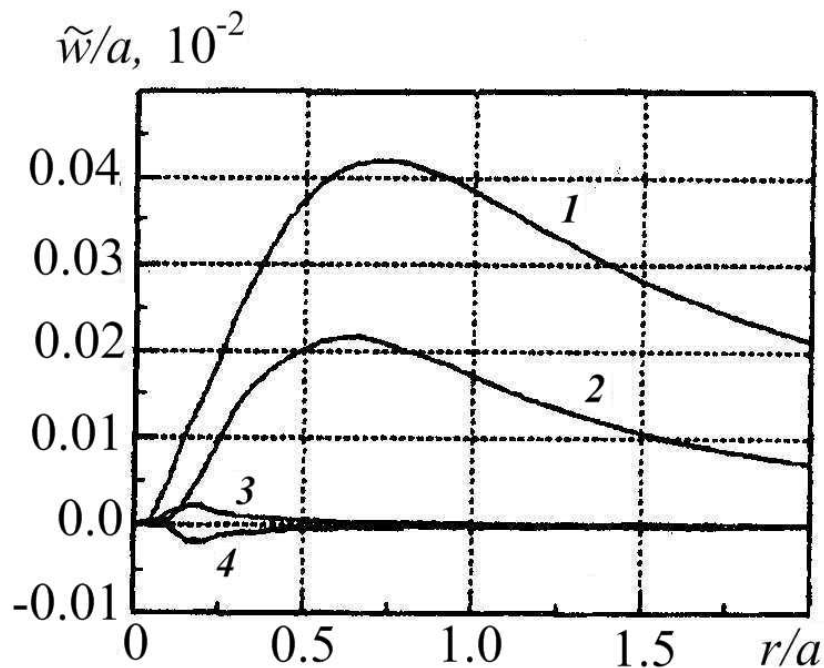


Рис.1.3 Функция $\tilde{w}(\rho)$: 1, 4 – $\lambda = 0.15$, $\tilde{k} = 0.01$; 2 – $\lambda = 0.15$, $\tilde{k} = 0.2$; 3 – $\lambda = 0.55$, $\tilde{k} = 0.01$; 1-3 – $\chi = 100$, $\tilde{p}_0 = 0.5$, $\nu_1 = 0.33$, $\nu_2 = 0.45$; 4 – $\chi = 0.05$, $\tilde{p}_0 = 0.02$, $\nu_1 = 0.45$, $\nu_2 = 0.33$

Относительное проскальзывание $(u_r^{(1)} - u_r^{(2)})/a$ точек слоя и полупространства на границе раздела для различных значений χ, λ, \tilde{k} представлено на рис. 1.4. Знак этой функции положителен в случае мягких покрытий и отрицателен для относительно твердых покрытий, при этом абсолютная величина проскальзывания возрастает с уменьшением параметра \tilde{k} . Результаты расчетов показали, что с увеличением толщины покрытия λ при $\chi < 0$ и постоянном \tilde{k} величина относительного проскальзывания в каждой точке сначала возрастает до некоторого максимального значения, зависящего от величины \tilde{k} , а затем убывает до нуля. Этот вывод иллюстрируется на рис. 1.4 кривыми 1-3.

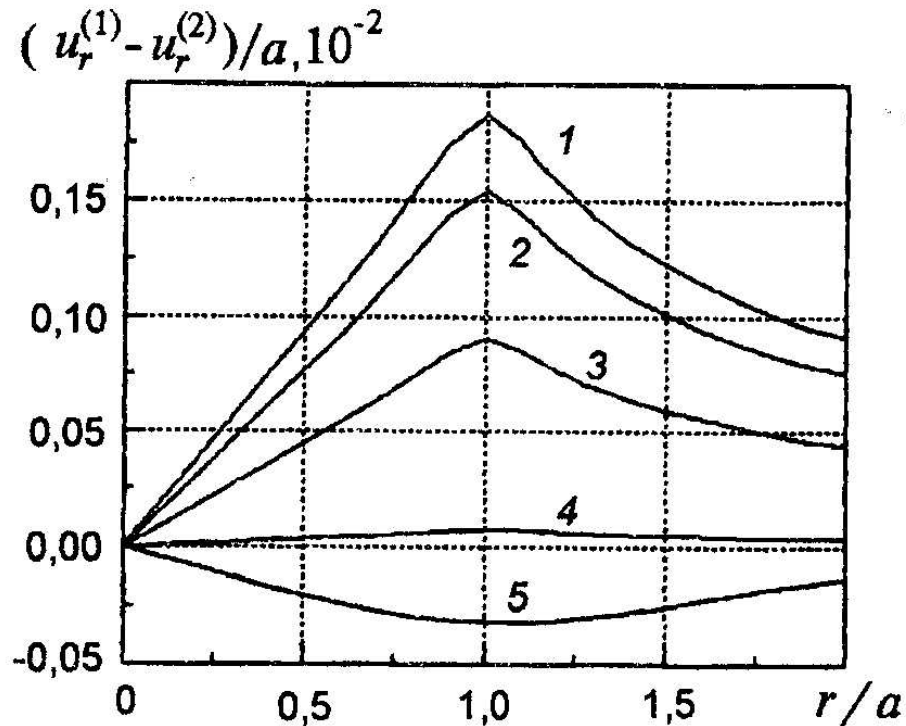


Рис.1.4 Относительное проскальзывание точек слоя и полупространства на границе раздела: 1 – $\lambda = 0.55$, $\tilde{k} = 0.01$; 2, 5 – $\lambda = 0.15$, $\tilde{k} = 0.01$;

3 – $\lambda = 1.2$, $\tilde{k} = 0.01$; 4 – $\lambda = 0.15$, $\tilde{k} = 0.5$;

1-4 – $\chi = 0.05$, $\tilde{p}_0 = 0.02$, $\nu_1 = 0.45$, $\nu_2 = 0.33$;

5 – $\chi = 100$, $\tilde{p}_0 = 0.5$, $\nu_1 = 0.33$, $\nu_2 = 0.45$

Подобную же зависимость имеет функция $\tau_{rz}^{(1)}$ на границе раздела $z=0$. На рис.1.5 представлены графики функции $\tau_{rz}^{(1)}$ для относительно твердых (кривые 1 и 1') и относительно мягких (кривые 2 и 2') покрытий одинаковой толщины. Кривые 1 и 2 соответствуют неполному сцеплению покрытия с полупространством, а кривые 1' и 2' практически совпадают с кривыми, рассчитанными для случая полного сцепления покрытия с подложкой. Результаты расчетов показывают, что при уменьшении степени сцепления покрытия с подложкой абсолютные значения функции $\tau_{rz}^{(1)}$ на границе раздела слоев также уменьшаются.

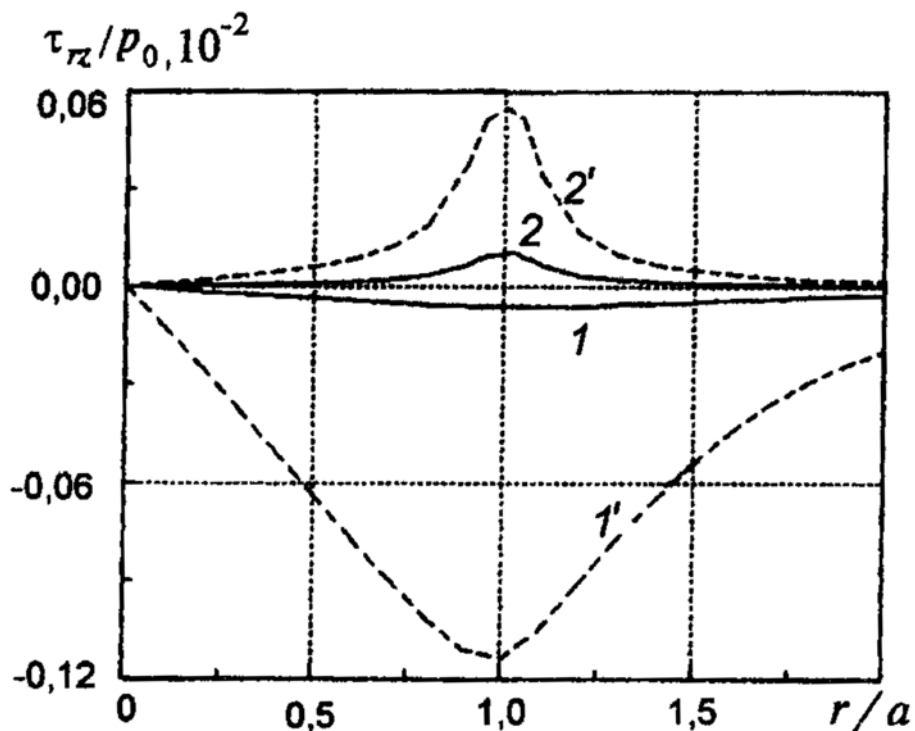


Рис.1.5 Функция $\tau_{rz}^{(1)}$ на границе раздела $z=0$: 1, 2 – $\tilde{k}=0.5$; 1', 2' – $\tilde{k}=10$; 1, 1' – $\chi=100$, $\lambda=0.15$, $\nu_1=0.33$, $\nu_2=0.45$; 2, 2' – $\chi=0.05$, $\lambda=0.15$, $\nu_1=0.45$, $\nu_2=0.33$

Анализ функции $\sigma_z^{(1)}(\rho)$ на границе раздела позволил установить, что в случае мягких покрытий поведение функции практически не зависит от параметра \tilde{k} (кривые 2 и 2' на рис. 1.6). В случае же относительно твердых

покрытий значения функции изменяются с изменением параметра \tilde{k} , особенно в области нагружения $\rho \leq 1$, где значения исследуемой функции в области неполного сцепления (рис. 1.6, кривая 1) превосходят ее значения при полном сцеплении. Следует также отметить, что за пределами области нагружения при $\rho > 1$ и $\chi > 1$ функция $\sigma_z^{(1)}(\rho)$ становится отрицательной. При этом максимальные по абсолютной величине значения функции увеличиваются при уменьшении степени сцепления покрытия с подложкой. Это обстоятельство может привести к отслаиванию покрытия, особенно в случае малых значений параметра \tilde{k} . Это значит, что нарушаются условия совместности перемещений на границе раздела твердого упругого слоя с упругим полупространством при отсутствии сцепления между ними.

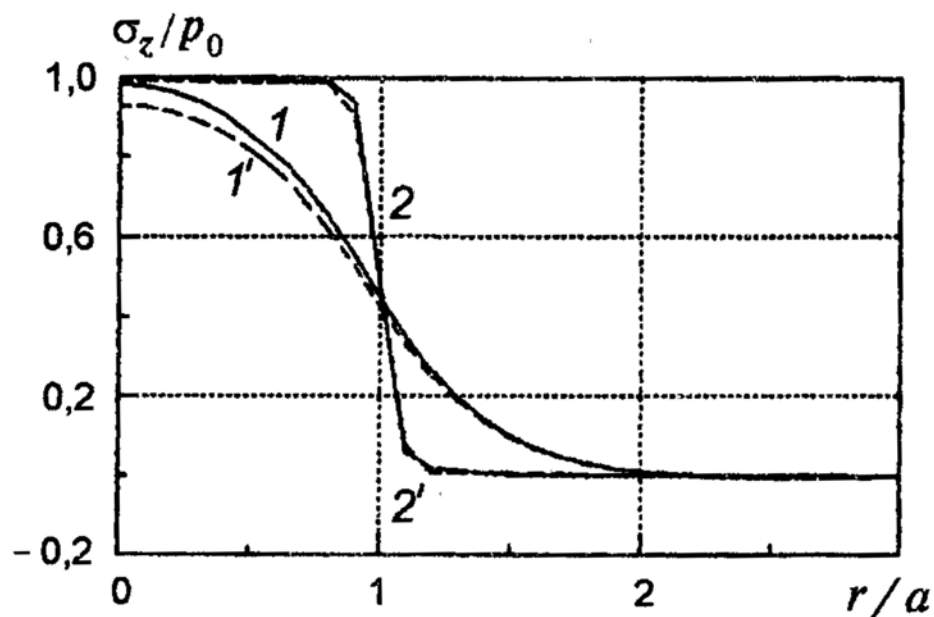


Рис.1.6 Функция $\sigma_z^{(1)}$ на границе раздела $z=0$: 1, 2 – $\tilde{k}=0.01$; 1', 2' – $\tilde{k}=10$;
 1, 1' – $\chi=100$, $\lambda=0.15$, $\nu_1=0.33$, $\nu_2=0.45$;
 2, 2' – $\chi=0.05$, $\lambda=0.15$, $\nu_1=0.45$, $\nu_2=0.33$

Графики функции $\sigma_r^{(1)}(\rho)$ при $z/H=0.9$ (кривые 1 и 1'), $z=0$ (кривые 2 и 2'), а также функции $\sigma_r^{(2)}(\rho)$ при $z=0$ (кривые 3 и 3') приведены на рис. 1.7. Они соответствуют случаю относительно тонкого и твердого покрытия.

Значения функции при неполном сцеплении (сплошные линии) и полном сцеплении (пунктирные линии) наиболее сильно отличаются на границе раздела в слое ($\sigma_r^{(1)}$ при $z=0$). При этом под областью нагружения $\rho \leq 1$ радиальные напряжения на верхней границе слоя являются сжимающими и на его нижней границе – растягивающими. Расчеты показали, что для мягких покрытий значения функции $\sigma_r(\rho)$ при различных значениях параметра \tilde{k} мало отличаются друг от друга.

Анализ функции $\sigma_\theta(\rho)$ при различных значениях \tilde{k} позволил сделать аналогичный предыдущему вывод, что параметр \tilde{k} наиболее сильно влияет на значения функции $\sigma_\theta^{(1)}(\rho)$ на границе раздела в пределах области нагружения, с уменьшением значений \tilde{k} абсолютные значения функции в рассматриваемой точке ρ ($\rho \leq 1$) увеличиваются.

Характер разрушения покрытия во многом определяется распределением максимальных касательных напряжений τ_{\max} в слое и полупространстве. Расчеты показали, что максимальные значения $\tau_{\max}^{(1)}$ внутри слоя в случае твердых покрытий имеют место на оси симметрии области нагружения. На рис.1.8 представлены графики функции $\tau_{\max}(z)$ при $\rho=0$ и $\chi=100$. Для твердых и тонких покрытий (кривые 1 и 1') наблюдаются различия в значениях функции при различных величинах параметра \tilde{k} . В случае неполного сцепления (малых значений \tilde{k}) увеличивается концентрация максимальных касательных напряжений в слое вблизи границы раздела по сравнению со случаем полного сцепления. При увеличении толщины слоя значения $\tau_{\max}^{(1)}$ на границе раздела уменьшаются. Для твердых и толстых покрытий разница в значениях функции $\tau_{\max}(z)$ при изменении параметра \tilde{k} становится пренебрежимо малой.

Анализ функции $\tau_{\max}^{(2)}(\rho)$ на границе раздела слоя и полупространства позволил установить, что в случае больших значений \tilde{k} эта функция является

монотонно убывающей по ρ , в то время как при малых \tilde{k} она имеет максимум под границей зоны нагружения ($\rho=1$), однако значения функции в этих точках на порядок меньше соответствующих значений в слое.

Для мягких покрытий параметр \tilde{k} оказывает слабое влияние на распределение максимальных касательных напряжений в слое и основании.

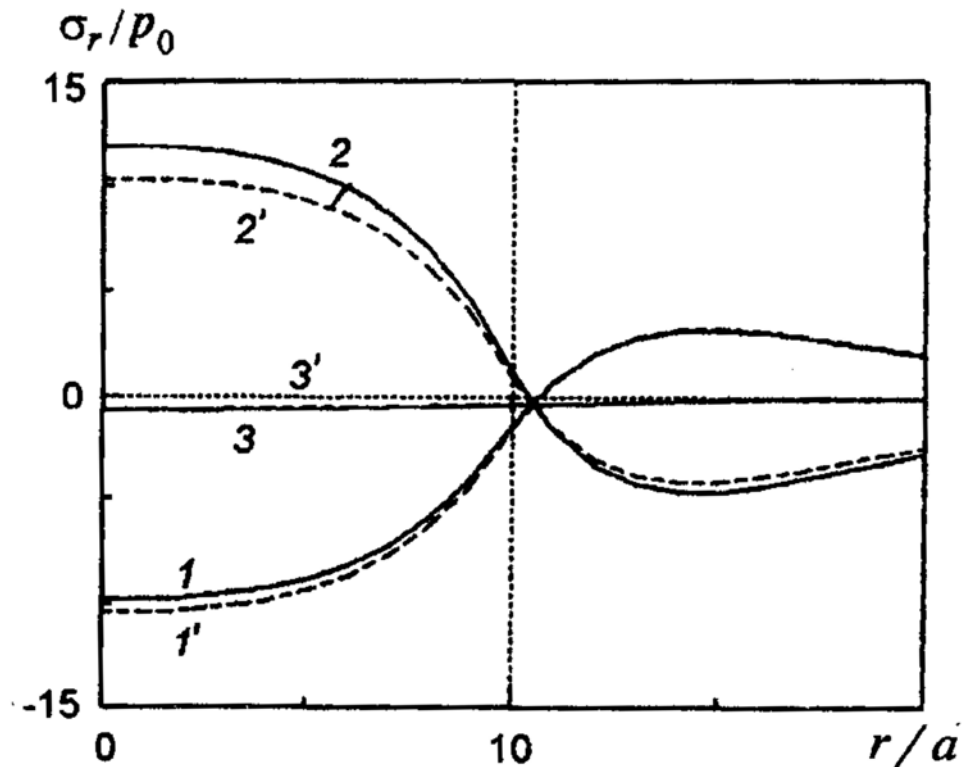


Рис.1.7 Функция $\sigma_r(\rho)$: 1-3 – $\tilde{k} = 0.01$; 1'-3' – $\tilde{k} = 0.10$; 1 и 1' – $z/H = 0.9$; 2 и 2' – на границе раздела со стороны покрытия; 3 и 3' – на границе раздела со стороны полупространства; $\chi = 100$, $\lambda = 0.15$, $\nu_1 = 0.33$, $\nu_2 = 0.45$

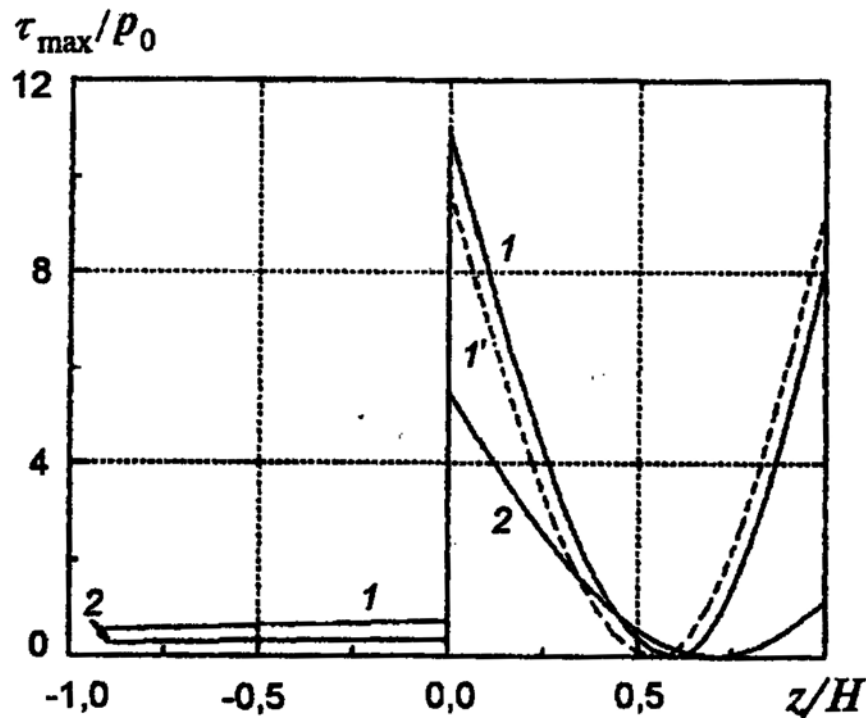


Рис.1.8 Функция $\tau_{\max}(z)$: 1 – $\lambda = 0.2$, $\tilde{k} = 0.01$; 1' – $\lambda = 0.2$, $\tilde{k} = 0.10$; 2 – $\lambda = 0.55$, $\tilde{k} = 0.01$; $\chi = 100$, $\nu_1 = 0.33$, $\nu_2 = 0.45$

Проведенные исследования характера распределения напряжений в телах с покрытиями при использовании усложненных условий на границе раздела слоя и полупространства, которые отражают степень сцепления покрытия и полупространства, а также учитывают относительный сдвиг точек границы вследствие деформации тел, позволяют сделать следующие выводы:

- условия на границе раздела покрытия и полупространства наиболее сильно влияют на характер напряженного состояния в двухслойном теле в случае относительно твердых и тонких покрытий;
- при уменьшении степени сцепления покрытия с полупространством увеличиваются значения отрывающих нормальных напряжений на границе раздела относительно тонкого и твердого упругого слоя и полупространства, что может привести к отслаиванию покрытия;

- использование уточненных граничных условий на нормальные перемещения точек слоя и полупространства целесообразно в случае относительно твердых и тонких покрытий при малой степени их сцепления с основанием.

1.2 Осесимметричная контактная задача для многослойного покрытия с неполным сцеплением слоев и наличия пригрузки вне области контакта.

Постановка задачи

Рассмотрим контактное взаимодействие осесимметричного гладкого индентора и упругого полупространства (рис.1.9), в котором модуль Юнга и коэффициент Пуассона являются кусочно-постоянными функциями, зависящими от расстояния от поверхности. Форма индентора описывается функцией $f(r)$.

На индентор действует нормальная сила P , направленная по оси симметрии индентора. Силы трения отсутствуют, задача рассматривается в осесимметричной постановке. В цилиндрической системе координат, связанной с точкой начального касания, граничные условия на поверхности полупространства имеют вид:

$$\begin{aligned} w^{(1)} + w^{(0)} &= f(r) + \delta, & 0 \leq r \leq a; \\ \sigma_z^{(1)} &= p_c(r), & a < r < \infty; \\ \tau_{rz}^{(1)} &= 0. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Здесь $w^{(1)}$ и $w^{(0)}$ – упругие перемещения поверхностей полупространства и индентора соответственно (если рассматривается жесткий индентор, принимаем $w^{(0)} \equiv 0$); δ – сближение двух тел; a – радиус области контакта, который для гладких инденторов является неизвестной величиной. Условие $\sigma_z^{(1)} = p_c(r)$ соответствует наличию на поверхности полупространства вне

области контакта дополнительных сил (пригрузки), направленных перпендикулярно поверхности полупространства, которые полагаются известными и распределенными симметрично относительно центра области контакта.

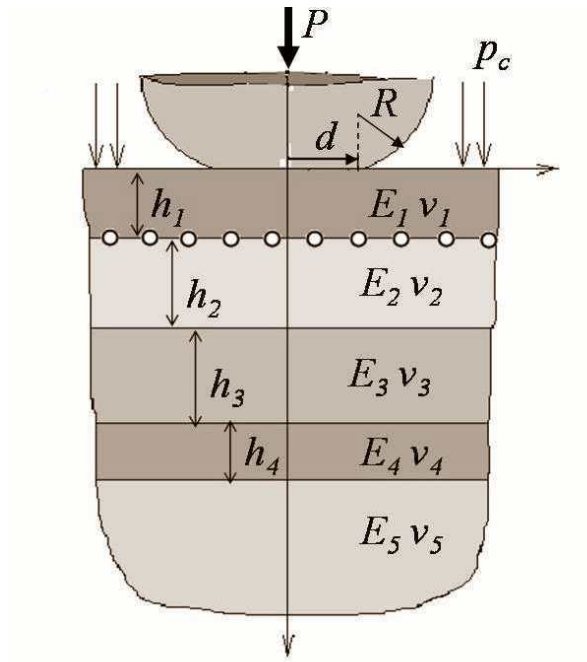


Рис.1.9 Схема контакта гладкого индентора и многослойного полупространства

Выполняется также условие равновесия:

$$P = \int_0^{2\pi} \int_0^a p(r) r dr d\varphi \quad (1.15)$$

Здесь $p(r)$ - распределение контактного давления ($p(r) = \sigma_z^{(1)}(r)$ для $r \leq a$) Для гладкого индентора учитывается также условие равенства нулю нормальных напряжений на границах области контакта, радиус которой неизвестен:

$$\sigma_z(r) = 0, \quad r = a \quad (1.16)$$

Условия на границе раздела упругих слоев принимаются в виде:

$$\begin{aligned}
 w^{(i)} &= w^{(i+1)}, \quad \sigma_z^{(i)} = \sigma_z^{(i+1)}, \quad \tau_{rz}^{(i)} = \tau_{rz}^{(i+1)}, \\
 \tau_{rz}^{(i)} &= \frac{1}{k_i} (u_r^{(i)} - u_r^{(i+1)}), \quad i = 1..n
 \end{aligned}
 \tag{1.17}$$

Здесь $w^{(i)}$ и $u_r^{(i)}$ – вертикальные и радиальные перемещения в i -том слое, при $i=n+1$ – в упругом полупространстве, на котором лежит многослойное покрытие. Связь касательных напряжений $\tau_{rz}^{(i)}$ с разницей радиальных смещений соседних слоев на границе их раздела соответствует случаю неполного сцепления слоев. Коэффициенты k_i предполагаются известными. При $k_i \rightarrow \infty$ граничные условия соответствуют отсутствию сцепления на границе раздела слоев:

$$\tau_{rz}^{(i)} = \tau_{rz}^{(i+1)} = 0
 \tag{1.18}$$

При $k_i = 0$ выполняются условия полного сцепления:

$$u_r^{(i)} = u_r^{(i+1)}
 \tag{1.19}$$

В данном исследовании будут рассматриваться случаи полного и неполного сцепления.

Соотношения (1.14)-(1.17) являются полной системой уравнений для решения осесимметричной контактной задачи.

Метод решения осесимметричной контактной задачи.

Осесимметричная задача с граничными условиями (1.14)-(1.17) решается с помощью метода, основанного на интегральных преобразованиях Ханкеля [60]. Представим напряжения и перемещения в слое и основании в форме Лява (1.8).

Бигармонические функции для произвольного слоя i и полупространства представим в виде:

$$\begin{aligned}\varphi^{(i)}(r, z) &= \int_0^{+\infty} \left[(A_i(\beta) - zB_i(\beta))e^{\beta z/H} + (C_i(\beta) + zD_i(\beta))e^{-\beta z/H} \right] J_0(\beta r) d\beta, \\ \varphi^{(n+1)}(r, z) &= \int_0^{+\infty} \left[(A_{n+1}(\beta) - zB_{n+1}(\beta))e^{\beta z/H} \right] J_0(\beta r) d\beta\end{aligned}\quad (1.20)$$

Здесь $J_0(x)$ - функция Бесселя первого рода, H – толщина покрытия из n слоев.

Вместо граничных условий (1.14) рассмотрим следующие условия на верхней границе верхнего слоя:

$$\sigma_z^{(1)} = q(r), \quad \tau_{rz}^{(1)} = 0 \quad (1.21)$$

Функция $q(r)$ совпадает с $p(r)$ внутри области контакта; вне области контакта она совпадает с функцией $p_c(r)$.

Соотношения (1.17) и (1.21), представленные с помощью (1.8) и (1.20), позволяют получить систему из $4n+2$ уравнений, линейных относительно функциональных коэффициентов

$$A_1(\beta), B_1(\beta), C_1(\beta), D_1(\beta), \dots, A_i(\beta), B_i(\beta), C_i(\beta), D_i(\beta), \dots, A_{n+1}(\beta), B_{n+1}(\beta):$$

$$M * A = Q, \quad (1.22)$$

где

$$A = \{A_1, B_1, C_1, D_1, \dots, A_n, B_n, C_n, D_n, A_{n+1}, B_{n+1}\},$$

$$Q = \{\bar{q}(\beta), 0, \dots, 0, 0\},$$

$$M = \begin{pmatrix} N_0^{(2,4)} & & & & & \\ N_1^{(4,4)} & R_2^{(4,4)} & & & & \mathbf{0} \\ & N_2^{(4,4)} & R_3^{(4,4)} & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \ddots & & \\ \mathbf{0} & & & & N_{n-1}^{(4,4)} & R_n^{(4,4)} \\ & & & & N_n^{(4,4)} & P_{n+1}^{(4,2)} \end{pmatrix}$$

Здесь матрицы-клетки определяются следующим образом:

$$N_0^{(2,4)} = \begin{pmatrix} -1 & \tilde{v}_1 - \beta\tilde{\lambda} & e^{-\beta\tilde{\lambda}} & (\tilde{v}_1 + \beta\tilde{\lambda})e^{-\beta\tilde{\lambda}} \\ 1 & 2v_1 + \beta\tilde{\lambda} & e^{-\beta\tilde{\lambda}} & (\beta\tilde{\lambda} - 2v_1)e^{-\beta\tilde{\lambda}} \end{pmatrix}$$

$$N_i^{(4,4)} = \begin{pmatrix} -\xi_i(\beta) & (-\beta\tilde{\lambda}\mu_i + \tilde{v}_i)\xi_i(\beta) & 1 & \beta\tilde{\lambda}\mu_i + \tilde{v}_i \\ \xi_i(\beta) & (\beta\tilde{\lambda}\mu_i + 2v_i)\xi_i(\beta) & 1 & \beta\tilde{\lambda}\mu_i - 2v_i \\ \xi_i(\beta) & (\beta\tilde{\lambda}\mu_i + 1)\xi_i(\beta) & -1 & -\beta\tilde{\lambda}\mu_i + 1 \\ -\xi_i(\beta) & (-\beta\tilde{\lambda}\mu_i + 2\tilde{v}_i)\xi_i(\beta) & -1 & -\beta\tilde{\lambda}\mu_i - 2\tilde{v}_i \end{pmatrix}$$

$$R_i^{(4,4)} = \begin{pmatrix} 1 & \beta\tilde{\lambda}\mu_{i-1} - \tilde{v}_i & -\xi_i(\beta) & -(\beta\tilde{\lambda}\mu_{i-1} + \tilde{v}_i)\xi_i(\beta) \\ -1 & -\beta\tilde{\lambda}\mu_{i-1} - 2v_i & -\xi_i(\beta) & -(\beta\tilde{\lambda}\mu_{i-1} - 2v_i)\xi_i(\beta) \\ -\chi_{i-1} - k_{i-1} & -(k_{i-1} + \chi_{i-1})\beta\tilde{\lambda}\mu_{i-1} + 2v_i k_{i-1} - \chi_{i-1} & (\chi_{i-1} - 1)\xi_i(\beta) & (2v_i + (\chi_{i-1} - 1)\beta\tilde{\lambda}\mu_{i-1} - \chi_{i-1})\xi_i(\beta) \\ \chi_{i-1} & \chi_{i-1}(\beta\tilde{\lambda}\mu_{i-1} - 2\tilde{v}_i) & \chi_{i-1}\xi_i(\beta) & \chi_{i-1}(\beta\tilde{\lambda}\mu_{i-1} + 2\tilde{v}_i)\xi_i(\beta) \end{pmatrix}$$

$$P_{n+1}^{(4,2)} = \begin{pmatrix} 1 & -\tilde{v}_{n+1} \\ -1 & -2v_{n+1} \\ -\tilde{\chi}_n - \beta k_n & -\tilde{\chi}_n - 2v_{n+1}\beta k_n \\ \tilde{\chi}_n & -2\tilde{\chi}_n\tilde{v}_{n+1} \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\chi}_i = \frac{E_i(1+v_{i+1})}{E_{i+1}(1+v_i)}, \quad \tilde{\lambda} = \frac{H}{a}, \quad \tilde{v}_i = 1 - 2v_i, \quad \xi_i(\beta) = e^{-\beta\tilde{\lambda}(\mu_{i-1} - \mu_i)}, \quad \mu_i = \frac{h_i}{H} \quad (\mu_0 = 1)$$

Здесь h_i – толщина i -го слоя, $\bar{q}(\beta)$ – результат применения преобразования Ханкеля к функции $q(\rho)$ ($\rho = r/a$):

$$\bar{q}(\beta) = \int_0^{+\infty} \rho q(\rho) J_0(\rho\beta) d\rho \quad (1.23)$$

Система уравнений (1.22) решается аналитически с помощью системы аналитических вычислений Maple, если число слоев $n = 1, 2$. Подробное исследование системы уравнений (1.22) для предельных случаев полного сцепления между слоями и отсутствия сцепления приведено в [60]. В частности, было показано, что определитель системы отличен от нуля на интервале $0 < \beta < \infty$. Для произвольного числа слоев использовался программный блок, написанный на языке Fortran, в котором использовался метод Гаусса с выделением главного элемента с контролем величины определителя и погрешности для любого из используемых значений β .

После решения системы функциональных уравнений (1.22) напряжения и перемещения рассчитываются на основе соотношения (1.8) с учетом полученных в результате решения системы уравнений бигармонических функций (1.20). Например, вертикальное смещение поверхности определяется соотношением:

$$\frac{E_1}{(1 + \nu_1)a} w^{(1)}(\rho) = \int_0^{+\infty} \bar{\Delta}_w^{(1)}(\beta) J_0(\rho\beta) d\beta, \quad (1.24)$$

где

$$\bar{\Delta}_w^{(1)} = \left[-\bar{A}_1(\beta) - (\beta\tilde{\lambda} - 2\tilde{\nu}_1)\bar{B}_1(\beta) \right] + \left[-\bar{C}_1(\beta) - (\beta\tilde{\lambda} + 2\tilde{\nu}_1)\bar{D}_1(\beta) \right] e^{-\beta\tilde{\lambda}}.$$

Сходимость интегралов типа (1.24), используемых для определения напряжений и перемещений, доказана в [60]. При этом показано, что для точек поверхности необходимо использовать метод улучшения сходимости интегралов, состоящий в разложении их на сумму интегралов. Так, для (1.24) имеем:

$$\frac{E_1}{(1+\nu_1)a} w^{(1)}(\rho) = 2(1-\nu_1) \left[\int_0^1 \bar{q}(\beta) J_0(\rho\beta) d\beta + \int_1^{+\infty} \bar{q}(\beta) J_0(\rho\beta) d\beta \right] + \int_0^{+\infty} (\bar{\Delta}_w^{(1)}(\beta) - 2(1-\nu_1)\bar{q}(\beta)) J_0(\rho\beta) d\beta \quad (1.25)$$

В этом и подобных случаях используется тот факт, что значения напряжений $\sigma_z^{(1)}$ и $\tau_{rz}^{(1)}$ на поверхности известны. Таким образом, напряжения и перемещения определяются численно.

Решение контактной задачи с граничными условиями (1.21) ищется в виде кусочно-постоянной функции

$$p(r) = p_j (r_{j-1} < r < r_j, r_j = j \cdot \Delta r, j = 1, 2, \dots, N).$$

Предполагаемая область контакта делится на N колец толщиной Δr , рассматривается следующая система уравнений:

$$p_1(\kappa_1^{(m)} - \omega_1^{(m)}) + p_2(\kappa_2^{(m)} - \omega_2^{(m)}) + \dots + p_N(\kappa_N^{(m)} - \omega_N^{(m)}) = f_1(r_m) \quad (i = 1, 2, \dots, N-1), \quad (1.26)$$

где $f_1(r) = (f(r) - f(a)) - (g(r) - g(a))$ (таким образом из рассмотрения исключается константа δ , присутствующая в соотношении (1.15)); $g(r)$ – упругие перемещения поверхности, обусловленные действием давления $p_c(r)$. Коэффициенты $\kappa_j^{(m)}$ определяют разницу вертикальных перемещений колец с внешними радиусами r_m и r_N под действием единичного давления, действующего внутри j -го кольца. Эти коэффициенты и функция $g(r)$ определяются на основе решения задачи с граничными условиями (1.17) и (1.21).

Коэффициенты $\omega_j^{(m)}$ позволяют учесть упругие перемещения поверхности индентора. Они могут быть определены из следующего соотношения:

$$\bar{w}^{(0)} = \frac{1-\nu_0^2}{\pi E_0} \int_0^a \int_0^{2\pi} \frac{p(r')r'dr'd\theta}{\sqrt{r^2+(r')^2-2rr'\cos\theta}}, \quad (1.27)$$

где E_0 и ν_0 - упругие характеристики индентора. Для кусочно-постоянного распределения давления коэффициенты имеют вид:

$$\omega_j^{(i)} = \begin{cases} \tilde{E}\rho_j \left[E\left(\frac{r_m}{\rho_j}\right) - E\left(\frac{r_{m-1}}{\rho_j}\right) - \left(1-\frac{r_m}{\rho_j}\right)K\left(\frac{r_m}{\rho_j}\right) + \left(1-\frac{r_{m-1}}{\rho_j}\right)K\left(\frac{r_{m-1}}{\rho_j}\right) \right] - \omega_m^*, & m < j \\ \tilde{E} \left[r_i E\left(\frac{\rho_j}{r_m}\right) - \rho_j \left[E\left(\frac{r_{m-1}}{\rho_j}\right) - \left(1-\frac{r_{m-1}}{\rho_j}\right)K\left(\frac{r_{m-1}}{\rho_j}\right) \right] \right] - \omega_m^*, & m = j \\ \tilde{E} \left[r_i E\left(\frac{\rho_j}{r_m}\right) - r_{m-1} E\left(\frac{\rho_j}{r_{m-1}}\right) \right] - \omega_i^*, & m > j \end{cases}$$

$$\omega_m^* = \tilde{E}r_N \left[E\left(\frac{r_m}{r_N}\right) - E\left(\frac{r_{m-1}}{r_N}\right) - \left(1-\frac{r_m}{r_N}\right)K\left(\frac{r_m}{r_N}\right) + \left(1-\frac{r_{m-1}}{r_N}\right)K\left(\frac{r_{m-1}}{r_N}\right) \right], \quad (1.28)$$

$$\rho_j = \frac{r_{j-1} + r_j}{2}, \quad \tilde{E} = \frac{4(1-\nu_0^2)}{\pi E_0}$$

где $K(x)$ и $E(x)$ - полные эллиптические интегралы.

Систему (1.26) замыкает уравнение равновесия, записанное в виде:

$$\pi \sum_{m=1}^N p_m (r_m^2 - r_{m-1}^2) = P \quad (1.29)$$

Если форма индентора описывается гладкой функцией $f(r)$, необходимо дополнительное условие $p_N = p_c(a)$, которое позволяет, используя метод итераций, определить неизвестный радиус области контакта.

Используя полученные контактные давления, можно на основе изложенного выше метода рассчитать внутренние напряжения, возникающие в слое и основании при осесимметричном нагружении.

1.3 Расчет напряженного состояния многослойного упругого полупространства в условиях фрикционного нагружения.

Постановка задачи

При предположении, что тангенциальные напряжения в области контакта оказывают пренебрежимо малое влияние на распределение контактного давления, решение осесимметричной задачи о контакте гладкого индентора и тел с упругими покрытиями было использовано для определения напряжений, возникающих в покрытии и подложке при фрикционном нагружении (рис.1.10). Силы трения скольжения при движении вдоль оси Ox в граничных условиях на поверхности вводились по закону Кулона-Амонтона в системе координат, связанной с движущимся телом:

$$\begin{aligned} \sigma_z^{(1)}(x, y) &= -p(x, y), & \tau_{xz}^{(1)} &= -\mu p(x, y), & 0 < r < a; \\ \sigma_z^{(1)} &= 0, & \tau_{xz}^{(1)} &= 0, & a < r < \infty; \\ \tau_{yz}^{(1)} &= 0, & & & 0 < r < \infty \end{aligned} \quad (1.30)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Здесь μ – коэффициент трения. На границе раздела слоев сохраняются условия неполного сцепления:

$$\begin{aligned} \sigma_z^{(i)} &= \sigma_z^{(i+1)}, & w^{(i)} &= w^{(i+1)}, \\ \tau_{xz}^{(i)} &= \tau_{xz}^{(i+1)} = \frac{1}{k_i} (u_x^{(i)} - u_x^{(i+1)}), \\ \tau_{yz}^{(i)} &= \tau_{yz}^{(i+1)} = \frac{1}{k_i} (u_y^{(i)} - u_y^{(i+1)}) \end{aligned} \quad (1.31)$$

Таким образом, поставленная задача является пространственной задачей о нагружении многослойного упругого полупространства локально распределенными нормальной и касательной нагрузками, с усложненными условиями на границе раздела слоев.

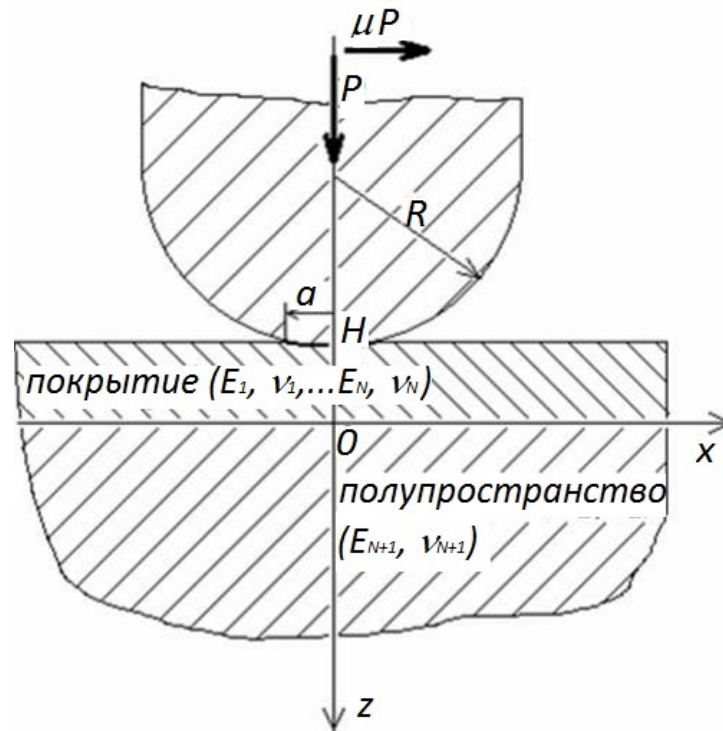


Рис. 1.10 Схема фрикционного нагружения

Метод решения задачи.

Метод решения некоторых трехмерных задач о нагружении многослойного упругого полупространства описан в [60]. Ниже будут изложены основные соотношения, позволяющие решить задачу и частично модифицированные для случая неполного сцепления между слоями.

Переход от осесимметричного решения контактной задачи к пространственной задаче о фрикционном нагружении.

Как было показано в разделе 1.2, решение осесимметричной контактной задачи определяется в виде зависящей от радиуса кусочно-постоянной функции $p(r)$.

Был разработан алгоритм перехода от граничного элемента-кольца к элементу-квадрату с постоянным распределением нормальных напряжений, который при достаточно малых размерах обеспечивает адекватный переход к пространственной задаче о нагружении поверхности. Схема перехода представлена на рис. 1.11.

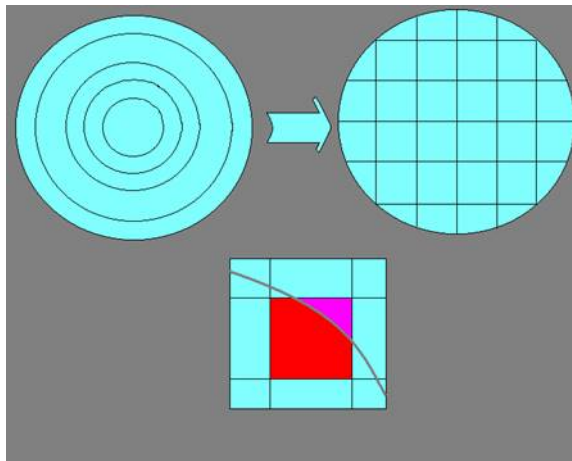


Рис. 1.11 Схема перехода от осесимметричного распределения давления внутри элементов-колец к пространственному описанию.

Как показано на рис. 1.11, в случае, когда внутрь поверхности квадрата попадает граница между двумя кольцами, происходит расчет среднего давления внутри квадрата с учетом вклада элементов этих двух колец. Таким образом, выполняется условие сохранения общей нагрузки, приложенной к рассмотренной области контакта. Поскольку касательные напряжения на поверхности прямо пропорциональны нормальным (1.30), они также будут постоянными внутри каждого квадрата.

В результате задача сводится к определению напряжений и перемещений, возникающих в многослойном упругом полупространстве под действием заданного постоянного нормального и касательного нагружения, распределенного внутри квадрата, а затем к суперпозиции результатов. Сетка точек, в которых рассчитываются напряжения и перемещения, построена так, чтобы на поверхности попадать в центры элементов-квадратов, минимизируя таким образом влияние скачков между квадратами.

Основные уравнения трехмерных задач для многослойного упругого полупространства.

Напряжения в i -м слое удовлетворяют системе дифференциальных уравнений равновесия:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_x^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}^{(i)}}{\partial z} &= 0, \\
\frac{\partial \tau_{xy}^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}^{(i)}}{\partial z} &= 0, \\
\frac{\partial \tau_{xz}^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z^{(i)}}{\partial z} &= 0,
\end{aligned} \tag{1.32}$$

а также уравнениям неразрывности Бельтрами-Митчела:

$$\begin{aligned}
(1 + \nu_i) \Delta \sigma_x^{(i)} + \frac{\partial^2 (\sigma_x^{(i)} + \sigma_y^{(i)} + \sigma_z^{(i)})}{\partial x^2} &= 0, \\
(1 + \nu_i) \Delta \sigma_y^{(i)} + \frac{\partial^2 (\sigma_x^{(i)} + \sigma_y^{(i)} + \sigma_z^{(i)})}{\partial y^2} &= 0, \\
(1 + \nu_i) \Delta \sigma_z^{(i)} + \frac{\partial^2 (\sigma_x^{(i)} + \sigma_y^{(i)} + \sigma_z^{(i)})}{\partial z^2} &= 0, \\
(1 + \nu_i) \Delta \tau_{xy}^{(i)} + \frac{\partial^2 (\sigma_x^{(i)} + \sigma_y^{(i)} + \sigma_z^{(i)})}{\partial x \partial y} &= 0, \\
(1 + \nu_i) \Delta \tau_{yz}^{(i)} + \frac{\partial^2 (\sigma_x^{(i)} + \sigma_y^{(i)} + \sigma_z^{(i)})}{\partial y \partial z} &= 0, \\
(1 + \nu_i) \Delta \tau_{xz}^{(i)} + \frac{\partial^2 (\sigma_x^{(i)} + \sigma_y^{(i)} + \sigma_z^{(i)})}{\partial x \partial z} &= 0
\end{aligned} \tag{1.33}$$

Для перемещений выпишем уравнения Ламе (уравнения равновесия):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial e^{(i)}}{\partial x} + (1 - 2\nu_i) \Delta u_x^{(i)} &= 0, \\
\frac{\partial e^{(i)}}{\partial y} + (1 - 2\nu_i) \Delta u_y^{(i)} &= 0, \\
\frac{\partial e^{(i)}}{\partial z} + (1 - 2\nu_i) \Delta w^{(i)} &= 0, \\
e^{(i)} = \frac{\partial u_x^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial u_y^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial w^{(i)}}{\partial z}
\end{aligned} \tag{1.34}$$

В форме Галеркина общее решение уравнений (1.32)-(1.34) имеет вид [13]:

$$\begin{aligned}
\sigma_x^{(i)} &= \left(\nu_i \Delta - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial \varphi_1^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_2^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_3^{(i)}}{\partial z} \right) + 2(1 - \nu_i) \frac{\partial}{\partial x} \Delta \varphi_1^{(i)}, \\
\sigma_y^{(i)} &= \left(\nu_i \Delta - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial \varphi_1^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_2^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_3^{(i)}}{\partial z} \right) + 2(1 - \nu_i) \frac{\partial}{\partial y} \Delta \varphi_2^{(i)}, \\
\sigma_z^{(i)} &= \left(\nu_i \Delta - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left(\frac{\partial \varphi_1^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_2^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_3^{(i)}}{\partial z} \right) + 2(1 - \nu_i) \frac{\partial}{\partial z} \Delta \varphi_3^{(i)}, \\
\tau_{xy}^{(i)} &= -\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial \varphi_1^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_2^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_3^{(i)}}{\partial z} \right) + (1 - \nu_i) \Delta \left(\frac{\partial \varphi_1^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_2^{(i)}}{\partial x} \right), \\
\tau_{yz}^{(i)} &= -\frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \left(\frac{\partial \varphi_1^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_2^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_3^{(i)}}{\partial z} \right) + (1 - \nu_i) \Delta \left(\frac{\partial \varphi_2^{(i)}}{\partial z} + \frac{\partial \varphi_3^{(i)}}{\partial y} \right), \\
\tau_{xz}^{(i)} &= -\frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \left(\frac{\partial \varphi_1^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_2^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_3^{(i)}}{\partial z} \right) + (1 - \nu_i) \Delta \left(\frac{\partial \varphi_1^{(i)}}{\partial z} + \frac{\partial \varphi_3^{(i)}}{\partial x} \right), \\
u_x^{(i)} &= -\frac{1 + \nu_i}{E_i} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \varphi_1^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_2^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_3^{(i)}}{\partial z} \right) - 2(1 - \nu_i) \Delta \varphi_1^{(i)} \right), \\
u_y^{(i)} &= -\frac{1 + \nu_i}{E_i} \left(\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \varphi_1^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_2^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_3^{(i)}}{\partial z} \right) - 2(1 - \nu_i) \Delta \varphi_2^{(i)} \right), \\
w^{(i)} &= -\frac{1 + \nu_i}{E_i} \left(\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \varphi_1^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_2^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_3^{(i)}}{\partial z} \right) - 2(1 - \nu_i) \Delta \varphi_3^{(i)} \right)
\end{aligned} \tag{1.35}$$

Здесь для каждого слоя существуют три независимые бигармонические функции $\varphi_1^{(i)}$, $\varphi_2^{(i)}$, $\varphi_3^{(i)}$.

В случае, если ограничиться только теми задачами, которые решаются с помощью одной бигармонической функции, то есть если $\varphi_1^{(i)} = \varphi_2^{(i)} = 0$, а функция $\varphi_3^{(i)}$ является единственной ненулевой, то есть $\varphi_3^{(i)} = \varphi^{(i)}$, соотношения (1.35) приводятся к виду:

$$\begin{aligned}
\sigma_x^{(i)} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_i \Delta \varphi^{(i)} - \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial x^2} \right), \\
\sigma_y^{(i)} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_i \Delta \varphi^{(i)} - \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial y^2} \right), \\
\sigma_z^{(i)} &= \frac{\partial}{\partial z} \left((2 - \nu_i) \Delta \varphi^{(i)} - \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial z^2} \right), \\
\tau_{xy}^{(i)} &= -\frac{\partial^3 \varphi^{(i)}}{\partial x \partial y \partial z}, \\
\tau_{yz}^{(i)} &= \frac{\partial}{\partial y} \left((1 - \nu_i) \Delta \varphi^{(i)} - \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial z^2} \right), \\
\tau_{xz}^{(i)} &= \frac{\partial}{\partial x} \left((1 - \nu_i) \Delta \varphi^{(i)} - \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial z^2} \right), \\
u_x^{(i)} &= -\frac{1 + \nu_i}{E_i} \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial x \partial z}, \\
u_y^{(i)} &= -\frac{1 + \nu_i}{E_i} \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial y \partial z}, \\
w^{(i)} &= -\frac{1 + \nu_i}{E_i} \left(2(1 - \nu_i) \Delta \varphi^{(i)} - \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial z^2} \right)
\end{aligned} \tag{1.36}$$

Класс задач, которые решаются с помощью (1.36), ограничивается краевыми задачами с произвольной нормальной нагрузкой и касательной нагрузкой, удовлетворяющей условиям:

$$\begin{aligned}
\sigma_z^{(1)}(x, y) \Big|_{z=H} &= p(x, y), \\
\tau_{xz}^{(1)}(x, y) \Big|_{z=H} &= \frac{\partial}{\partial x} s(x, y), \quad \tau_{yz}^{(1)}(x, y) \Big|_{z=H} = \frac{\partial}{\partial y} s(x, y)
\end{aligned} \tag{1.37}$$

Потенциал $s(x, y) = -\mu p_0 x$ характеризует постоянную однонаправленную касательную нагрузку $-\mu p_0$:

$$\tau_{xz}^{(1)}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} (-\mu p_0 x), \quad \tau_{yz}^{(1)}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} (-\mu p_0 x) = 0 \tag{1.38}$$

Таким образом, задача о фрикционном нагружении многослойного полупространства, где нагрузка является кусочно-постоянной функцией, может быть исследована с помощью решения (1.36).

Метод решения с использованием двойных интегральных преобразований Фурье.

Метод, основанный на двойных преобразованиях Фурье, может быть использован для финитных функций $p(x, y)$, $s(x, y)$, допускающих двойное интегральное преобразование Фурье и, дополнительно для интеграла Фурье функции $s(x, y)$ должно выполняться условие дифференцируемости по параметрам x, y . Очевидно, что функции, ненулевые только внутри квадрата $-b \leq x \leq b, -b \leq y \leq b$ и определенные как

$$p(x, y) = p_0 = \text{const}, \quad s(x, y) = -\mu p_0 x, \quad (1.39)$$

удовлетворяют заданным условиям.

Трансформанта Фурье для произвольной финитной функции $p(x, y)$ определяется соотношением

$$\bar{p}(\alpha, \beta) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{\tilde{\Omega}} p(x, y) e^{i(\alpha x + \beta y)} dx dy, \quad (1.40)$$

(где $\tilde{\Omega}$ – область определения функции). Можно представить (1.40) в виде:

$$\begin{aligned} \bar{p}(\alpha, \beta) &= \bar{p}_c(\alpha, \beta) + i \bar{p}_s(\alpha, \beta), \\ \bar{p}_c(\alpha, \beta) &= \frac{1}{4\pi^2} \iint_{\tilde{\Omega}} p(x, y) \cos(\alpha x + \beta y) dx dy, \\ \bar{p}_s(\alpha, \beta) &= \frac{1}{4\pi^2} \iint_{\tilde{\Omega}} p(x, y) \sin(\alpha x + \beta y) dx dy \end{aligned} \quad (1.41)$$

Применительно к функциям (1.39) получим:

$$\begin{aligned}\bar{p}_c(\alpha, \beta) &= \frac{1}{4\pi^2} \frac{2(\cos(\alpha b - \beta b) - \cos(\alpha b + \beta b))}{\alpha\beta} \\ \bar{p}_s(\alpha, \beta) &= 0, \\ \bar{s}_c(\alpha, \beta) &= 0, \\ \bar{s}_s(\alpha, \beta) &= \frac{1}{4\pi^2} \frac{-2(\cos(\alpha b + \beta b) + \alpha b \sin(\alpha b + \beta b) - \cos(\alpha b - \beta b) - \alpha b \sin(\alpha b - \beta b))}{\alpha^2 \beta}\end{aligned}\quad (1.42)$$

Представим функции $p(x, y)$, $s(x, y)$ в виде суммы:

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} p(x, y) \\ s(x, y) \end{pmatrix} &= \sum_{k=1}^4 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} \bar{p}_k(\alpha, \beta) \\ \bar{s}_k(\alpha, \beta) \end{pmatrix} G_k(\alpha x, \beta y) d\alpha d\beta, \\ \bar{p}_1(\alpha, \beta) &= -\bar{p}_2(\alpha, \beta) = \bar{p}_c(\alpha, \beta), \\ \bar{p}_3(\alpha, \beta) &= \bar{p}_4(\alpha, \beta) = \bar{p}_s(\alpha, \beta), \\ \bar{s}_1(\alpha, \beta) &= -\bar{s}_2(\alpha, \beta) = \bar{s}_c(\alpha, \beta), \\ \bar{s}_3(\alpha, \beta) &= \bar{s}_4(\alpha, \beta) = \bar{s}_s(\alpha, \beta), \\ G_1(\alpha x, \beta y) &= \cos(\alpha x) \cos(\beta y), \quad G_2(\alpha x, \beta y) = \sin(\alpha x) \sin(\beta y), \\ G_3(\alpha x, \beta y) &= \sin(\alpha x) \cos(\beta y), \quad G_4(\alpha x, \beta y) = \cos(\alpha x) \sin(\beta y)\end{aligned}\quad (1.43)$$

Таким образом, получены четыре части, в сумме описывающие граничные условия. Учитывая наличие нулевых трансформант в (1.42), получим:

$$\begin{aligned}\bar{p}_3(\alpha, \beta) &= \bar{p}_4(\alpha, \beta) = 0, \\ \bar{s}_1(\alpha, \beta) &= \bar{s}_2(\alpha, \beta) = 0\end{aligned}\quad (1.44)$$

Дальнейший метод решения, идентичный для каждой из четырех задач, использует конструктивную аналогию между общими решениями вида (1.36) и (1.8), алгоритм расчета включает в себя:

- переход к цилиндрической системе координат,
- определение бигармонических функций аналогично (1.20),
- сведение задачи к системе уравнений типа (1.22).

В случае двухслойного упругого полупространства были получены образы напряжений и перемещений в аналитическом виде (использовалась система аналитических вычислений Maple).

Вопрос о сходимости обратных двойных интегральных преобразований Фурье исследован в [60]. Несмотря на то, что сходимость доказана, проверка сходимости, проводимая на каждом этапе численных расчетов для определения напряжений и перемещений, выявила плохую сходимость в точках, близких к поверхности (таких, где расстояние от рассматриваемой точки до поверхности не превышало 10% от размера квадрата). Для получения достоверных результатов были использованы элементы-квадраты малого размера (относительно толщины покрытия), что привело к повышению требований к точности решения системы функциональных уравнений типа (1.22), поэтому, несмотря на универсальность метода и теоретическую возможность его использования для многослойных покрытий, в данном исследовании достоверные результаты были получены только для двухслойного упругого полупространства.

В этой главе будет показано, что и при таком ограничении с помощью данного метода можно исследовать разнообразные задачи, возникающие при фрикционном нагружении тел с покрытиями.

1.4 Решение осесимметричной задачи о контакте индентора с двухслойным упругим полупространством при наличии пригрузки и неполного сцепления слоев

Постановка задачи и особенности метода решения.

Рассматривается осесимметричный индентор и двухслойное упругое основание (рис. 1.12). Форма индентора описывается функцией $f(r)$. На

границе раздела покрытия и полупространства рассматриваются следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} w^{(1)} &= w^{(2)}, \quad \sigma_z^{(1)} = \sigma_z^{(2)}, \quad \tau_{rz}^{(1)} = \tau_{rz}^{(2)}, \\ \tau_{rz}^{(1)} &= \frac{1}{k_1} (u_r^{(1)} - u_r^{(2)}), \end{aligned} \quad (1.45)$$

Эти условия совпадают с условиями (1.4) при $n=1$.

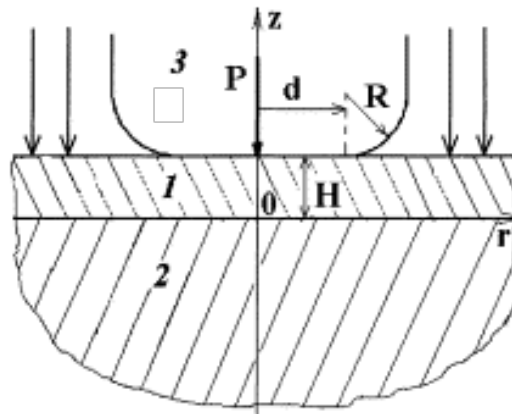


Рис.1.12 Схема контакта гладкого индентора и двухслойного упругого полупространства при наличии пригрузки

На верхней границе слоя ($z = H$) рассматриваются следующие условия:

$$\begin{aligned} w^{(1)} &= f(r) + \delta, & 0 \leq r \leq a; \\ \sigma_z^{(1)} &= p_c(r), & a < r < \infty; \\ \tau_{rz}^{(1)} &= 0. \end{aligned} \quad (1.46)$$

Эти условия аналогичны условиям (1.14) для частного случая жесткого индентора. Систему уравнений (1.45)-(1.46) замыкают уравнение равновесия (1.15) и условие нулевого давления на границе области контакта (1.16), необходимое для определения неизвестного радиуса области контакта в случае гладкого индентора.

Метод решения осесимметричной контактной задачи подробно изложен в разделе 1.2. Особенностью реализации метода решения для случая

однослойного покрытия является аналитическое решение системы функциональных уравнений типа (1.22), которое в этом случае принимает вид:

$$\begin{aligned}
 A &= \{A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2\}, \\
 Q &= \{\bar{q}(\beta), 0, 0, 0, 0, 0\}, \\
 M &= \begin{pmatrix}
 -1 & \tilde{v}_1 - \beta\lambda & e^{-\beta\lambda} & (\tilde{v}_1 + \beta\lambda)e^{-\beta\lambda} & 0 & 0 \\
 1 & 2\nu_1 + \beta\lambda & e^{-\beta\lambda} & (\beta\lambda - 2\nu_1)e^{-\beta\lambda} & 0 & 0 \\
 -e^{-\beta\lambda} & \tilde{v}_1 e^{-\beta\lambda} & 1 & \tilde{v}_1 & 1 & -\tilde{v}_2 \\
 e^{-\beta\lambda} & 2\nu_1 e^{-\beta\lambda} & 1 & -2\nu_1 & -1 & -2\nu_2 \\
 e^{-\beta\lambda} & 2\tilde{v}_1 e^{-\beta\lambda} & -1 & 1 & -\tilde{\chi} - \beta k_1 & -\tilde{\chi} - 2\nu_2 \beta k_1 \\
 -e^{-\beta\lambda} & e^{-\beta\lambda} & -1 & -2\tilde{v}_1 & \tilde{\chi} & -2\tilde{\chi}\tilde{v}_2
 \end{pmatrix} \quad (1.47)
 \end{aligned}$$

Анализ контактных и внутренних напряжений в осесимметричной контактной задаче.

Метод расчета, изложенный выше, был использован для анализа контактных и внутренних напряжений, возникающих в двухслойном упругом полупространстве при вдавливании в него сферического штампа и плоского штампа со скругленными краями. Форма штампа описывается следующей функцией:

$$f(r) = \begin{cases} H, & 0 \leq r \leq d \\ H + \frac{(r-d)^2}{2R}, & d < r < d + R \end{cases} \quad (1.48)$$

Функция соответствует сферической форме штампа, если $d=0$, и форме штампа с плоским основанием при $R \rightarrow 0$.

Для анализа были использованы следующие безразмерные параметры:
 $\chi = E_1 / E_2$ – относительная твердость покрытия, $\nu_1, \nu_2, \lambda = H / L$
(относительная толщина покрытия, $K = k p^* / L, p^* / E_2, R' = R / L$, где

$p^* = P/(\pi L^2)$ и $L=R$ для сферического штампа, $L=d$ для плоского штампа со скругленными краями. Были исследованы как относительно жесткие ($\chi > 1$), так и относительно мягкие ($\chi < 1$) покрытия.

На рис.1.13 представлена зависимость радиуса области контакта от относительной толщины покрытия. Она была получена для внедрения сферического штампа в относительно твердые (кривые 1-3) и относительно мягкие (кривые 4, 5) покрытия.

Для относительно тонких покрытий величина радиуса контакта близка к a_2 – радиусу области контакта, соответствующему контакту штампа с подложкой без покрытия. Для относительно толстых покрытий эта величина стремится к a_1 – радиусу области контакта, соответствующему контакту штампа с полупространством, обладающим механическими свойствами покрытия.

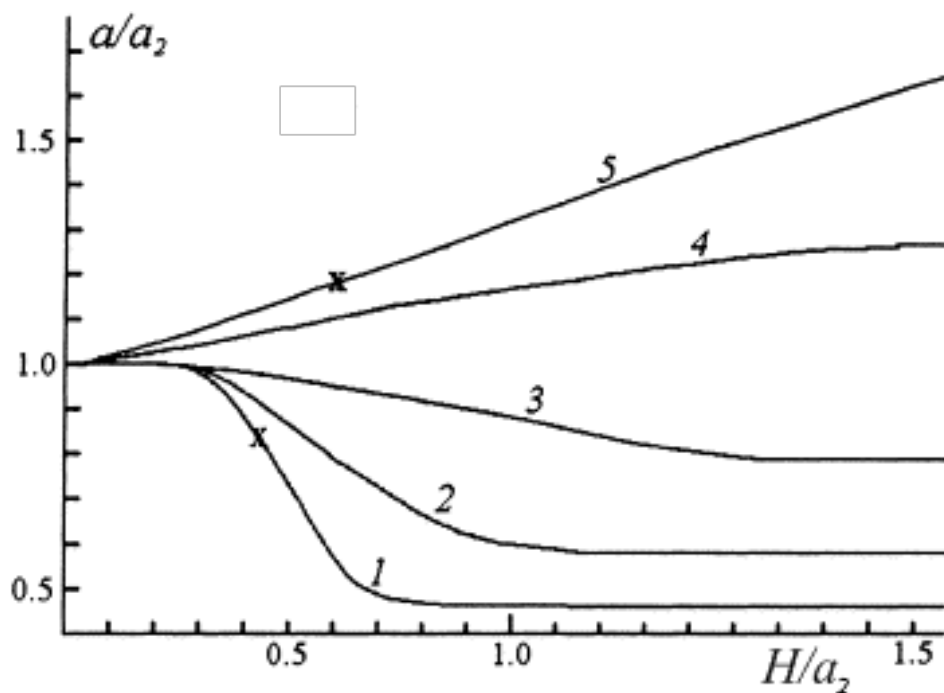


Рис.1.13 Зависимость радиуса области контакта от относительной толщины покрытия (сферический штамп) при $p^* = 0.2E_2$, $p_c = 0$, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, $K = 0$ и $\chi = 10, 5, 2, 0.5, 0.2$ (кривые 1-5 соответственно).

Распределение контактных давлений также зависит от свойств покрытий и отличается от распределения давления, полученного по соотношениям Герца [36]. На рис.1.14 показано распределение давления, полученного при контакте сферического индентора с относительно твердым (кривая 2) и относительно мягким (кривая 3) покрытиями. Для сравнения приведено герцевское распределение давления (кривая 1). Параметры контакта, использованные при расчете, соответствуют значкам 'х' на кривых 1 и 5 рис.1.13.

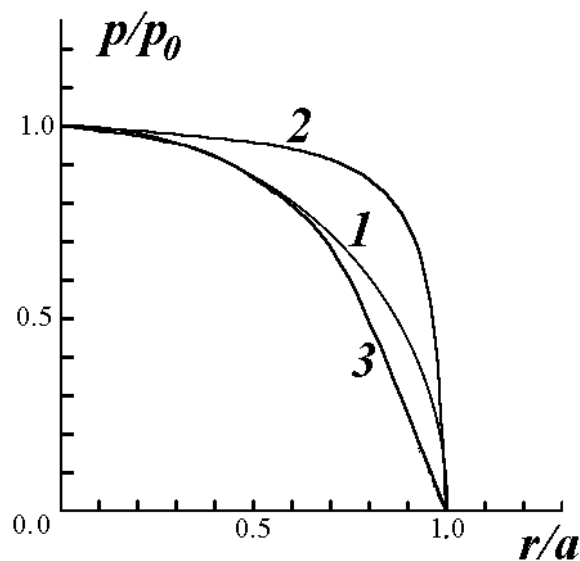


Рис. 1.14 Распределение давления при контакте сферического штампа и тела с покрытием. $p^* = 0.2E_2$, $p_c = 0$, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, $K = 0$ и $\chi = 1$ (кривая 1), $\chi = 10$, $\lambda = 0.4$ (кривая 2), $\chi = 0.2$, $\lambda = 0.6$ (кривая 3), $p_0 = p(0)$.

На рис. 1.15 и рис. 1.16 показано распределение контактных и внутренних напряжений, возникающих при вдавливании штампа с плоским основанием и скругленными краями без пригрузки.

На рис.1.15 представлено распределение контактных давлений, полученных для относительно твердых покрытий разной толщины. В случае относительно толстого покрытия (кривая 2) распределение давления близко к распределению, полученному аналитически [16] при аналогичном нагружении упругого полупространства (кривая 1). При уменьшении толщины покрытия увеличивается радиус области контакта и растет

давление на границе области; в центральной части области контакта давление падает и становится равным нулю для тонких покрытий, в этом случае имеет место контакт по кольцевой области (кривая 4). Для бóльших значений χ , p^* контакт по кольцу возникает и для более толстых покрытий. Этот эффект имеет место только для относительно твердых покрытий. В случае относительно мягких покрытий область контакта всегда круговая.

Сравнение кривых 4 и 4' на рис.1.15 позволяет оценить влияние степени сцепления покрытия с полупространством. При меньшем сцеплении (большем значении параметра K) максимальное значение давления падает и толщина кольца увеличивается. Чем толще покрытие, тем меньше влияние степени сцепления на распределение давления под штампом.

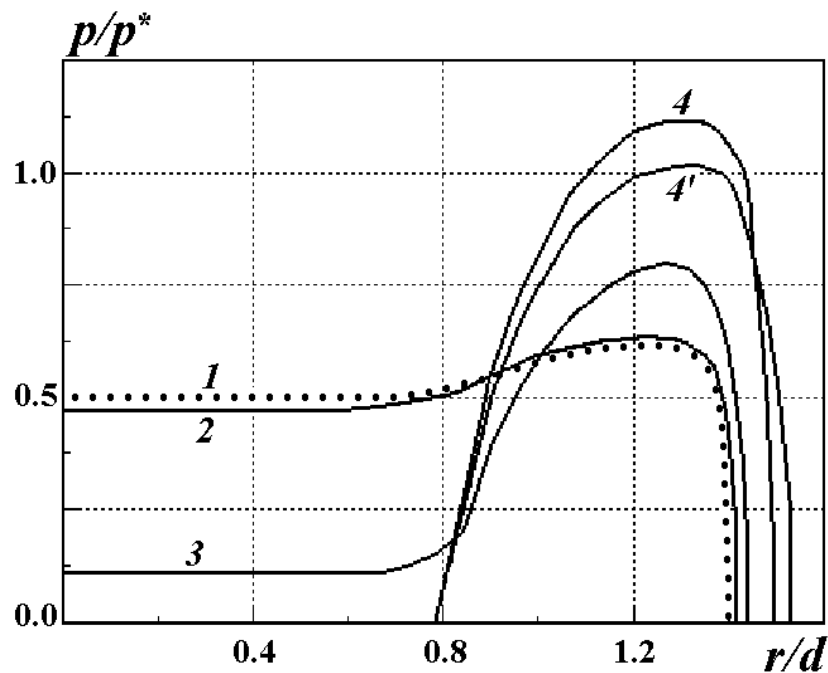
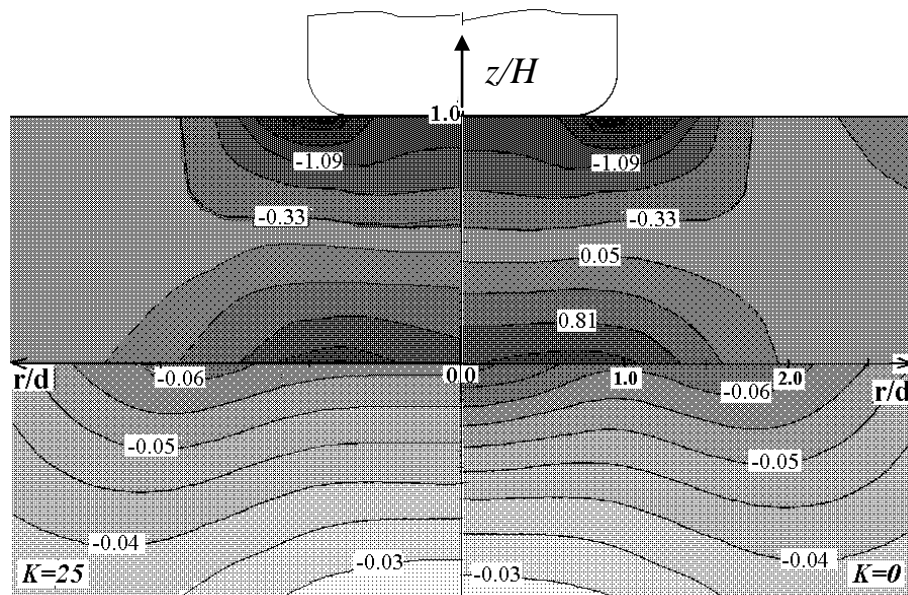


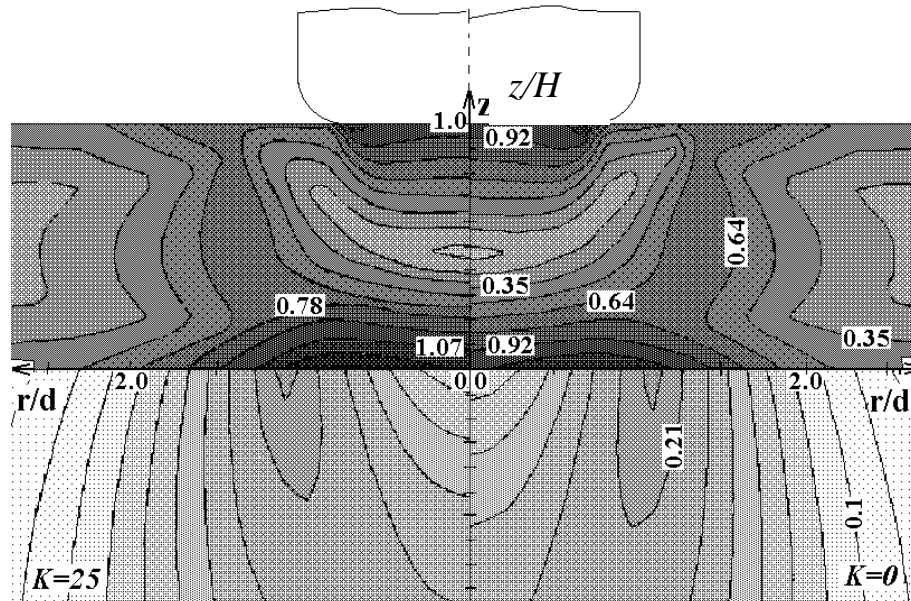
Рис. 1.15 Распределение давления при вдавливании штампа с плоским основанием и скругленными краями в тело с твердым покрытием: $p^* = 0.2E_2$, $\chi = 20$, $p_c = 0$, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, $R' = 0.4$ и $\lambda \rightarrow \infty$ (кривая 1), $\lambda = 2$ (кривая 2), $\lambda = 1$ (кривая 3), $\lambda = 0.5$ (кривые 4, 4'), $K = 0$ (кривые 2-4), $K = 20$ (кривая 4').

Распределение напряжений в покрытии и основании представлено на рис. 1.16. На рис. 1.16,а представлено распределение максимальных

касательных напряжений $\tau_{\max}(r, z)$, расчет проводился для значений параметров, соответствующих кривой 3 рис. 1.5 для случаев полного (справа) и неполного (слева) сцепления покрытия с основанием. Имеют место два локальных максимума и локальный минимум функции $\tau_{\max}(r, z)$ в покрытии. При $K=0$ максимальные значения – $\tau_{\max} = 1.1p^*$ ($z=0, r=0.73d$) и $\tau_{\max} = 1.31p^*$ ($z=H, r=0.69d$), минимальное значение – $\tau_{\max} = 0.21p^*$ ($z=0.45H, r=0$); при $K=25$ максимальные значения – $\tau_{\max} = 1.145p^*$ ($z=0, r=0.70d$) и $\tau_{\max} = 1.307p^*$ ($z=H, r=0.69d$), минимальное значение – $\tau_{\max} = 0.18p^*$ ($z=0.45H, r=0$). Сравнение левой и правой частей рисунка показывает, что неполное сцепление приводит к увеличению концентрации напряжений на границе раздела.



а



б

Рис. 1.16 Распределение максимальных касательных $\tau_{\max}(r, z)$ (а) и сжимающих-растягивающих $\sigma_r(r, z)$ (б) напряжений при вдавливании штампа с плоским основанием и скругленными краями в тело с твердым покрытием. $p^* = 0.2E_2$, $\chi = 20$, $p_c = 0$, $\nu_1 = 0.3$, $\nu_2 = 0.4$, $R' = 0.4$, $\lambda = 1$, $K = 0$ (слева) и $K = 25$ (справа).

Распределение напряжений $\sigma_r(r, z)$ представлено на рис. 1.16,б. Растягивающие напряжения концентрируются на границе раздела покрытия и полупространства, а сжимающие напряжения – на поверхности. Это свидетельствует об изгибе тонких твердых покрытий. При $K = 0$ напряжения имеют максимум $\sigma_r = 1.5p^*$ ($z = 0, r = 0.7d$) и минимум $\sigma_r = -2.3p^*$ ($z = H, r = 0.88d$) внутри слоя, при $K = 25$ максимальное значение – $\sigma_r = 1.65p^*$ ($z = 0, r = 0.6d$) и минимальное значение – $\sigma_r = -2.4p^*$ ($z = H, r = 0.88d$). Неполное сцепление приводит к увеличению значений растягивающих напряжений.

На рис. 1.17 представлены распределения максимальных касательных напряжений $\tau_{\max}(r, 0)$ на границе раздела покрытия и полупространства со стороны покрытия (кривые 1-3) и основания (кривые 1'-3') при разных значениях параметра K . Другие параметры контакта соответствуют

параметрам кривой 2 на рис. 1.15. Скачок напряжений является наибольшим под областью контакта.

На рис. 1.18 представлены распределения максимальных касательных напряжений под центром сферического штампа для случая относительно твердых (а) и относительно мягких (б) покрытий. Постоянное давление действует вне круга радиуса r' (радиус определяется из соотношения $\bar{p}\pi(r')^2 = P$, $\bar{p} = P\sqrt{3} / (6R^2)$). Кривые 1-4 иллюстрируют влияние толщины покрытий на распределение напряжений. Кривые 1 рассчитаны для однородного полупространства, упругие свойства которого совпадают со свойствами покрытия. Следует отметить, что этот результат совпадает с результатами аналитических исследований [36]. В твердом покрытии имеют место два максимума напряжений, один из которых находится на границе раздела покрытия с подложкой. Чем тоньше покрытие, тем больше значение этого максимума. Второй максимум находится внутри (кривые 2, 3) либо на поверхности покрытия (кривая 4). Его значение может быть как меньше (кривые 3, 4), так и больше значения (кривая 2) максимума на границе раздела. Сравнение кривых 4 и 4' позволяет оценить влияние пригрузки на распределение напряжений.

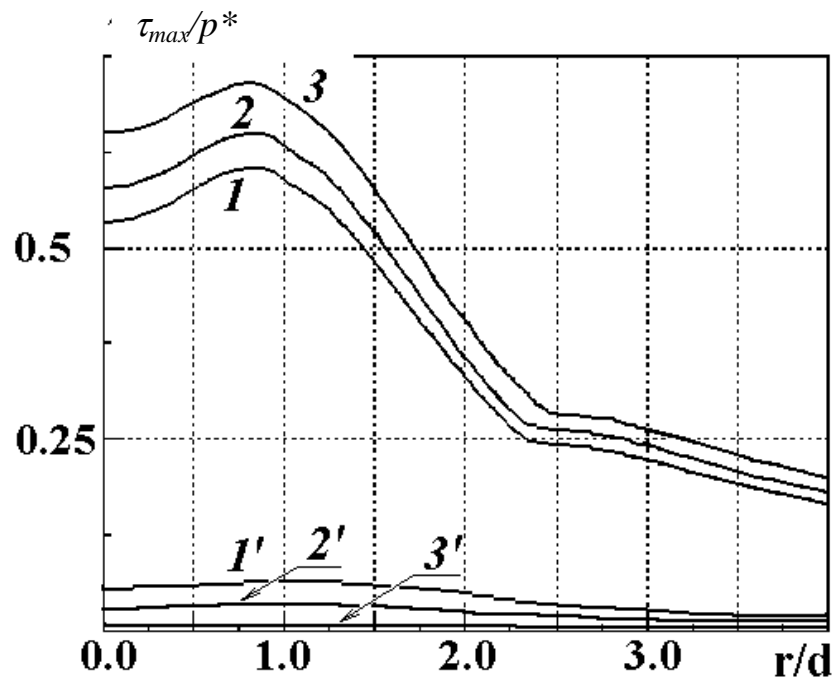
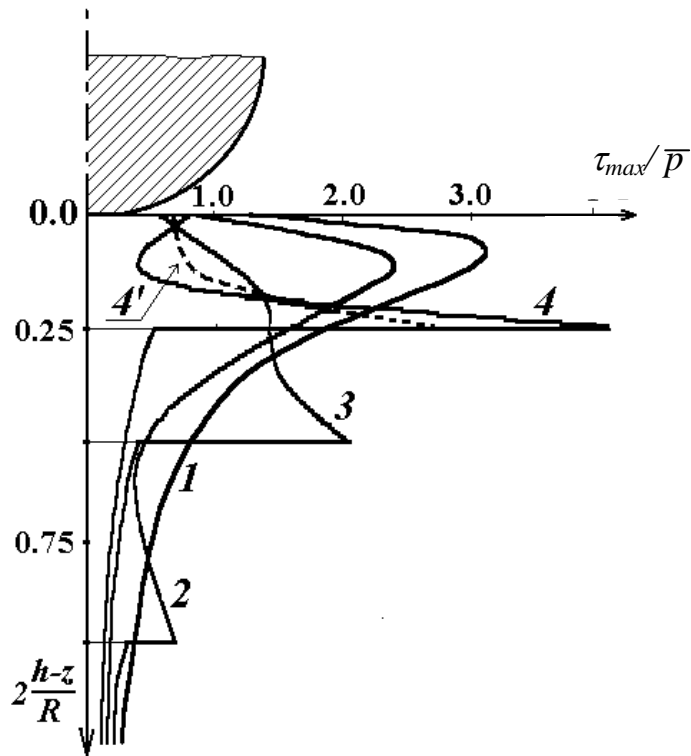
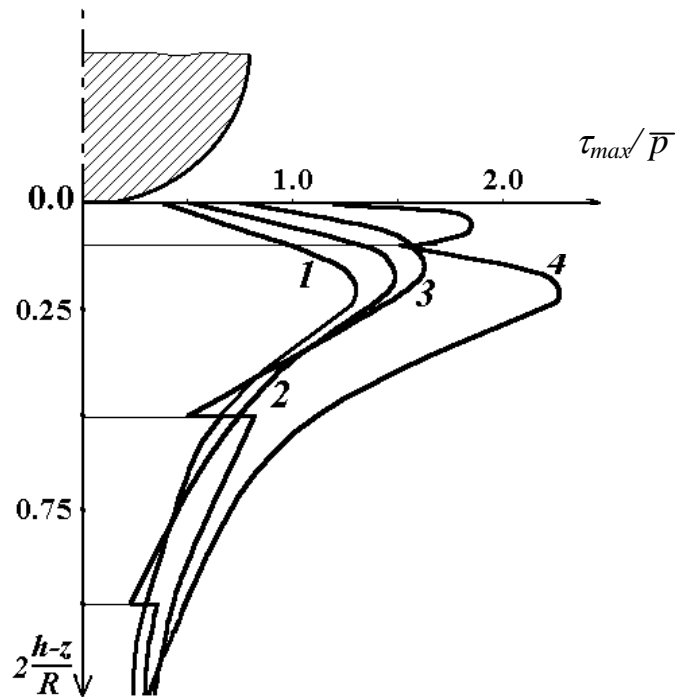


Рис. 1.17 Распределения максимальных касательных напряжений $\tau_{\max}(r, 0)$ на границе раздела покрытия и подложки со стороны покрытия (кривые 1-3) и подложки (кривые 1'-3'), возникающие при вдавливании штампа с плоским основанием и скругленными краями в тело с твердым покрытием: $p^* = 0.2E_2$, $\chi = 20$, $p_c = 0$, $\nu_1 = 0.3$, $\nu_2 = 0.4$, $R' = 0.4$, $\lambda = 1$; $K = 0$ (кривые 1, 1'), $K = 20$ (кривые 2, 2') и $K = 2000$ (кривые 3, 3').

В случае относительно мягких покрытий максимум достигается внутри слоя. Еще один максимум достигается в основании: внутри основания для относительно тонких покрытий (кривая 4) и на границе раздела для более толстых покрытий (кривые 2, 3).



а



б

Рис. 1.18 Влияние пригрузки и толщины слоя на распределение максимальных касательных напряжений для относительно твердого (а) и относительно мягкого (б) покрытия (внедрение сферического штампа); (а): $p^* = 0.1E_2$, $\chi = 10$, $p_c = \bar{p}$, $\nu_1 = 0.3$, $\nu_2 = 0.4$, $H/R \rightarrow \infty$, $H/R = 0.5, 0.25, 0.125$ (кривые 1-4); $p_c = 0$, $\lambda = 0.125$ (кривая 4'); (б): $p^* = 0.08E_2$, $\chi = 1/10$, $p_c = \bar{p}$, $\nu_1 = 0.4$, $\nu_2 = 0.3$, $H/R \rightarrow \infty$, $H/R = 0.5, 0.25, 0.055$ (кривые 1-4).

Рассмотрим влияние пригрузки на контактное давление, возникающее при вдавливании штампа с плоским основанием и скругленными краями в двухслойное упругое тело, состоящее из алюминия (подложка) и покрытия из Al_2O_3 . Двухслойное тело имеет следующие механические характеристики: $E_1 = 350$ ГПа, $E_2 = 70$ ГПа, $H = 150$ мкм. Метод нанесения покрытия обеспечивает полное сцепление с подложкой. На рис.1.19 представлено распределение давления в области контакта при разных значениях пригрузки, действующей внутри кольца $2d \leq r \leq 4d$. Распределение давления является почти равномерным (кривая 3) при величине пригрузки $p_c = 3p^*$. Увеличение пригрузки ведет к уменьшению радиуса области контакта, который, в случае кривой 4, становится близким радиусу плоского основания штампа. Максимальные давления могут достигаться на краю области контакта при отсутствии пригрузки, либо, при очень больших значениях пригрузки, в центре области контакта.

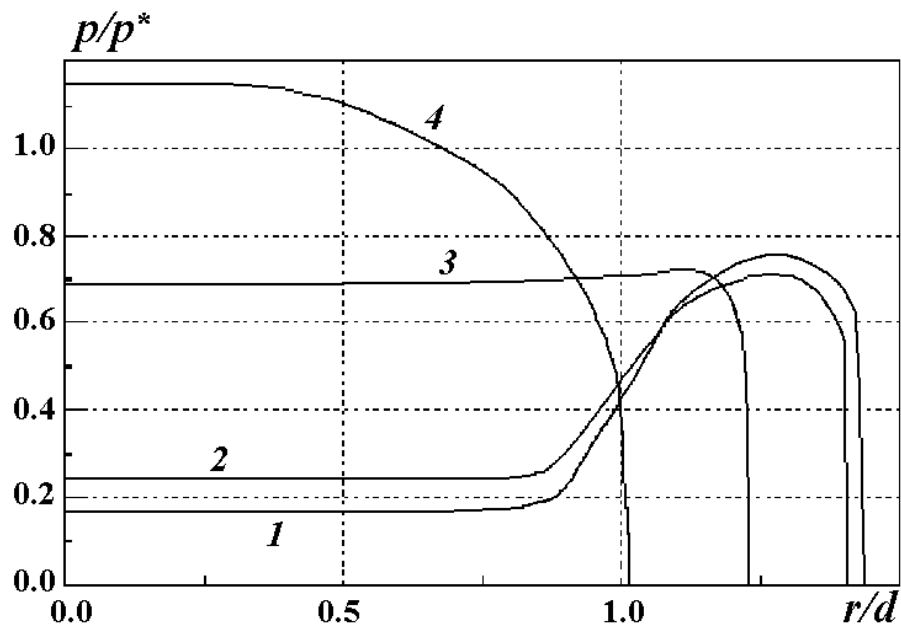


Рис. 1.19 Влияние пригрузки на распределение давлений при вдавливании штампа с плоским основанием и скругленными краями в тело с покрытием $p^* = 0.2E_2$, $\chi = 20$, $p_c = 0$, $\nu_1 = 0.3$, $\nu_2 = 0.4$, $R' = 0.4$, $\lambda = 1$, $K = 0$ (кривая 1), $p_c = p^*$ (кривая 2), $p_c = 3p^*$ (кривая 3), $p_c = 4p^*$ (кривая 4).

1.5 Анализ напряжений, возникающих при фрикционном нагружении тел с однослойными покрытиями.

В данном разделе представлены распределения напряжений, возникающих при фрикционном нагружении тел с однослойными упругими покрытиями недеформируемым сферическим индентором. Подобный тип нагружения используется в трибологии, когда необходимо провести испытание материала с большой концентрацией приложенной нагрузки, которую обеспечивает контакт точечного типа. Ниже будут рассмотрены модельные задачи о фрикционном нагружении такого типа, которые позволяют провести анализ влияния входных параметров задачи на распределение напряжений, и результаты расчета для реальных покрытий и условий нагружения. В обоих случаях были использованы условия полного сцепления покрытия с подложкой. Будут рассмотрены напряжения в плоскости xOz , связанной с центром области контакта и параллельной направлению скольжения.

1.5.1 Относительно твердые покрытия ($\chi > 1$).

Рассмотрим распределение растягивающих-сжимающих и максимальных касательных напряжений в слое и полупространстве со следующими упругими характеристиками: $E_1 = 350$ ГПа, $E_2 = 70$ ГПа ($\chi = 5$), $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$ (рис. 1.20). В результате решения осесимметричной контактной задачи ($P = 35$ Н, $H = 100$ мкм, $R = 20$ мм), получаем распределение контактного давления и размер площадки контакта a ; безразмерная толщина покрытия $\lambda = 0.585$. Коэффициент трения $\mu = 0.4$.

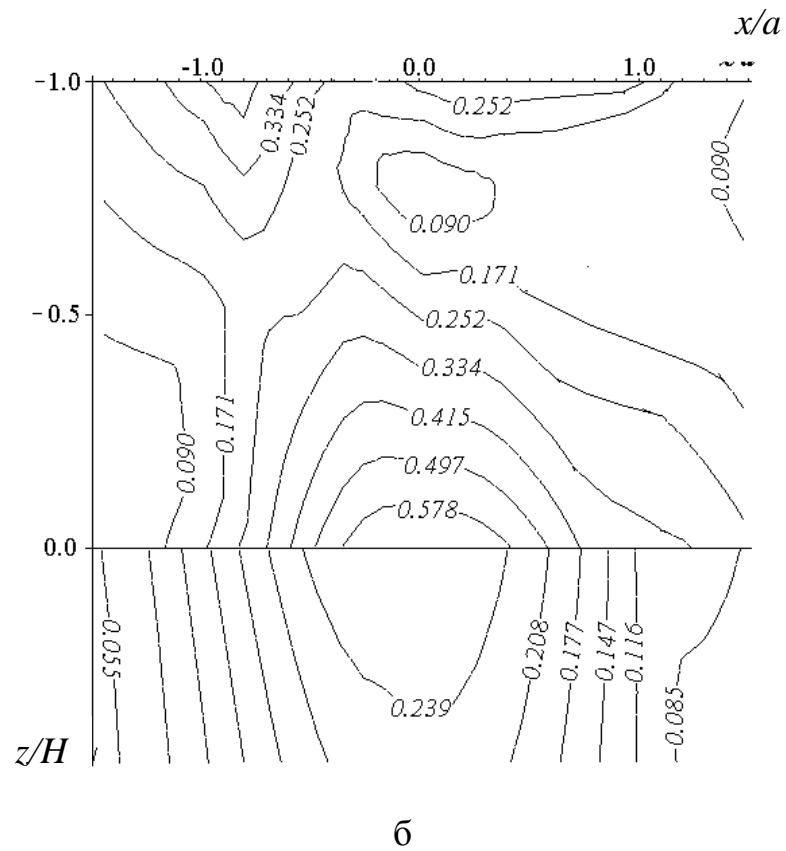
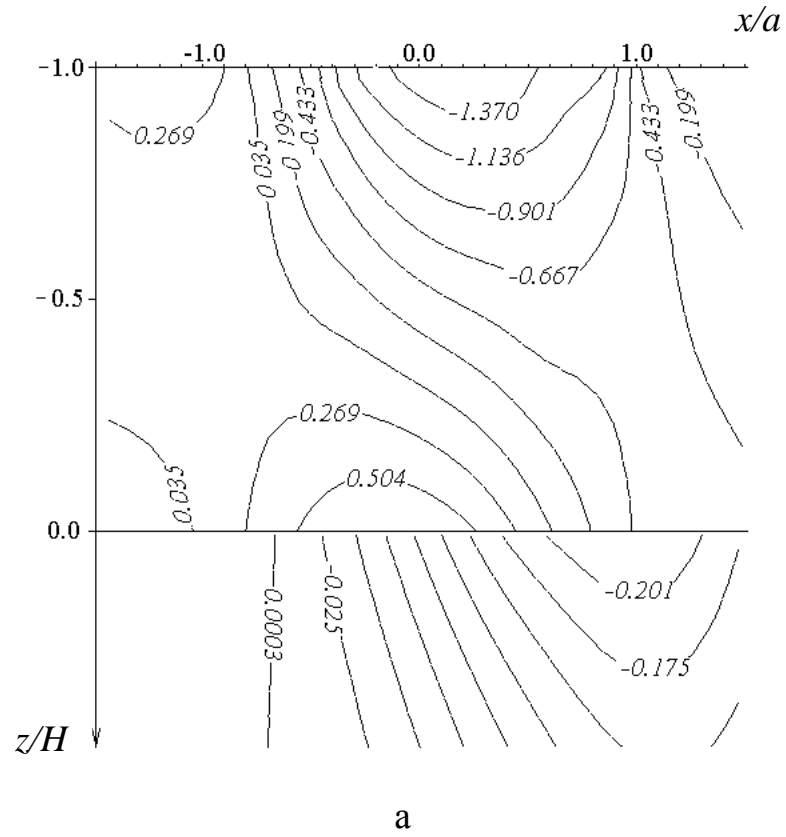
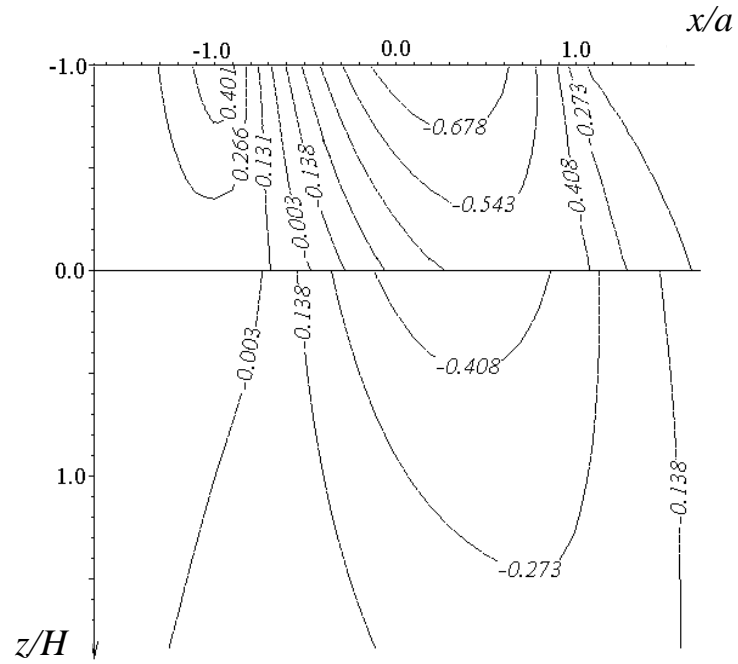


Рис. 1.20 Распределение напряжений σ_x (а) и максимальных касательных напряжений τ_{\max} (б) в двухслойном полупространстве. $E_1 = 350$ ГПа, $E_2 = 70$ ГПа, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, $P = 35$ Н, $H = 100$ мкм, $R = 20$ мм, $\mu = 0.4$

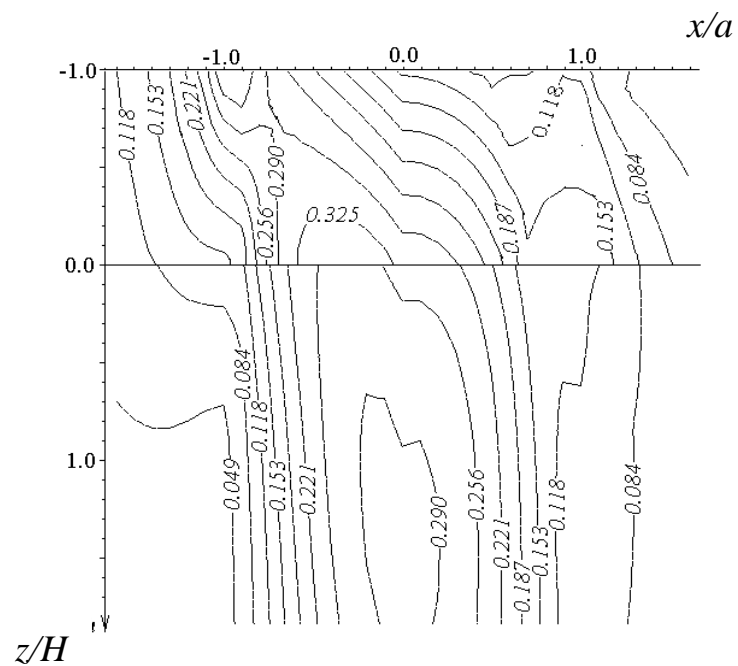
Особенностью распределения напряжений σ_x является концентрация растягивающих напряжений как на поверхности покрытия, так и на границе раздела покрытия и полупространства (рис. 1.20,а). Подобное распределение обусловлено как действием сил трения, так и изгибом тонкого твердого покрытия под действием нормального нагружения. Действие сил трения приводит к появлению зоны растяжения на поверхности, в то время как изгиб приводит к растяжению на границе раздела. В рассматриваемом случае максимум напряжений на границе раздела, $(\sigma_x)_{\max} = 0.771p_0$ ($z/H = 0$, $x/a = -0.2$), где p_0 – максимальное давление в области контакта, существенно превышает максимальное растяжение на поверхности.

Сравнение распределения напряжений σ_x (рис. 1.20,а) и максимальных касательных напряжений τ_{\max} (рис. 1.20,б) показывает, что в обоих случаях напряжения концентрируются на границе раздела и на поверхности позади области контакта. Наибольшее значение максимальных касательных напряжений $\tau_m = (\tau_{\max})_{\max} = 0.661p_0$ находится на границе раздела ($z/H = 0$, $x/a = 0$). Максимальные растягивающие напряжения в основании также концентрируются на границе раздела, при этом их значения существенно меньше, чем в покрытии.

На рис.1.21 представлены результаты, полученные для следующих параметров системы покрытие-подложка: $E_1 = 300$ ГПа, $E_2 = 200$ ГПа, $\nu_1 = 0.2$, $\nu_2 = 0.3$, $P = 7.9$ Н, $H = 8.8$ мкм, $R = 6.35$ мм, $\mu = 0.3$. По сравнению с предыдущим примером, это покрытие является менее твердым ($\chi = 1.5$) и более тонким ($\lambda = 0.154$). Анализ распределения напряжений σ_x показывает, что максимальное значение растягивающих напряжений $(\sigma_x)_{\max} = 0.535p_0$ достигается на поверхности на границе области контакта $x = -a$ (рис. 1.21а). Максимальное значение растягивающих напряжений в подложке $(\sigma_x)_{\max} = 0.105p_0$ достигается на границе раздела при $x/a = -1.1$.



а



б

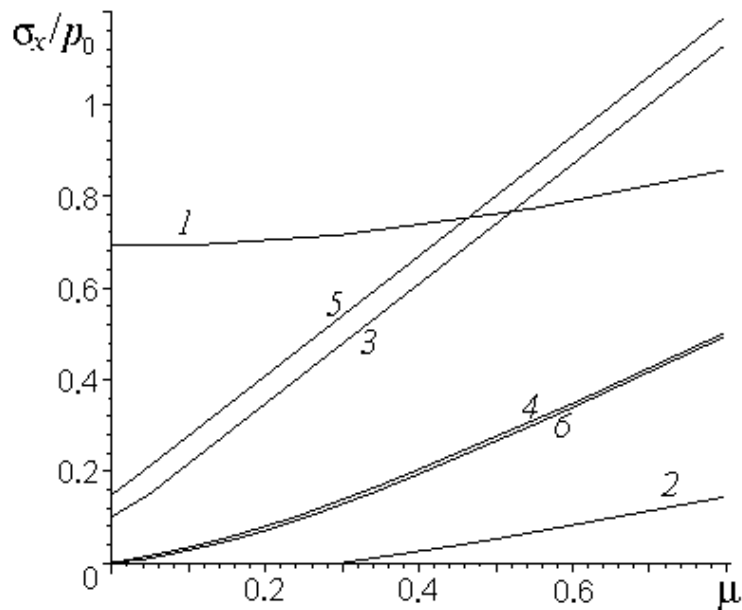
Рис. 1.21 Распределение напряжений σ_x (а) и максимальных касательных напряжений τ_{\max} (б) в двухслойном полупространстве. $E_1 = 300$ ГПа, $E_2 = 200$ ГПа, $\nu_1 = 0.2$, $\nu_2 = 0.3$, $P = 7.9$ Н, $H = 8.8$ мкм, $R = 6.35$ мм, $\mu = 0.3$

Максимальные касательные напряжения имеют два максимума в покрытии – на поверхности и на границе раздела покрытия с подложкой, причем второй из них больше ($\tau_m = 0.359 p_0$). В подложке максимум

достигается на расстоянии $z = 1.3H$ от границы раздела, и значение этого максимума ($\tau_m = 0.303 p_0$) сравнимо со значением τ_m в упругом слое.

Величина коэффициента трения оказывает существенное влияние на распределение напряжений. Результаты, представленные на рис. 1.22 позволяют проанализировать влияние величины коэффициента трения на максимальные значения растягивающих (рис. 1.22,а) и максимальных касательных (рис. 1.22,б) напряжений.

Для рассматриваемого диапазона значений коэффициента трения ($0 < \mu < 0.8$), максимальные растягивающие напряжения в покрытии достигаются на поверхности ($z = H$) для кривых 3, 5 и на границе раздела ($z = 0$) для кривой 1 (рис. 1.22,а). Максимальное значение растягивающих напряжений в подложке находится на границе раздела (кривые 2, 4, 6).



а

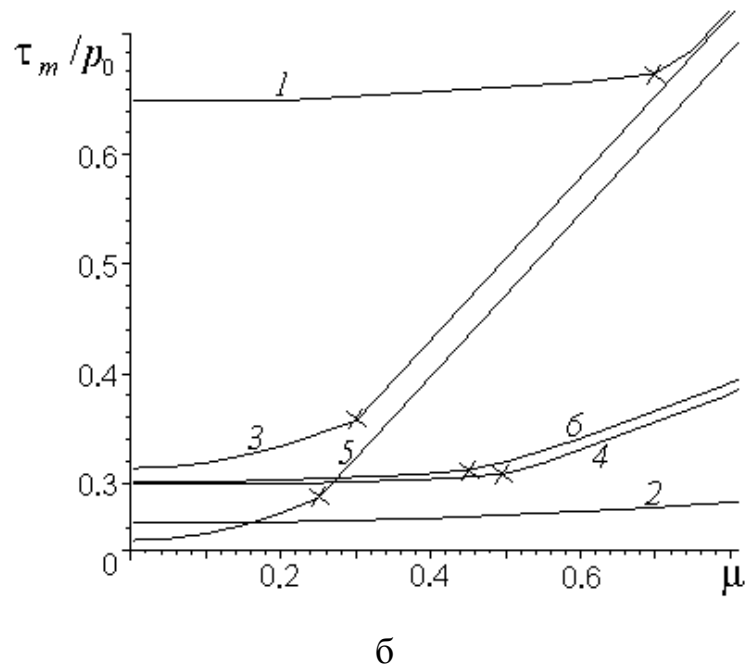


Рис.1.22 Влияние величины коэффициента трения на максимальные значения напряжений σ_x (а) и максимальных касательных напряжений (б) в покрытии (кривые 1, 3, 5) и основании (кривые 2, 4, 6): 1, 2 – $E_1 = 350$ ГПа, $E_2 = 70$ ГПа, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, $P = 35$ Н, $H = 100$ мкм, $R = 20$ мм; 3-6 – $E_1 = 300$ ГПа, $E_2 = 200$ ГПа, $P = 7.9$ Н, $H = 8.8$ мкм, $R = 6.35$ мм; 3, 4 – $\nu_1 = 0.2$, $\nu_2 = 0.3$; 5, 6 – $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$

Локализация максимума максимальных касательных напряжений существенно зависит от значения коэффициента трения. В покрытии максимальные значения могут быть как на поверхности, так и на границе раздела. Значки на кривых 1, 3, 5 (рис. 1.22,б) показывают, при каком значении коэффициента трения основной максимум τ_m переходит с границы раздела на поверхность покрытия. Напряжение τ_m в подложке может быть как на границе раздела, так и на некотором удалении от нее (Значки на кривых 4 и 6 фиксируют значение коэффициента трения, превышение которого приводит к локализации максимума на границе раздела; для кривой 2 максимум всегда находится на границе раздела).

Увеличение значения коэффициента трения ведет к увеличению концентрации напряжений в покрытии и подложке. Сравнение кривых 1, 2 с кривыми 3, 4 показывает, что влияние трения на максимальные значения

напряжений уменьшается с увеличением относительной твердости покрытия. Величина коэффициента трения, при которой точка τ_m перемещается на поверхность, равна 0.72 для кривой 1 и существенно меньше для кривых 3 и 5 (0.3 и 0.25, соответственно).

1.5.2 Относительно мягкие покрытия ($\chi < 1$).

Рассмотрим распределение напряжений σ_x в относительно мягком ($\chi = 0.15$) упругом слое и упругом основании: $E_1 = 45$ ГПа, $E_2 = 300$ ГПа, $\nu_1 = 0.35$, $\nu_2 = 0.3$, $P = 5$ Н, $H = 20$ мкм, $R = 10$ мм, $\mu = 0.4$ (рис. 1.23). Радиус индентора и нагрузка выбраны так, чтобы радиус области контакта существенно превышал толщину покрытия ($\lambda = 0.264$). Почти вертикальные изолинии в слое свидетельствуют о том, что напряжения передаются с поверхности на границу раздела почти без изменения. Под действием трения на поверхности появляются растягивающие напряжения. Эти напряжения сохраняются по всей толщине покрытия при $x < -0.9a$. Точка максимума ($(\sigma_x)_{\max} = 0.490p_0$) находится на поверхности ($x/a = -1.1$). В упругом полупространстве максимальные растягивающие и сжимающие напряжения локализуются на границе раздела ($(\sigma_x)_{\max} = 0.426p_0$, $x/a = -1$).

Рис. 1.24 позволяет проанализировать зависимость максимальных значений максимальных касательных напряжений τ_m в относительно мягких покрытиях от величины коэффициента трения. Значки на кривых 1, 3 и 5 обозначают значение коэффициента трения, превышение которого приводит к сдвигу максимума напряжений от внутренних точек на поверхность покрытия. Сравнение кривых 1 и 3, а также кривых 2 и 4, полученных при близких значениях λ ($\lambda = 0.876$ для кривых 1, 2 и $\lambda = 0.891$ для кривых 3, 4) и разных χ ($\chi = 0.3$ для кривых 1, 2 и $\chi = 0.15$ для кривых 3, 4) показывает, что уменьшение твердости покрытия ведет к увеличению значения τ_m в покрытии и подложке. Кривые 5 и 6 построены при $\chi = 0.3$ and $\lambda = 0.463$. Сравнение этих кривых с кривыми 1 и 2 показывает, что уменьшение толщины

покрытия ведет к увеличению значения τ_m в подложке. При малых значениях коэффициента трения значения τ_m в покрытии могут быть меньше, чем в подложке.

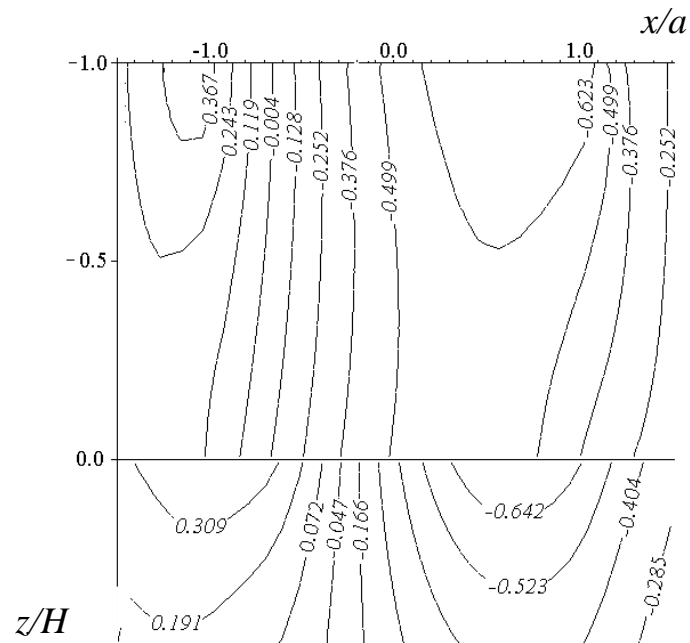


Рис. 1.23 Распределение напряжений σ_x в двухслойном основании. $E_1 = 45$ ГПа, $E_2 = 300$ ГПа, $\nu_1 = 0.35$, $\nu_2 = 0.3$, $P = 5$ Н, $H = 20$ мкм, $R = 10$ мм, $\mu = 0.4$

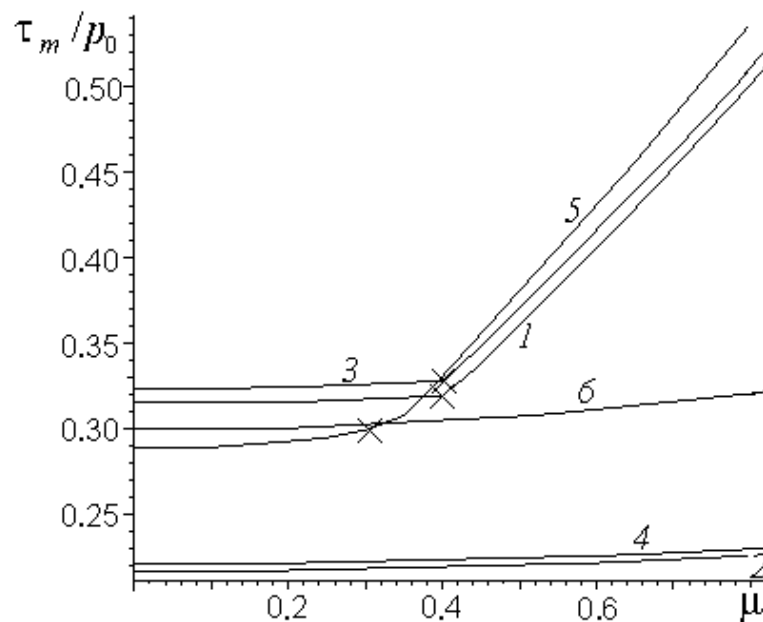


Рис. 1.24 Влияние величины коэффициента трения на максимальные значения максимальных касательных напряжений в покрытии (кривые 1, 3, 5) и основании (кривые 2, 4, 6): 1, 2 – $\nu_1 = 0.35$, $\nu_2 = 0.3$, $E_1 = 45$ ГПа, $E_2 = 150$ ГПа, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, $P = 0.3$ Н, $H = 20$ мкм, $R = 3$ мм; 3, 4 – $E_1 = 45$ ГПа, $E_2 = 300$ ГПа, $P = 7.9$ Н, $H = 20$ мкм, $R = 5$ мм; 5, 6 – $E_1 = 45$ ГПа, $E_2 = 150$ ГПа, $H = 7$ мкм, $R = 3$ мм

1.5.3 Анализ напряжений на границе раздела покрытия с подложкой для покрытий из нитрида хрома и оксида титана.

Наиболее опасным видом разрушения покрытий при трении является его отслаивание от подложки с последующим выкрашиванием. Если подобное явление является результатом многоциклового нагружения, можно говорить об усталостной природе отслаивания. В этом случае анализ напряжений, возникающих на границе раздела покрытия с подложкой, имеет важное значение. Исследование, включающее результаты экспериментов и анализ напряженного состояния, в качестве объекта испытаний должно использовать образцы композиций покрытия с подложкой, удовлетворяющие следующим требованиям:

- В процессе испытаний на трение этих покрытий выявлены разрушения усталостного типа (локальные выкрашивания покрытий);
- Материалы покрытий должны быть апробированы, чтобы была возможность предварительной оценки и последующего сравнения с уже опубликованными результатами;
- Свойства композиций, такие как упругие характеристики, толщина покрытий, степень сцепления с подложкой, известны и стабильны для всей серии образцов.

В соответствии с этими критериями были выбраны две композиции покрытие-подложка, для которых было проведено сравнение результатов моделирования с экспериментом [101].

Покрытие из нитрида хрома на стальной подложке. Эти покрытия имеют широкое применение в триботехнике благодаря высокой износостойкости и антифрикционным свойствам [95].

Проводились фрикционные испытания по схеме шарик-диск (возвратно-поступательное движение). Использовались шарики из твердого

сплава и оксида алюминия (корунда), которые характеризуются высокой износостойкостью и большим (сравнительно с покрытиями) модулем упругости, диаметр шариков – 7.94 мм. Длина дорожки скольжения ± 15 мм, что при частоте 1Гц обеспечило среднюю скорость скольжения 0.03м/с. Испытания проводились как в дистиллированной воде, так и в 3% растворе NaCl. И в том, и в другом случае, независимо от материала шарика, часто наблюдались случаи отслаивания покрытия (рис. 1.25) [94]. Параллельно при тех же условиях проводились испытания покрытий из модифицированной стали s-phase и материала подложки без покрытия. Отслаивания покрытий из модифицированной стали s-phase не наблюдалось.

Входные данные для определения напряженного состояния в покрытии и подложке для двух вариантов покрытий собраны в таблице 1.1 (часть 1).

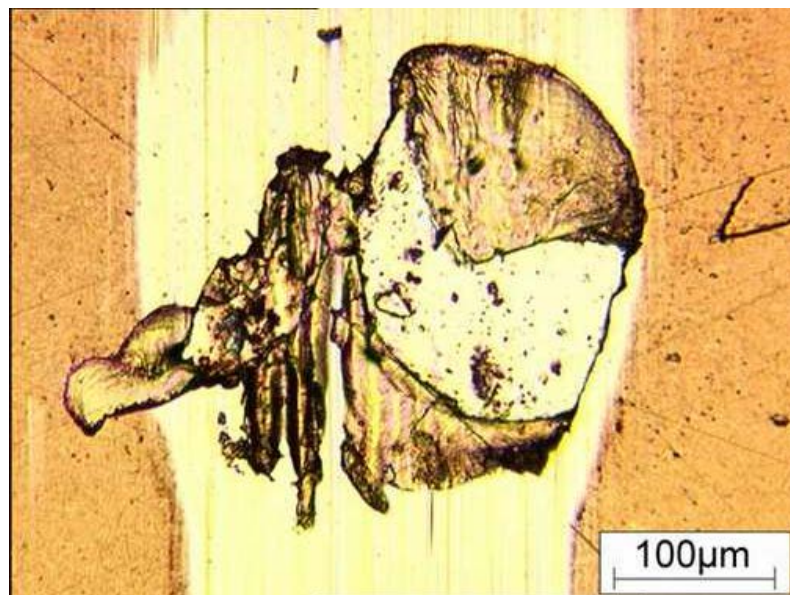
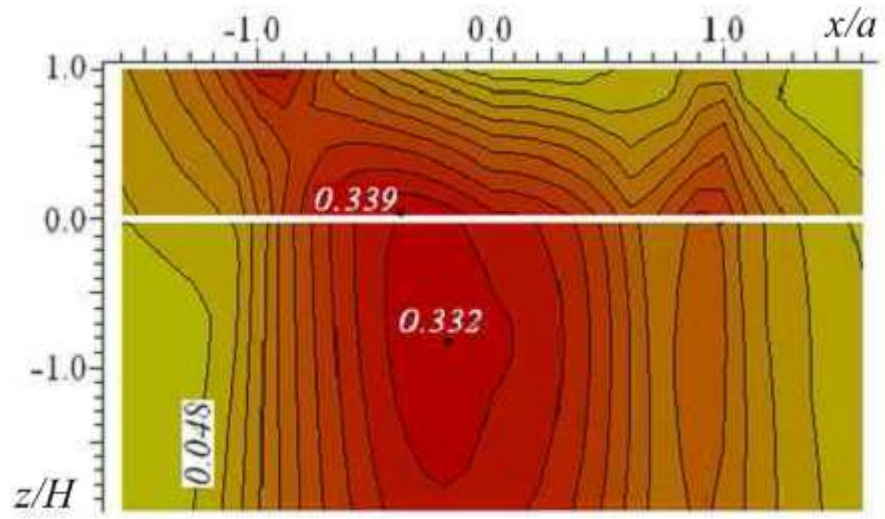


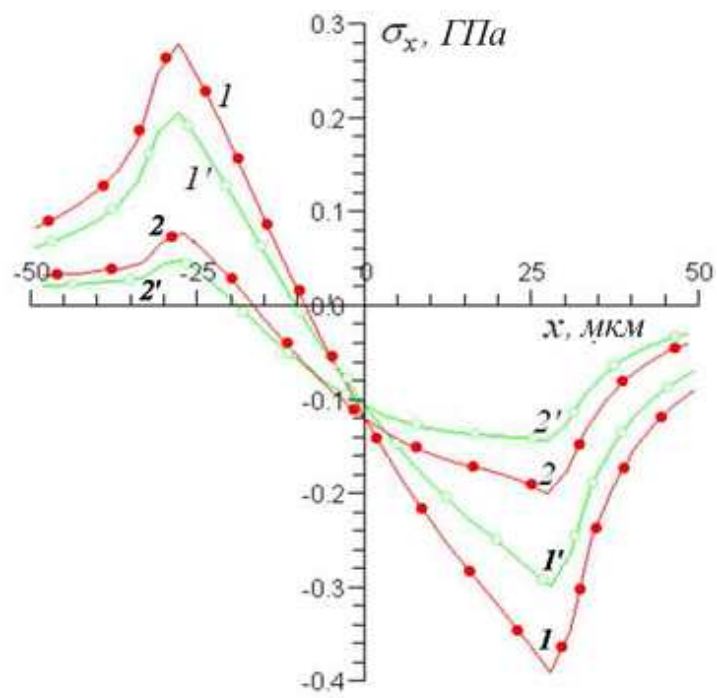
Рис. 1.25 Отслаивание покрытия CrN после 24 часов испытаний (172800 циклов) в дистиллированной воде. Трение в паре с шариком из твердого сплава

Таблица 1.1 Входные параметры для расчета напряжений в покрытии и подложке

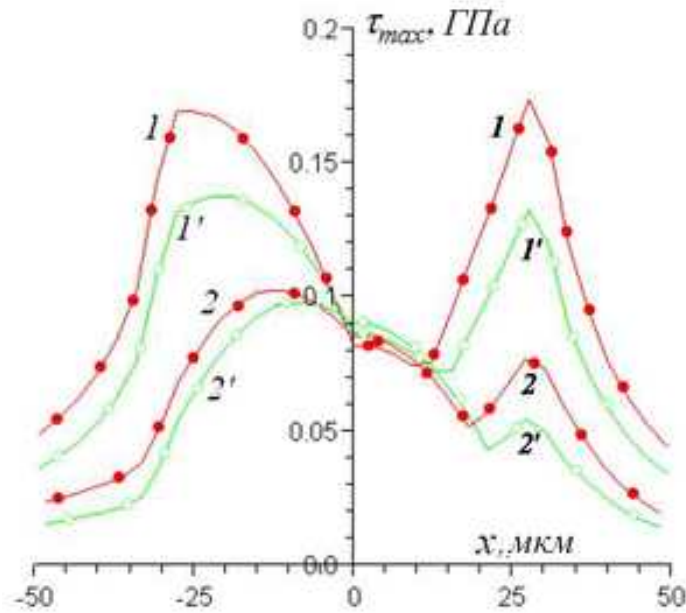
		материал	E	ν	H	P	μ
			ГПа		мкм	Н	
1	шарик	Al ₂ O ₃	375	0.22	-	-	-
	покрытие (1)	CrN	320	0.27	6.0	1.47	0.22
	покрытие (2)	s-phase	287	0.27	8.0	1.47	0.48
	подложка	сталь AISI 316L	200	0.27	-	-	-
2	шарик	Si ₃ N ₄	310	0.26	-	-	-
	покрытие	TiO ₂	230	0.22	2.0	0.5-5.0	0.1
	подложка	CP-Ti	103	0.34	-	-	-



a



б



в

Рис. 1.26 Распределение напряжений в покрытиях CrN и s-phase: а) изолинии максимальных касательных напряжений τ_{\max} / p_0 для покрытия CrN, б) распределение напряжений σ_x вдоль границы раздела покрытия с подложкой, в) распределение напряжений τ_{\max} вдоль границы раздела покрытия с подложкой; кривые 1 и 2 относятся к покрытиям из CrN и s-phase соответственно, кривые 1' и 2' – напряжения на границе раздела со стороны подложки, кривые 1 и 2 – напряжения на границе раздела со стороны покрытия.

Результаты расчета на основе этих данных представлены на рис. 1.26. Радиус области контакта составил 30.2 мкм для покрытия из нитрида хрома и 30.5 для покрытия из модифицированной стали s-phase. Распределение максимальных касательных напряжений (рис. 1.26, а), полученное для покрытия из оксида хрома и стальной подложки, позволяет сделать вывод, что при данных параметрах нагружения максимум напряжений в покрытии находится на границе с подложкой, а в материале подложки на некотором удалении от границы. Интересно отметить, что расстояние от поверхности до точки максимума в подложке близко к расстоянию, которое определяется аналитически для контакта без трения сферического индентора и однородного упругого полупространства [36]. То же можно сказать и о

величине этого максимума, отнесенной к максимальному значению контактного давления. На рис. 1.26 б,в представлены распределения сжимающих-растягивающих напряжений σ_x и максимальных касательных напряжений τ_{\max} на границе раздела покрытия с подложкой. Эти напряжения были выбраны потому, что они обычно входят в различные критерии разрушения [38], существенно важным может быть и скачок напряжений на границе раздела материалов. Представленные кривые позволяют сделать вывод, что напряжения на границе раздела с покрытием из нитрида хрома больше, чем на границе раздела с покрытием из модифицированной стали, что следует связать с большей разницей упругих свойств материала в первом случае. Этим же объясняется и относительно малый перепад напряжений на границе раздела покрытия из модифицированной стали со стальной подложкой. Судя по большому количеству циклов фрикционного нагружения, в результате которого происходит выкрашивание покрытия из нитрида хрома, а также по тому факту, что максимальные касательные напряжения концентрируются на границе раздела материалов, фрикционное разрушение в данном случае действительно имеет признаки многоциклового усталости.

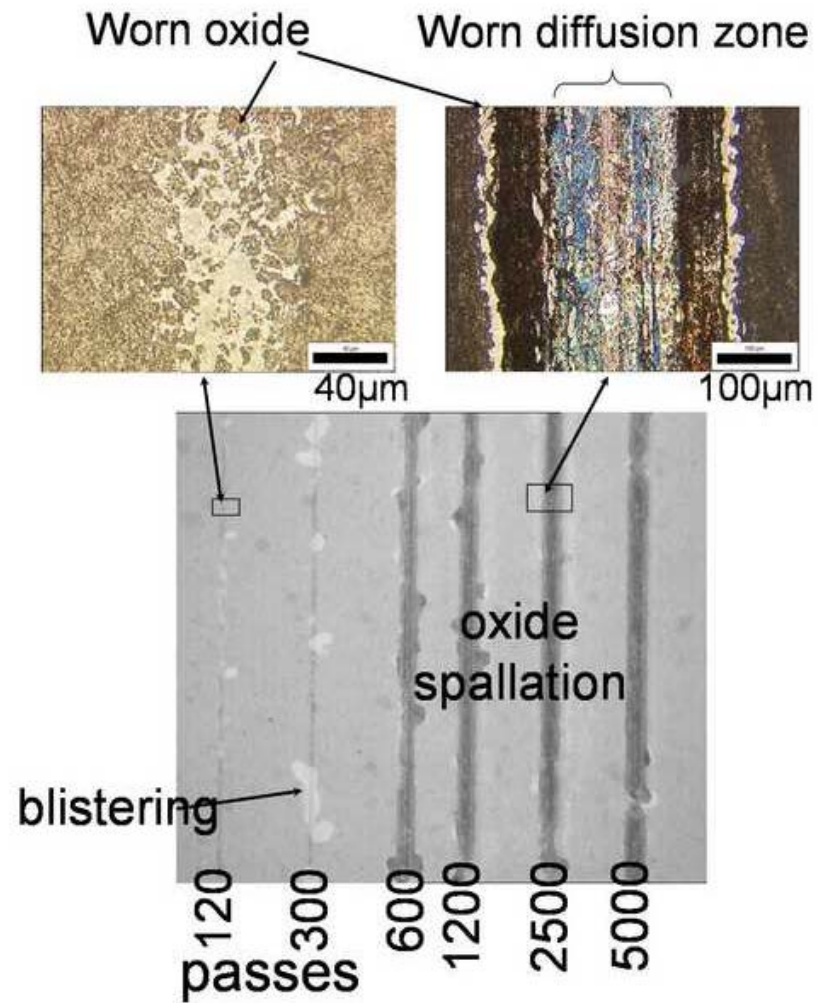


Рис. 1.27 Отслаивание и выкрашивание покрытия TiO_2 , полученного в результате оксидирования при температуре 700°C . Среда – дистиллированная вода, нагрузка – 0.98 Н , средняя скорость скольжения – 0.02 м/с [101]

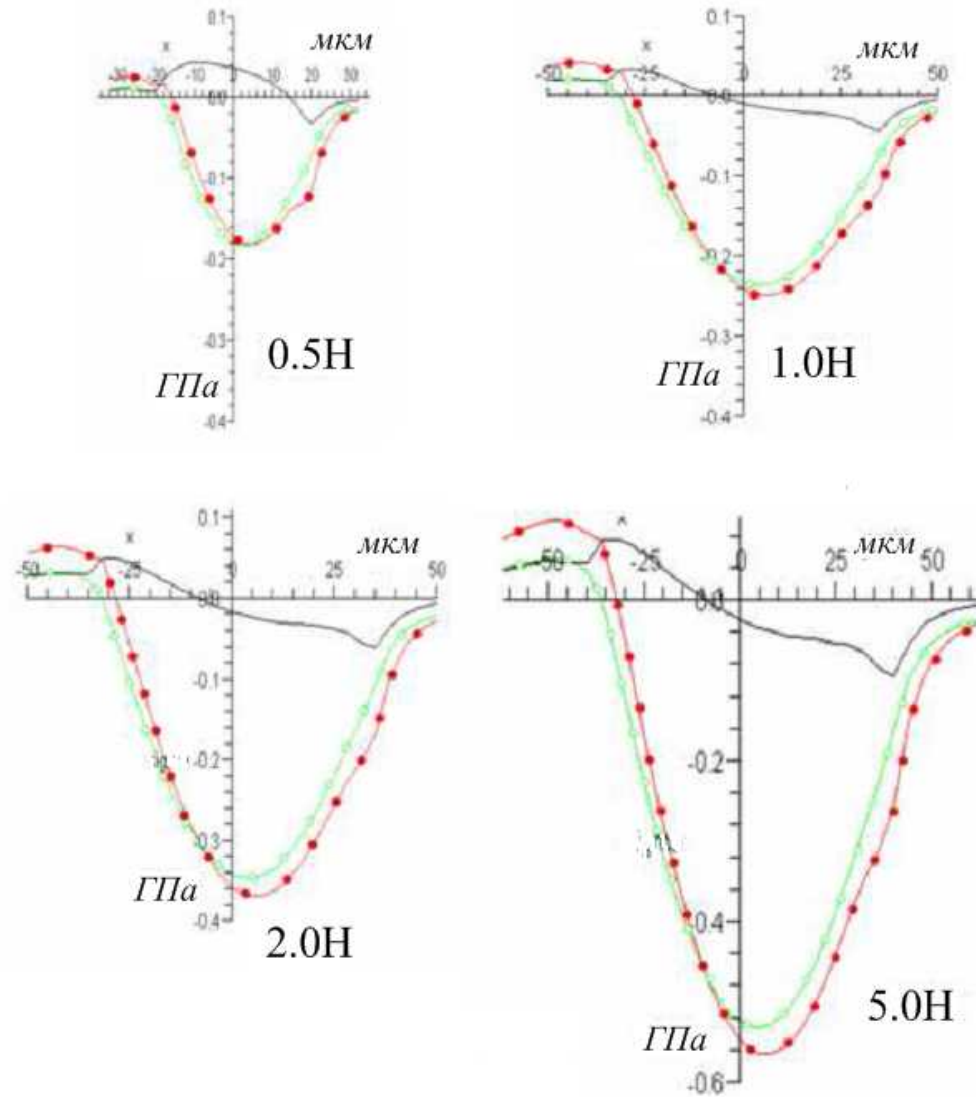


Рис. 1.28 Распределение напряжений σ_x вдоль границы раздела покрытия с подложкой для системы ТО-СР-Ті для разных величин нагрузки. Красные кривые – напряжения на границе раздела со стороны покрытия, зеленые кривые – напряжения на границе раздела со стороны подложки, черные кривые – перепад напряжений на границе раздела.

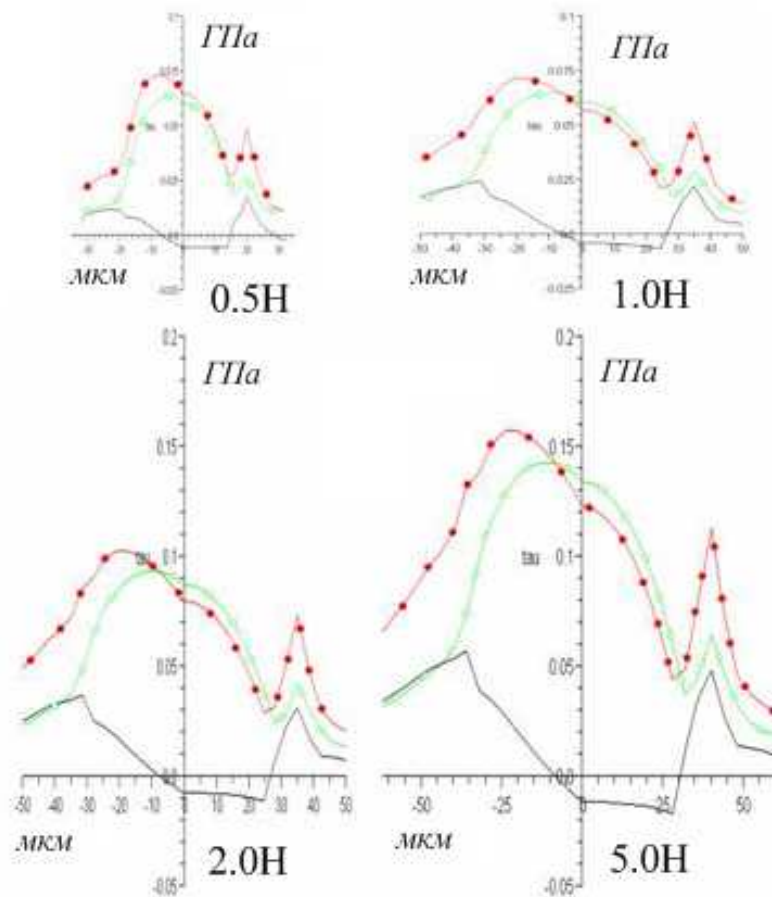


Рис. 1.29 Распределение напряжений τ_{max} вдоль границы раздела покрытия с подложкой для системы ТО-СР-Ті для разных величин нагрузки. Красные кривые – напряжения на границе раздела со стороны покрытия, зеленые кривые – напряжения на границе раздела со стороны подложки, черные кривые – перепад напряжений на границе раздела.

Покрытие из оксида титана, полученное на титане и титановых сплавах. Титановые сплавы обладают целым рядом полезных свойств, но при этом и малой износостойкостью. Высокотемпературное оксидирование является одним из способов получения износостойкого керамического поверхностного слоя, состоящего из оксида титана TiO_2 . Предварительное исследование показало, что оксидирование в течение 36 часов при температуре $625^\circ C$ действительно повышает износостойкость титана [103]. При этом в результате длительных испытаний наблюдался эффект отслаивания. Из всего перечисленного следует, что данная композиция

материалов удовлетворяет критериям модельного материала, пригодного для исследований.

Для экспериментов использовались титановые образцы, подвергнутые оксидированию при температуре 700°C в течение 36 часов, в результате образовался оксидный слой толщиной от 2 до 2.5 мкм. Материалы испытывались по схеме шарик-диск (возвратно-поступательное движение) с шариками из оксида алюминия (корунда) в дистиллированной воде, диаметр шариков – 7.94 мм. Длина дорожки скольжения ± 10 мм, что при частоте 1 Гц обеспечило среднюю скорость скольжения 0.02 м/с. Фотографии нескольких дорожек трения, полученных за разное время испытаний, представлены на рис. 1.17. На первом этапе прослеживается незначительный износ оксидного слоя, далее появляются локальные выпучивания покрытия, и наконец, отслаивание и выкрашивание покрытия. Стабильно низкое значение коэффициента трения и высокая износостойкость шарика позволяют рассчитывать на адекватность результатов моделирования для данной системы.

Параметры, использованные для расчетов, приведены в таблице 1.1 (часть 2). На рис. 1.28 и 1.29 приведены результаты расчетов напряжений σ_x и максимальных касательных напряжений на границе раздела материалов для разных значений нагрузки. Следует отметить, что с ростом нагрузки и, соответственно, радиуса пятна контакта, происходит и уменьшение относительной толщины покрытия. В связи с этим при относительно быстром росте абсолютных значений напряжений перепад напряжений увеличивается относительно медленно при увеличении нагрузки.

1.5.4 Экспериментально-теоретическое исследование причин скалывания покрытий на основе многокомпонентных оксидов при фрикционном нагружении

В данном разделе рассматриваются покрытия на основе оксидов, полученные карбоксилатным методом [10]; такой метод нанесения покрытий обеспечивает возможность обработки деталей сложной формы, компоновки покрытий из различных оксидов с произвольным сочетанием долей материала, а также является энергетически мало затратным. Особенностью данных покрытий является их малая толщина (до нескольких сот нанометров) и аморфная структура материала. Предыдущие микроскопические и трибологические исследования покрытий различной толщины и химического состава [80] показали, что большинство покрытий имеют сравнительно низкий (0.1-0.2) коэффициент трения в паре со сталью, в той или иной степени сглаживают рельеф исходной поверхности. В то же время при стандартных трибологических испытаниях по схеме палец-диск покрытия быстро разрушались. В связи с этим для дальнейших исследований, описанных в данной работе, эксперименты по фрикционному нагружению покрытий были проведены на другом масштабном уровне с помощью сканирующего нанотвердомера по методике, разработка которой была начата ранее также для материалов с покрытиями [85, 86]. Исследования, проведенные при разных нагрузках по схеме шарик - плоский образец с покрытием для большого количества материалов покрытий, отличающихся химическим составом и использованным температурным режимом, показали, что наряду с изнашиванием, то есть возникновением и углублением канавки трения, есть случаи скалывания покрытий на ранних стадиях испытания. Для объяснения причин раннего скалывания покрытий целесообразно определить напряженное состояние покрытий при фрикционном нагружении и связать его с результатами дополнительных экспериментов с образцами, для которых характерно образование сколов.

Образцы для исследования. Покрытия были получены карбоксилатным методом, который заключается в термическом разложении растворов карбоксилатов металлов с образованием аморфных покрытий соответствующих оксидов с последующей их структуризацией при повышении температуры термообработки [72]. При низкотемпературном термодеструкционном синтезе слои оксида алюминия (образец 1) и смешанного оксида алюминия и гадолиния (образец 2) являются аморфизированными продуктами с квазисимметричной (3D-шаровой) изотропной структурой. Термообработка проводилась при температуре 500°C. В качестве подложки использовалось полированное кварцевое стекло, измеренный модуль упругости которого (модуль Юнга) равен 110 МПа [80.]. Модуль упругости (Юнга) покрытий измерялся методом силовой спектроскопии при индентировании вибрирующим наконечником, по зависимости изменения частоты колебаний от степени прижима наконечника к поверхности материала [84]. Глубина вдавливания индентора не превышала 1/10 толщины покрытия. Измерение толщины покрытия проводилось путем нанесения глубоких царапин с возрастающей нагрузкой пирамидальным алмазным наконечником, с последующим сканированием рельефа в области отслоения покрытия. Результаты измерения толщины и модулей упругости покрытий приведены в табл. 1.2.

Таблица 1.2

	Химический состав	Толщина покрытия, нм	Приведенный модуль упругости, ГПа
Образец 1	оксид алюминия	80	72.4±1.9
Образец 2	оксид алюминия и оксид гадолиния	175	74.3±1.8

Методика проведения и результаты экспериментов. Эксперименты, проводившиеся в рамках данной работы, выполнены с помощью сканирующего нанотвердомера модели «НаноСкан-3D» производства

ФГБНУ ТИСНУМ, Россия. Данный прибор предназначен для исследования рельефа и механической структуры поверхности, а также для измерения механических и трибологических свойств материалов с высоким пространственным разрешением.

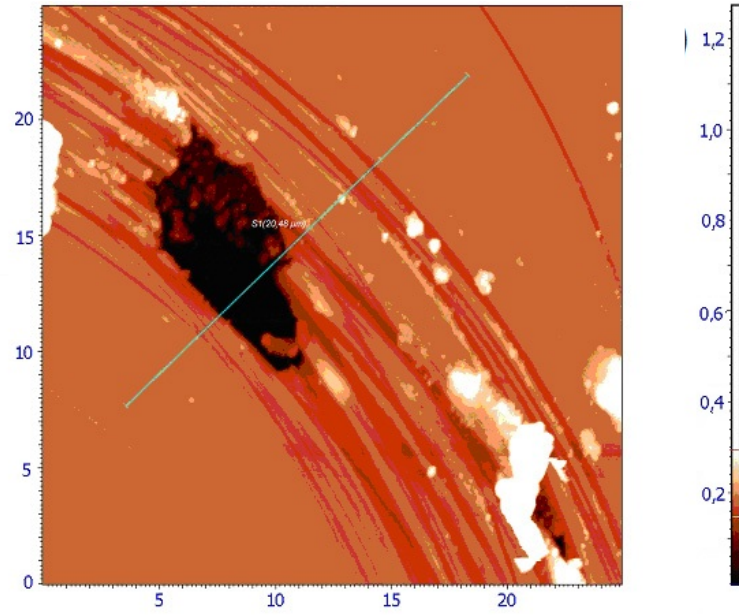
Чувствительным элементом прибора служит пьезорезонансный зондовый датчик-кантилевер камертонной конструкции с высокой изгибной жесткостью консоли (порядка 20 кН/м). На свободном конце датчика закреплен алмазный либо сапфировый наконечник (индентор). Данный датчик может работать в двух режимах: в динамическом резонансном режиме и в режиме статического изгиба. Резонансный режим работы зонда обеспечивает высокую стабильность частоты колебаний и гарантирует очень мягкий контакт острия с твердой поверхностью исследуемого материала во время сканирования. Сила прижима при сканировании составляет несколько мкН. В то же время, высокая изгибная жесткость консоли зондового датчика позволяет поддерживать устойчивый жесткий контакт с поверхностью даже при наличии вязкого адсорбированного слоя на ней, а также проводить индентирование, нанесение царапин (склерометрия) и циклический фрикционный контакт с нагрузкой до нескольких сотен мН. Изгиб зонда контролируется с помощью высокоточного датчика перемещений, позволяющего измерять приложенную нормальную нагрузку в процессе внедрения индентора в поверхность материала.

Фрикционные испытания проводились при движении наконечника (индентора) в контакте с поверхностью по круговой траектории с поддержанием постоянной нормальной силы прижима. Радиус трека — 100 мкм. В качестве индентора использовался сферический сапфировый наконечник (модуль упругости 400 ГПа, радиус шарика 650 мкм). Среднеарифметическая шероховатость поверхности индентора $R_a = 5$ нм. На каждом образце проводилось две серии испытаний: первая серия с различным количеством циклов износа (от 10 до 500 циклов) и фиксированной силой прижима (10 мН), вторая серия с различной силой

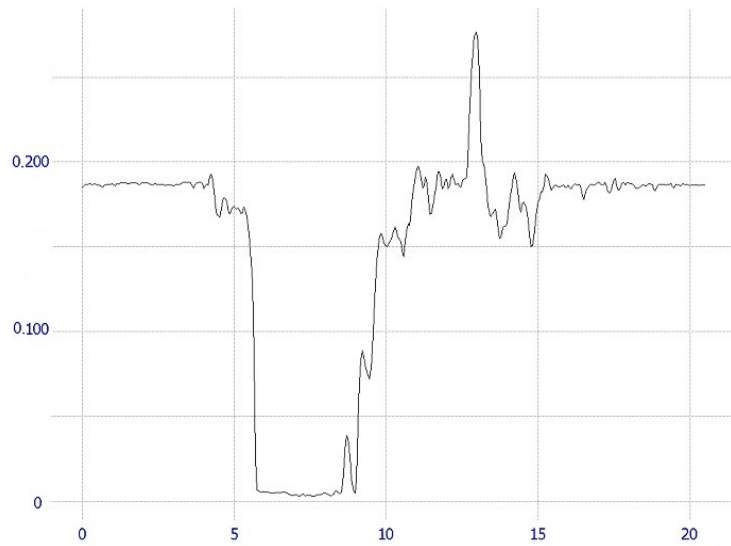
прижима (от 1 до 60 мН) и фиксированным количеством циклов износа (50 циклов). Рельефы области испытания и вершины индентора исследовались с помощью сканирующей зондовой нанолaborатории «Интегра Прима», производства ЗАО «НТ-МДТ», Россия. Изображения рельефа поверхности получены методом атомно-силовой микроскопии в полуконтактном режиме с использованием кантилеверов NSG01, имеющих типичный радиус закругления наконечника 10 нм и усреднённый угол заострения 22° .

Оценивались изменения поверхности покрытия после фрикционных испытаний. Количество циклов в испытаниях было недостаточным для появления выраженной канавки изнашивания, на поверхности наблюдаются отдельные канавки малой (по сравнению с толщиной покрытия) глубины, обусловленные неровностями контр-тела; в ряде случаев присутствуют глубокие трещины. На дне трещин имеются плоские участки, что свидетельствует о прорыве покрытия до подложки. Это подтверждается сравнением глубины трещин и толщины покрытия, определенной ранее. Установлено, что при появлении трещины дальнейшее разрушение покрытия идет более интенсивно, чем в случае углубления канавки трека в процессе истирания без образования трещины.

На рис. 1.30 представлены фотографии и профилограмма дорожки трения, полученной на образце 2 при нагрузке 10 мН за 300 циклов (размерность – мкм). Скол в данном случае локализован, что может свидетельствовать о наличии отдельного дефекта материала. На рис. 1.31 представлен случай, когда трещина-скол имеет большую протяженность (образец 1, нагрузка 10 мН, 500 циклов).

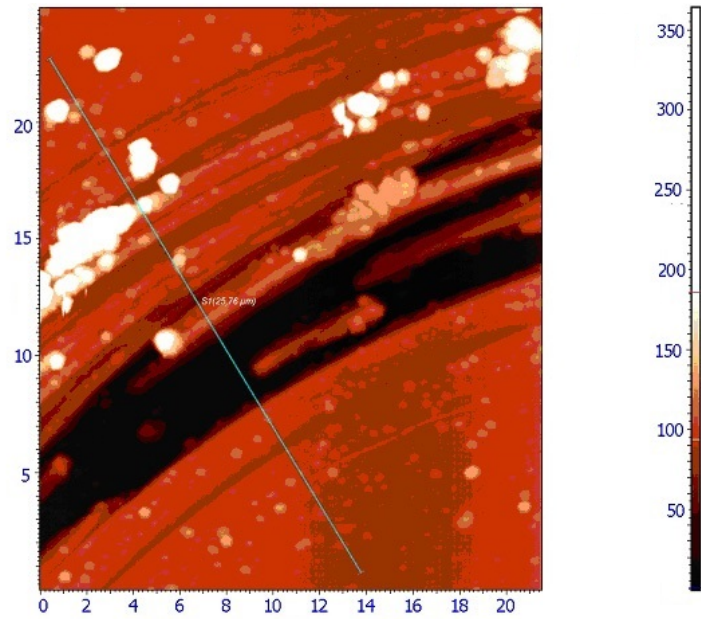


а

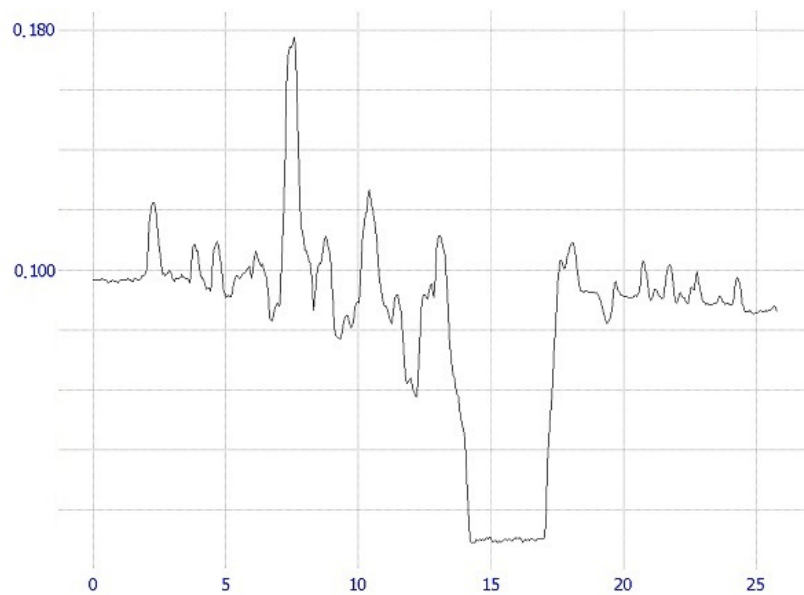


б

Рис. 1.30 Фотографии (а) и профилограмма (б) дорожки трения: образец 2, нагрузка 10 мН, 300 циклов (размерность – мкм)



а



б

Рис. 1.31 Фотографии (а) и профилограмма (а) дорожки трения: образец 1, нагрузка 10мН, 500 циклов (размерность – мкм).

Результаты экспериментов обобщены в Табл. 1.3 и Табл. 1.4 для образцов 1 и 2 соответственно. При этом следует отметить, что для образца 1 все сколы имеют характер протяженных трещин на дорожке трения, а для образца 2, где зафиксировано 3 случая сколов, 2 из них (отмеченный ранее на

рис. 1.20, а также полученный за 50 циклов при нагрузке 20мН) являются локальными.

Таблица 1.3

Серия 1	Наличие скола	Серия 2	Наличие скола
10 мН, 10 цикл.	–	5 мН, 50 цикл.	–
10 мН, 100 цикл.	+	10 мН, 50 цикл.	–
10 мН, 500 цикл.	+	20 мН, 50 цикл.	–
		30 мН, 50 цикл.	+
		40 мН, 50 цикл.	+

Таблица 1.4

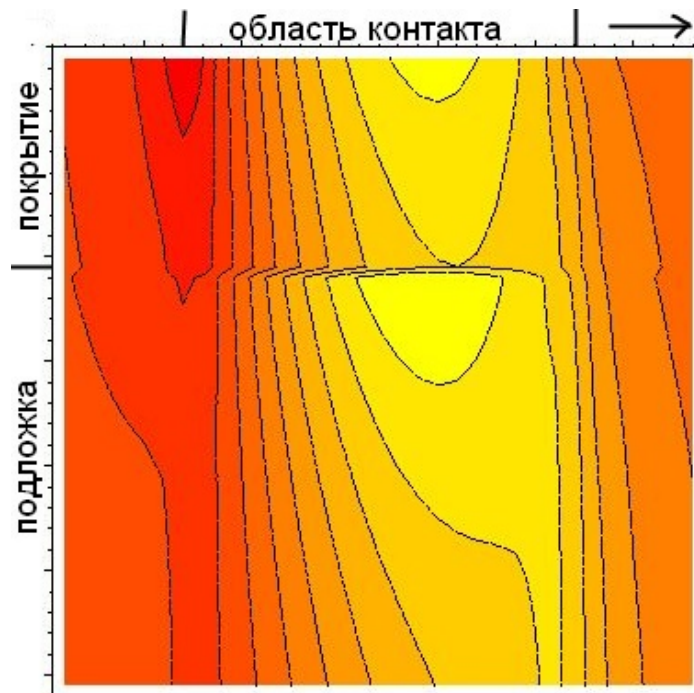
Серия 1	Наличие скола	Серия 2	Наличие скола
10 мН, 100 цикл.	–	1 мН, 50 цикл.	–
10 мН, 200 цикл.	–	5 мН, 50 цикл.	–
10 мН, 300 цикл.	+	15 мН, 50 цикл.	–
10 мН, 500 цикл.	+	20 мН, 50 цикл.	+
		30 мН, 50 цикл.	–
		60 мН, 50 цикл.	–

Определение напряжений, возникающих в покрытии и подложке при фрикционном нагружении. Рассматривалась задача о скольжении сферического тела по границе плоского тела с покрытием. Определялись напряжения внутри покрытия и подложки, которые моделировались упругим слоем, сцепленным с упругим полупространством.

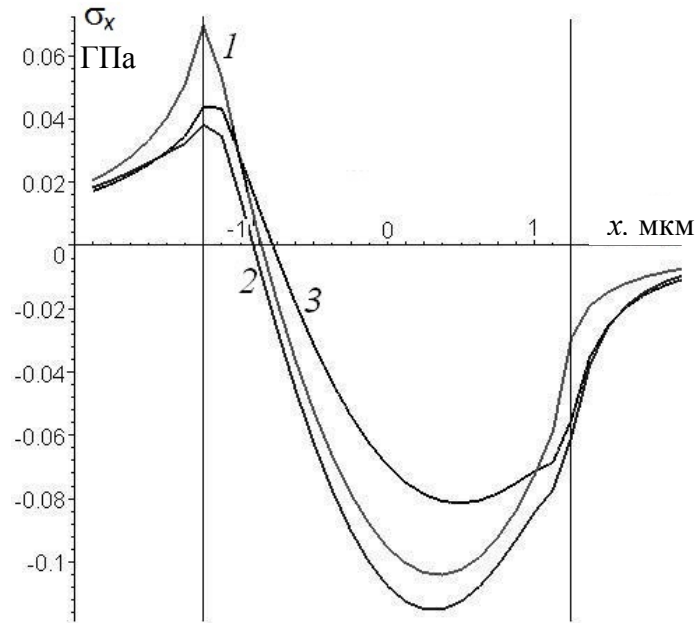
Для диапазона нагрузок, использованного в экспериментах, были рассчитаны растягивающие-сжимающие напряжения в покрытии и подложке. Данные напряжения являются основной причиной скалывания покрытий в случае, когда имеет место хрупкое разрушение (быстрое разрушение на ранних стадиях фрикционного контакта либо малоцикловая усталость). Для обоих образцов была проведена серия расчетов при нагрузке, изменяющейся последовательно, с малым шагом. Расчеты были проведены

для сечения плоскостью, проходящей через центр области контакта (плоскость xOz) и параллельной направлению скольжения. На рис. 1.22,а и 1.23,а приведены изолинии распределений растягивающих-сжимающих напряжений в покрытии и подложке, полученные для образца 2 при минимальной и максимальной нагрузках (1мН и 60мН соответственно). Направление скольжения указано стрелкой на каждом из рисунков.

Наиболее светлая область соответствует наибольшим значениям сжимающих напряжений, наиболее темная – наибольшим значениям растягивающих напряжений. Точка максимума растягивающих напряжений находится во всех случаях на поверхности покрытия.

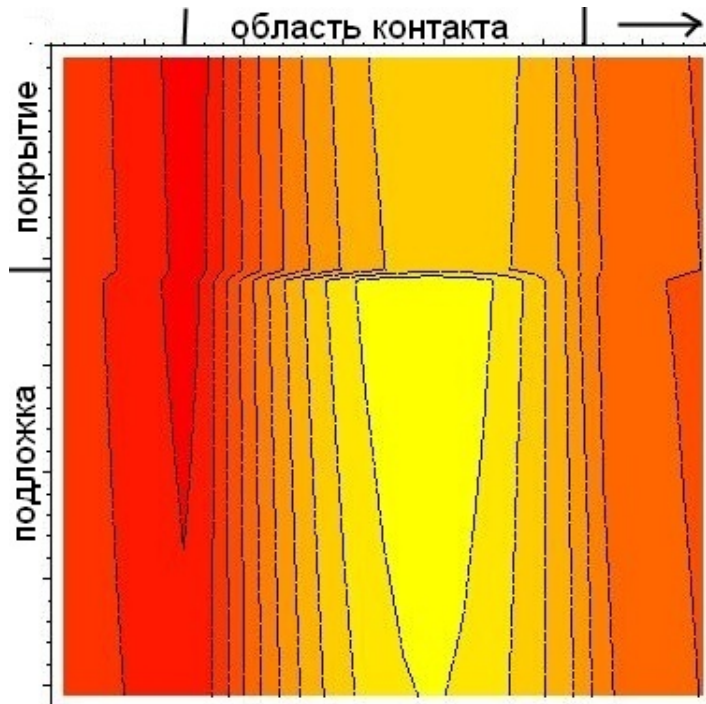


а

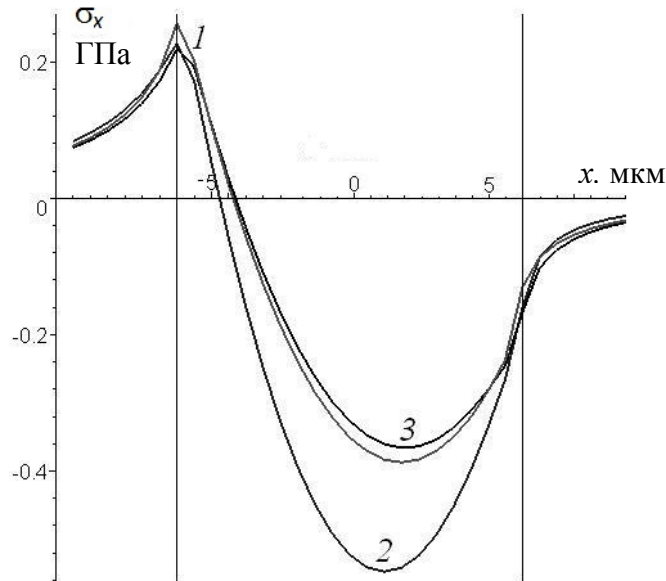


б

Рис. 1.32 Распределение напряжений σ_x в образце 2 при нагрузке 1 мН: а – изолинии распределения напряжений в покрытии и подложке, б – распределения напряжений на поверхности (кривая 1), на границе раздела со стороны покрытия (кривая 2), на границе раздела со стороны подложки (кривая 3)



а



б

Рис. 1.33 Распределение напряжений σ_x в образце 2 при нагрузке 60мН: а – изолинии распределения напряжений в покрытии и подложке, б – распределения напряжений на поверхности (кривая 1), на границе раздела со стороны покрытия (кривая 2), на границе раздела со стороны подложки (кривая 3)

Наиболее интересными с точки зрения области инициации разрушения покрытия являются напряжения на поверхности (где находится максимум растягивающих напряжений), а также на границе раздела покрытия с подложкой как со стороны покрытия, так и со стороны подложки. В связи с этим были построены соответствующие кривые (рис. 1.32,б и 1.33,б), позволяющие сделать количественную оценку напряжений, представленных на рис.1.32,а и 1.33,а. Кривые 1 соответствуют напряжениям на поверхности, кривые 2 – на границе раздела со стороны покрытия, кривые 3 – также на границе раздела, но со стороны подложки. Вертикальными линиями отмечены границы области контакта. Положительными являются растягивающие напряжения, отрицательными – сжимающие. Максимальное растяжение достигается на границе области контакта. Разница между максимальными значениями растягивающих напряжений тем меньше, чем больше нагрузка и, соответственно, толщина покрытия, отнесенная к размеру

пятна контакта. Чем меньше эта разница, тем больше вероятность образования сквозной трещины по всей толщине покрытия.

Результаты расчетов обобщены на рис. 1.34. Приведены зависимости максимальных значений растягивающих напряжений (в ГПа) от нагрузки в Ньютонах для образцов 1 (кривая 1) и 2 (кривая 2). Зависимости являются монотонными, поэтому, в соответствии с результатами эксперимента для образца 1, представленными в сводной табл. 1.2, можно считать, что разрушение наступает быстро (50 циклов в нашем случае) при максимальных растягивающих напряжениях на поверхности больше, чем 0.151 ГПа (нагрузка 20мН) и не меньше, чем 0.172 (нагрузка 30МПа). В случае нагружения данного покрытия другим контр-телом (при этом будет другая геометрия контакта и другое значение коэффициента трения), можно провести предварительный расчет напряженного состояния и оценить вероятность разрушения данного покрытия. Для образца 2 эксперименты показали (см. сводную табл. 1.3), что при испытаниях продолжительностью 50 циклов пороговые значения напряжений не были достигнуты (единичный скол, полученный при 20мН, вероятно, обусловлен отдельным дефектом покрытия). Тем не менее, факт этого скола, а также выкрашивание покрытия при увеличении числа циклов, может свидетельствовать о том, что помимо сплошной вертикальной трещины, которая образуется достаточно быстро при равномерном распределении растягивающих напряжений по толщине покрытия, могут образовываться трещины, идущие с границы раздела. Скол образуется, когда эта трещина выходит на поверхность.

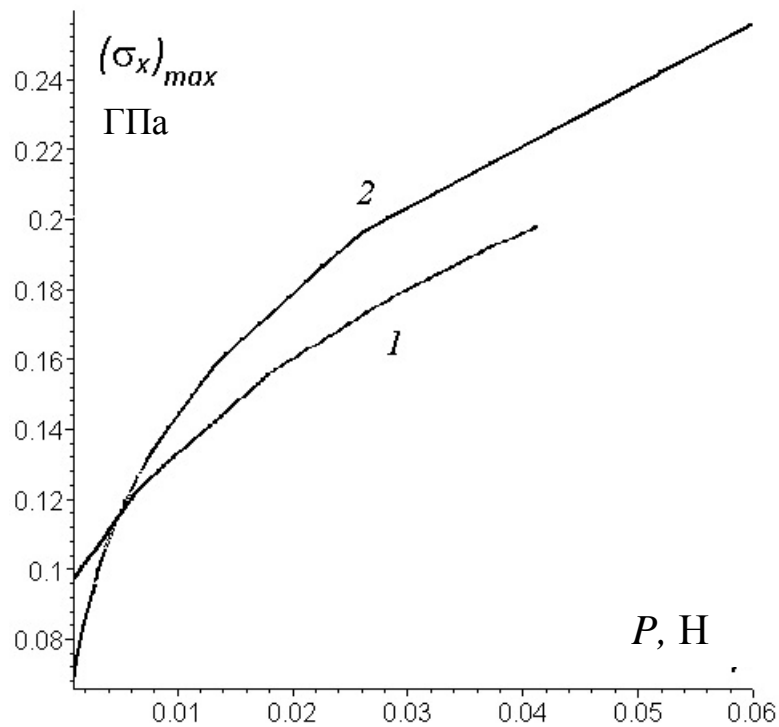


Рис. 1.34. Зависимости максимальных значений растягивающих напряжений для образцов 1 (кривая 1) и 2 (кривая 2).

С точки зрения структурных особенностей материала наблюдаемое различие (образцы 1 и 2) вероятно определяется различными механизмами процессов образования адгезионных слоев. В случае образования покрытия на основе аморфного оксида алюминия (образец 1) преобладает процесс молекулярного наслаивания. Для образца 2 при химико-структурной модификации поверхности кварцевого стекла возможен разрыв силоксановых связей ($\text{Si} - \text{O} - \text{Si}$) с встраиванием ионов алюминия в кремнекислородный каркас и соответствующей компенсацией заряда ионами Gd^{3+} . Таким образом, происходит образование на межфазовой границе тонкого адгезионного слоя, механические свойства которого являются промежуточными между свойствами покрытия и подложки. В представленной здесь модели этот слой не учитывался, поскольку его свойства не были известны. При известных свойствах промежуточного слоя он может присутствовать в модели либо в виде упругого слоя, либо как фактор, меняющий граничные условия.

Таким образом, моделирование напряженного состояния здесь, как и в

предыдущем разделе, входит в комплекс исследования образцов с покрытиями, в который входят также нанесение покрытий, определение их свойств, эксперименты на трение и изнашивание при разных нагрузках. Для одного из образцов получен узкий диапазон максимальных значений растягивающих напряжений, который можно рассматривать как пороговый – выше этих значений происходит скалывание покрытий, при меньших значениях происходит изнашивание с постепенным углублением канавки на дорожке трения.

1.5.5 Исследование контактных и внутренних напряжений, возникающих в покрытии в подшипнике качения.

Условия контакта с качением (например, в подшипниках качения) обычно предполагают циклический характер нагружения. Обычным типом разрушения поверхностных слоев при качении является контактная усталость [132]. В этом случае распределение внутренних напряжений и прочностные свойства материала определяют долговечность сопряжения. Как уже было показано в предыдущих разделах, когда на одно из взаимодействующих тел нанесено тонкое покрытие, граница раздела покрытия и подложки является зоной, в которой могут достигаться максимальные значения напряжений. В том случае, когда полноценные испытания на контактную усталость затруднительны, а критерий разрушения покрытия неизвестен, имеет смысл оценка напряжений, возникающих в покрытии, в особенности на границе раздела материалов, при заданных условиях нагружения. Обычно технология нанесения покрытий предполагает возможность менять толщину покрытия в некотором диапазоне. В этом случае возможен выбор оптимальной толщины покрытия по критерию минимизации напряжений на границе раздела с подложкой. Подобное исследование представлено в данном разделе.

Определение контактного давления.

Рассматривается упругий слой, скрепленный с бесконечным упругим полупространством, в который нагрузкой P вдавливаются упругий шарик радиуса R , то есть учитывается деформация индентора в отличие от предыдущих результатов, полученных для жесткого индентора (в задачах с реальными покрытиями это было оправдано тем, что модуль упругости индентора заметно превосходил модули упругости покрытия и подложки). Таким образом, условия на верхней границе слоя:

$$\begin{aligned} w^{(1)}(r) + w^{(0)}(r) &= f(r) + \delta, & 0 \leq r \leq a, \\ \sigma_z^{(1)} &= 0, & a < r < \infty, \\ \tau_{rz}^{(1)} = \tau_{\theta z}^{(1)} &= 0, & 0 \leq r < \infty \end{aligned} \quad (1.49)$$

Метод решения контактной задачи с учетом упругой деформации индентора изложен в разделе 1.2.

В условиях качения в подшипнике при наличии антифрикционного покрытия коэффициент сопротивления качению обычно не превышает 0.01, поэтому влиянием сил трения на распределение напряжений можно пренебречь.

Результаты расчетов.

Был рассмотрен подшипник качения, в котором 32 стальных шарика диаметром 4.763мм находятся в контакте с желобом. Средний диаметр желоба - 90мм. Нагрузка на подшипник – до 100Н – распределяется по шарикам равномерно. Скорость вращения – до 1000 об/мин. На поверхность желоба нанесено тонкое твердое покрытие. В данном случае рассматривалось стальное основание с модулем упругости 204ГПа и покрытие с модулем упругости 500ГПа.

Рассматривалось 5 значений нагрузки на подшипник: 20Н, 40Н, 60Н, 80Н, 100Н. Толщина покрытия варьировалась в пределах от 1 до 3 мкм. Для каждой из нагрузок было проведено исследование влияния толщины

покрытия на контактные характеристики: радиус области контакта a и распределение контактного давления. Результаты приведены на рис. 1.35 и 1.36.

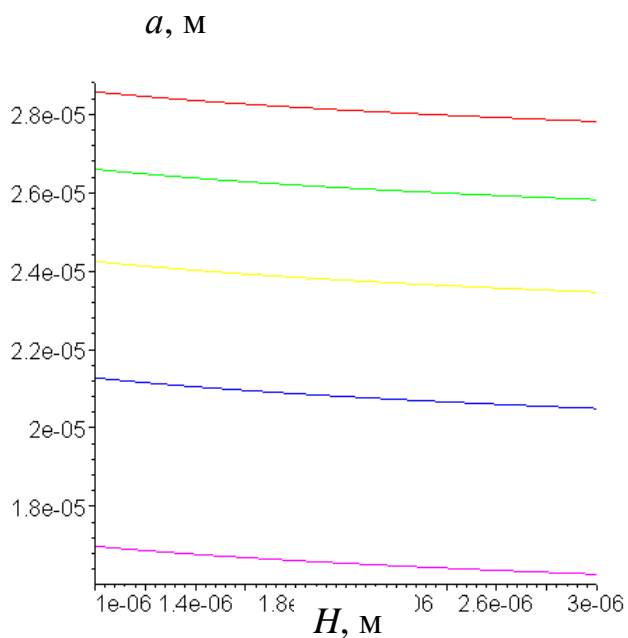


Рис.1.35 Зависимость радиуса области контакта от толщины покрытия.

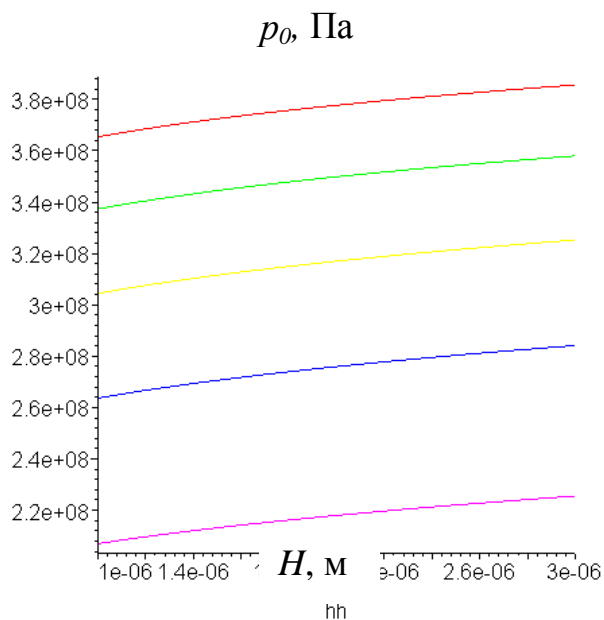


Рис.1.36 Зависимость максимального значения контактного давления от толщины покрытия.

Здесь и далее красные линии соответствуют нагрузке 100Н, зеленые – 80Н, желтые – 60Н, синие – 40Н, сиреневые – 20Н.

Для каждой из нагрузок была проведена серия расчетов внутренних напряжений. Были определены все компоненты напряжений. Здесь представлены результаты расчетов растягивающих и максимальных касательных напряжений, концентрация которых может привести к разрушению покрытия.

Напряжения σ_x (растягивающие-сжимающие напряжения) меняются скачкообразно на границе раздела покрытия и подложки. Локальные максимумы растягивающих напряжений имеют место в покрытии и на его поверхности.

Максимальные касательные напряжения могут иметь локальные максимумы на поверхности, на границе раздела покрытия и основания, а также, в случае особо тонких покрытий, в подложке.

Результаты расчета напряжений обобщены на рис. 1.37 и 1.38.

На рис.1.37 представлена зависимость максимальных значений растягивающих напряжений от толщины покрытия при разных нагрузках. Штриховые линии соответствуют максимальным значениям на поверхности, сплошные – на границе раздела покрытия и основания. Концентрация растягивающих напряжений может привести к образованию вертикальных трещин, и, хотя растягивающие напряжения на границе раздела меньше, чем на поверхности, возможно появление в покрытии вертикальных трещин, которые инициируются на границе раздела. Это связано с тем, что зона соединения материалов обычно имеет прочностные характеристики, отличные от характеристик составляющих, в этой зоне более вероятно наличие дефектов. Увеличение толщины покрытия приводит к небольшому увеличению максимальных значений растягивающих напряжений на поверхности и к снижению – на границе раздела.

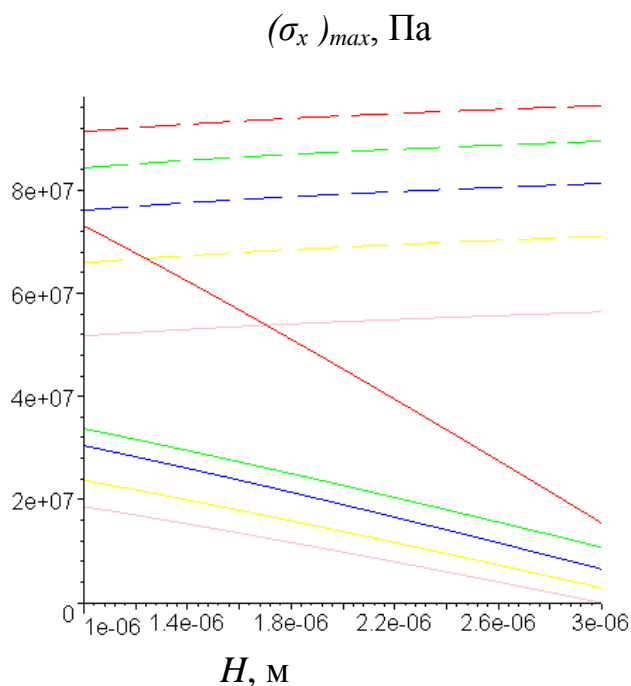


Рис.1.37 Зависимость максимальных значений растягивающих напряжений от толщины покрытия на поверхности (штриховые линии) и на границе раздела покрытия с подложкой.

Обобщение результатов расчетов максимальных касательных напряжений приведено на рис.1.38. Пунктирные и сплошные линии получены для максимальных значений максимальных касательных напряжений на поверхности и на границе раздела соответственно. При практически постоянных значениях локальных максимумов на поверхности имеет место существенное повышение максимальных значений напряжений. Расчеты показывают, что наиболее опасной (при данном соотношении модулей упругости материалов) с точки зрения концентрации напряжений на границе раздела является толщина, приблизительно равная радиусу области контакта, дальнейшее увеличение толщины приводит к затуханию напряжений.

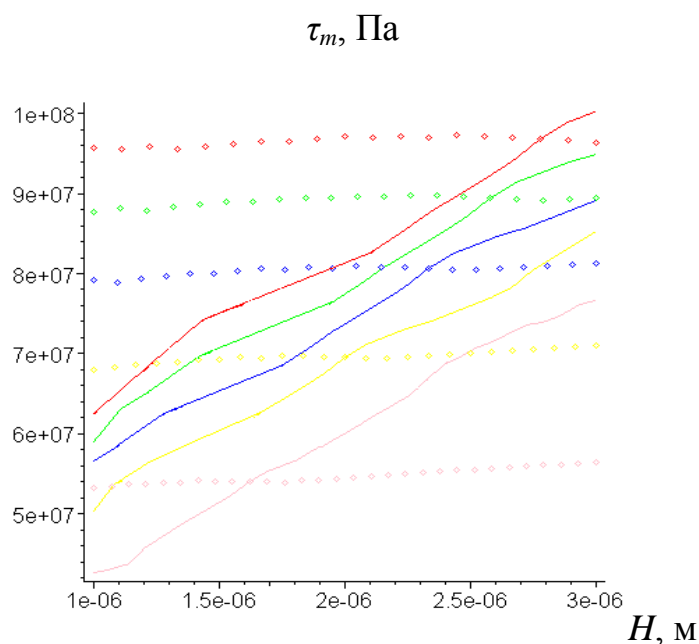


Рис.1.38 Зависимость максимальных значений максимальных касательных напряжений от толщины покрытия на поверхности (штриховые линии) и на границе раздела покрытия с подложкой.

В нашем случае диапазонов толщин и нагрузок покрытия являются более тонкими по отношению к радиусу пятна контакта, и максимум не достигается. Концентрация максимальных касательных напряжений на поверхности не опасна, она лишь может привести к незначительному увеличению скорости износа, тогда как концентрация на границе раздела может вызвать отслаивание. В связи с этим следует выбирать толщину покрытия, находящуюся левее точки пересечения одноцветных кривых.

С учетом результатов, полученных для растягивающих напряжений, для малых нагрузок можно признать благоприятной толщину покрытия в 1-1.5 мкм, а для больших – толщину 1.5-2.0 мкм.

1.6 Исследование напряженного состояния покрытий, состоящих из двух и более слоев.

В этом разделе представлены результаты решения контактной задачи и расчета внутренних напряжений, возникающих при нагружении покрытий, состоящих из двух и четырех слоев.

1.6.1 Сравнение решения контактной задачи для двухслойного покрытия и для однослойного покрытия с усложненными условиями на границе раздела слоя с основанием.

Рассмотрим задачу о вдавливании жесткого сферического индентора в трехслойное упругое полупространство. На границах раздела слоев реализуются условия полного сцепления. Для случая относительно более жестких материалов верхнего слоя и полупространства (рис. 1.39), между которыми находится более мягкий слой, сравним результаты решения контактной задачи с результатами решения приближенной задачи с теми же условиями на верхней границе слоя, но покрытие рассмотрим однослойное, а промежуточный мягкий слой учтем с помощью следующих условий на границе раздела слоев:

$$\begin{aligned}\sigma_z^{(1)} &= \sigma_z^{(2)}, \quad \tau_{rz}^{(1)} = \tau_{rz}^{(2)}, \\ \sigma_z^{(1)} &= \frac{1}{k_1} (w^{(1)} - w^{(2)}), \\ \tau_{rz}^{(1)} &= \frac{1}{k_1^2} (u_r^{(1)} - u_r^{(2)})\end{aligned}\tag{1.50}$$

Эти условия означают, что помимо податливости в тангенциальном направлении, введенной ранее и характеризуемой коэффициентом $k_1^{(2)}$, граница раздела покрытия с подложкой обладает также нормальной податливостью (коэффициент $k_1^{(1)}$).

Метод решения задачи аналогичен методу, изложенному в разделе 1.4, за одним исключением. Матрица в (1.47) принимает вид:

$$M = \begin{pmatrix} -1 & \tilde{\nu}_1 - \beta\tilde{\lambda} & e^{-\beta\tilde{\lambda}} & (\tilde{\nu}_1 + \beta\tilde{\lambda})e^{-\beta\tilde{\lambda}} & 0 & 0 \\ 1 & 2\nu_1 + \beta\tilde{\lambda} & e^{-\beta\tilde{\lambda}} & (\beta\tilde{\lambda} - 2\nu_1)e^{-\beta\tilde{\lambda}} & 0 & 0 \\ -e^{-\beta\tilde{\lambda}} & \tilde{\nu}_1 e^{-\beta\tilde{\lambda}} & 1 & \tilde{\nu}_1 & 1 & -\tilde{\nu}_2 \\ e^{-\beta\tilde{\lambda}} & 2\nu_1 e^{-\beta\tilde{\lambda}} & 1 & -2\nu_1 & -1 & -2\nu_2 \\ e^{-\beta\tilde{\lambda}} & 2\tilde{\nu}_1 e^{-\beta\tilde{\lambda}} & -1 & 1 & -\tilde{\chi} - \beta k_1^{(2)} & -\tilde{\chi} - 2\nu_2 \beta k_1^{(2)} \\ -e^{-\beta\tilde{\lambda}} & e^{-\beta\tilde{\lambda}} & -1 & -2\tilde{\nu}_1 & \tilde{\chi} + \beta k_1^{(1)} & -(\beta k_1^{(1)} + 2\tilde{\chi})\tilde{\nu}_2 \end{pmatrix} \quad (1.51)$$

Изменения в матрице, связанные с появлением коэффициента $k_1^{(1)}$, не усложняют решение задачи.

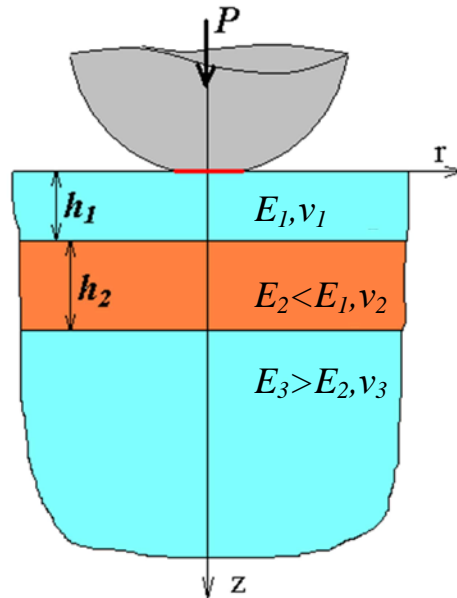


Рис. 1.39 Схема контакта индентора и трехслойного полупространства

На рис. 1.40 представлены распределения контактного давления для задачи, схема которой представлена на рис. 1.39, для частного случая равенства упругих свойств верхнего слоя покрытия и упругого полупространства. В том числе приведены результаты для случая $h_2 = 0$, который соответствует задаче Герца для однородного упругого полупространства с радиусом области контакта a_H . Увеличение размера пятна контакта и уменьшение максимального значения контактного давления при увеличении толщины мягкого слоя является очевидным результатом.

Для сравнения приведено распределение контактного давления, полученное для двухслойного полупространства с условиями (1.50) на границе раздела слоев. Податливость слоя $K^{(1)} = k_1^{(1)} p^* / R$ выбиралась из условий равенства внедрения при одинаковой нагрузке для двух рассматриваемых задач. Параметр податливости в тангенциальном направлении $K^{(2)} = k_1^{(2)} p^* / R$ полагался равным $K^{(2)} = 2K^{(1)}$.

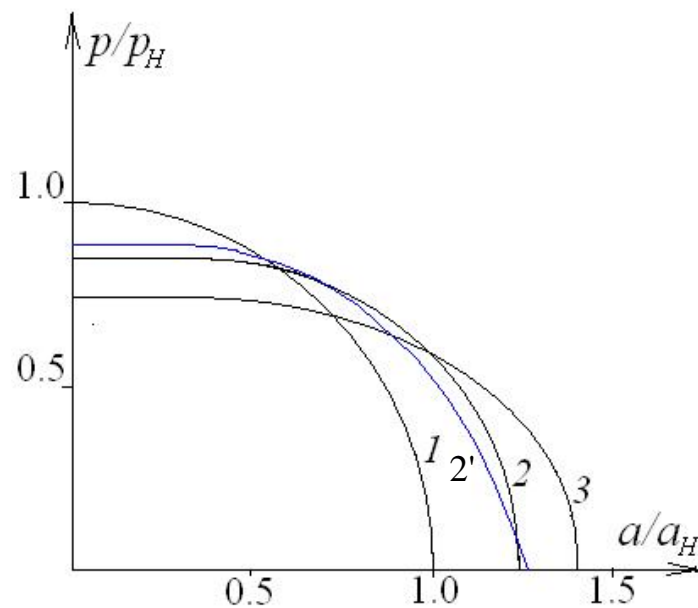


Рис. 1.40 Распределение контактного давления: $h_1 = a_H$; двухслойное покрытие – $h_2 = 0, 0.5a_H, 2a_H$ (черные кривые 1, 2, 3 соответственно), $E_2 = 1/3E_1 = 1/3E_3$; однослойное покрытие – $K^{(1)} = 0.7$ (синяя кривая 2').

Относительная близость кривой 2' и кривой 2 показывает, что для фиксированной нагрузки можно подобрать условия на границе раздела, позволяющие уменьшить число слоев в задаче. Подобная редукция полезна в случае изучения фрикционного контакта, где расчет напряженного состояния существенно проще для однослойного покрытия. Пример подобного исследования приведен ниже.

1.6.2 Исследование контактных и внутренних напряжений в металл-металлоидных покрытиях при их фрикционном нагружении

Благодаря сочетанию высокой твердости, износостойкости и стойкости к действию агрессивных сред, металл-металлоидные, в частности, никель-фосфорные покрытия нашли широкое применение в различных изделиях машиностроения, химической промышленности и электроники [133]. Стабильные и близкие по значению коэффициенты трения в вакууме и атмосфере, высокая электропроводность и отсутствие магнитных свойств делает их особенно перспективными для защиты узлов трения и электрических контактов аэрокосмической техники [88].

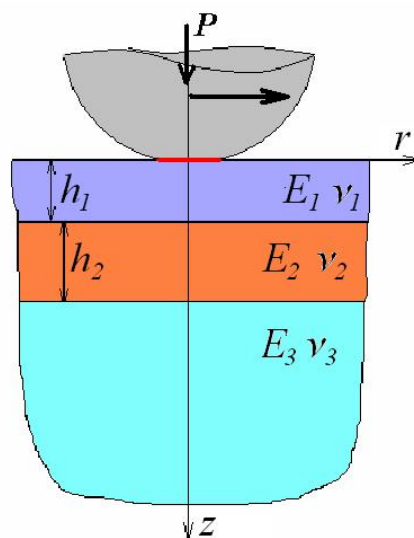


Рис. 1.41 Схема фрикционного контакта

Рассматривается фрикционный контакт трехслойного упругого полупространства и сферического контртела (рис. 1.41). Используя предположение о пренебрежимо малом влиянии касательных напряжений в области контакта на распределение контактного давления, рассмотрим осесимметричную задачу с граничными условиями (1.49), то есть учитывается упругая деформация индентора, что необходимо ввиду высокой твердости покрытия. На границе раздела слоев выполняются условия полного сцепления.

Поскольку слой (2) является мягким относительно слоя (1) и полупространства (3) рассмотрим приближенную модель с граничными условиями (1.50).

В данном случае сравнение решения двух задач в постановке (1.14)—(1.16) с приближенным решением позволило определить параметры податливости в (1.50). Таким образом, возможно осуществить переход к решению задачи о фрикционном контакте со следующими условиями на границе раздела слоев:

$$\begin{aligned}\sigma_z^{(1)} &= \sigma_z^{(2)}, \quad \tau_{xz}^{(1)} = \tau_{yz}^{(2)}, \\ \sigma_z^{(1)} &= \frac{1}{k_1} (w^{(1)} - w^{(2)}), \\ \tau_{xz}^{(1)} &= \frac{1}{k_1} (u_x^{(1)} - u_x^{(2)}), \quad \tau_{yz}^{(1)} = \frac{1}{k_1} (u_y^{(1)} - u_y^{(2)})\end{aligned}\tag{1.52}$$

Было рассмотрено покрытие из модифицированного никеля [24], модуль упругости которого в зависимости от модификации возрастает, начиная от $2 \cdot 10^{11}$ Па (модуль упругости чистого никеля); в расчетах в качестве верхнего предела принято значение $3 \cdot 10^{11}$ Па. Толщина покрытия 5 мкм. Модуль упругости промежуточного медного слоя — $1,3 \cdot 10^{11}$ Па, максимальная толщина слоя полагалась равной 0,5 мкм. Материал основного тела (упругого полупространства) — никель. В качестве контртела использовался стальной шарик радиуса 4,7 мм, нагрузка составляла 100 мН. Коэффициент трения без смазки на первой стадии испытаний был равен 0,13.

На рис. 1.42 приведены распределения контактного давления, полученные для предельных значений модулей упругости покрытия — минимального (кривая 1) и максимального (кривая 2). Расчеты показали, что наличие тонкого медного слоя пренебрежимо мало влияет на распределение контактного давления. Распределение давления для покрытия из чистого никеля близко к распределению Герца. Промежуточный слой оказывает влияние на распределение внутренних напряжений в покрытии, в

особенности вблизи границы раздела между слоями, поэтому в данном случае в качестве критерия соответствия приближенной модели использовались результаты расчета максимальных касательных напряжений на границе раздела (а именно, совпадение максимальных значений максимальных касательных напряжений при осесимметричном нагружении). Подобное совпадение при распределении давления, представленном на кривой 2 (рис. 1.42), получено при $k_1 = 3,02 \cdot 10^{17}$ Па/м. Значение k_2 , как и в предыдущем случае, полагалось равным $2 k_1$.

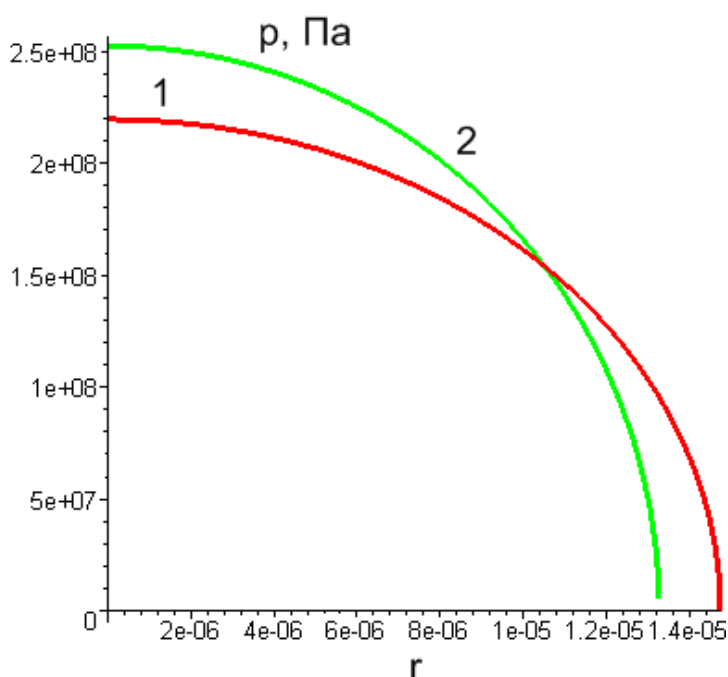


Рис. 1.42 Распределение контактного давления: $E_1 = 2 \cdot 10^{11}$ Па (кривая 1);
 $E_1 = 3 \cdot 10^{11}$ Па (кривая 2)

На рис. 1.43 представлено распределение максимальных касательных напряжений в покрытии при осесимметричном нагружении (рис. 1.43, а) и в условиях фрикционного контакта (рис. 1.43, б). Безразмерные значения напряжений отнесены к значению максимального контактного давления (кривая 2 на рис. 1.42). На основании расчета можно сделать вывод, что при данных параметрах фрикционного нагружения покрытия трение существенно влияет на величину максимальных касательных напряжений на поверхности

(увеличивает их более чем на 30%); влияние на величину напряжений на границе раздела не столь значительно.

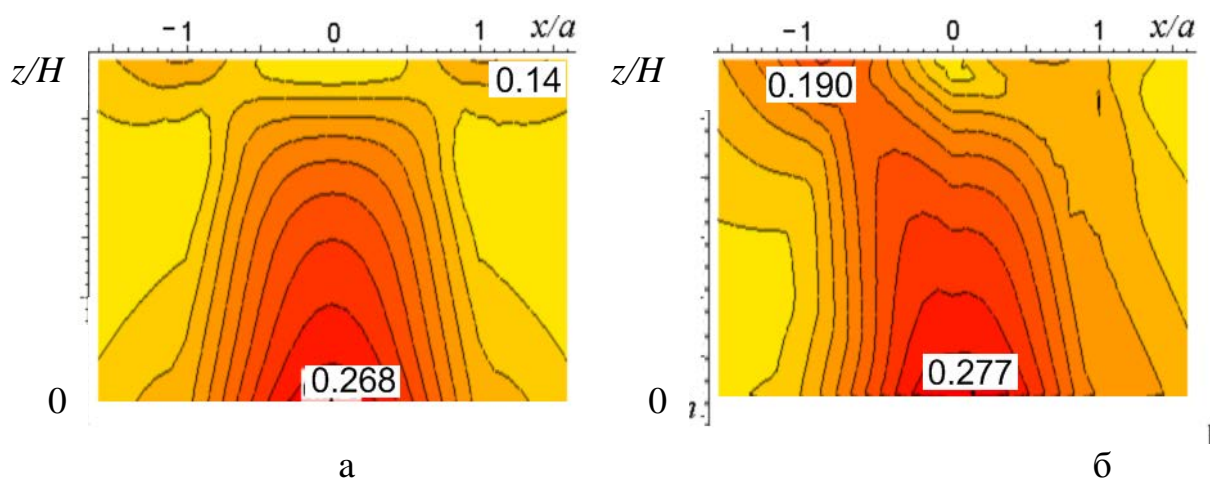


Рис. 1.43 Распределение максимальных касательных напряжений в покрытии при осесимметричном нагружении (а) и в условиях фрикционного контакта (б)

1.6.3 Анализ напряженно-деформированного состояния многослойного покрытия.

В данном разделе исследуется задача об осесимметричном нагружении многослойных дорожных одежд, которые моделируются многослойным покрытием, скрепленным с упругим полупространством [81]. Анализ напряжений, возникающих в слоях и на границах раздела, позволяет оценить вероятность различных видов разрушения покрытия. Рассматривается влияние упругих свойств слоев на максимальные значения напряжений и перемещений.

Методы расчета многослойных дорожных конструкций для случая статического нагружения были разработаны в работах Б.И. Когана, М.Б. Корсунского и многих других ученых [37, 11]. В настоящее время для указанных расчетов обычно применяется метод конечных элементов, также требующий значительных ресурсов ЭВМ. Для экспресс-расчетов удобнее применять предложенный в данном исследовании численно-аналитический

метод, основанный на теории интегральных преобразований, который позволяет проводить параметрические расчеты и анализировать работу многослойной дорожной конструкции при той или иной нагрузке.

Так как во многих практических случаях взаимодействие колеса автомобиля с дорогой носит квазистатический характер, результаты этих расчетов могут быть также применены и для изучения такого взаимодействия в динамике. В данной работе на примере двух различных нагружений дается анализ напряжений, возникающих в дорожной одежде. Указанный анализ может быть применен также для исследования причин возникающих в дорожной одежде разрушений.

Ниже рассматривается модель дорожной одежды в виде многослойной конструкции состоящей из отдельных упругих слоев; характеристики слоев известны из эксперимента [37, 11, 40]. Проскальзывание слоев не учитывается, нагрузка предполагается осесимметричной, равномерно распределенной по круговой области.

Дорожная одежда моделируется однородными упругими слоями. Рассматриваются четыре упругих слоя, скрепленных между собой, причем нижняя граница четвертого слоя скреплена с бесконечным упругим полупространством. Верхняя граница первого слоя нагружена равномерным давлением p_0 , распределенным внутри круга радиуса a .

Значения $h_1..h_4$ предполагались фиксированными и равными, соответственно, 5 см (h_1), 10 см (h_2), 25 см (h_3), 30 см (h_4).

Рассматривались два варианта нагружения:

A. $a=5\text{см}$, $p_0=2548\text{кПа}$ (суммарная нагрузка 2000кГ);

B. $a=16.5\text{см}$, $p_0=585\text{кПа}$ (суммарная нагрузка 5000кГ).

Модули Юнга верхнего слоя и основания варьировались; варианты расчета представлены в таблице 1.5. Коэффициент Пуассона полагался неизменным и равным $\nu=0.3$.

Таблица 1.5

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5
Вариант I	3200 МПа	2000 МПа	300 МПа	100 МПа	30 МПа
Вариант II	4000 МПа	2000 МПа	300 МПа	100 МПа	30 МПа
Вариант III	5000 МПа	2000 МПа	300 МПа	100 МПа	30 МПа
Вариант IV	3200 МПа	2000 МПа	300 МПа	100 МПа	15 МПа

Модуль упругости асфальтобетона, из которого, как правило, устроен верхний слой дорожной одежды, сильно зависит от температуры, которая в течение суток может значительно меняться, поэтому в расчетах естественно рассмотреть различные значения модулей верхнего слоя. Модули нижних слоев дорожной одежды подвержены сезонным колебаниям в связи с изменением влажности, поэтому в расчетах рассмотрены соответствующие случаи.

Вариант I являлся базовым, варианты II и III соответствуют случаям более высокой твердости верхнего слоя, а вариант IV – ослаблению основания.

Во всех случаях исследовались следующие компоненты напряжений:

σ_r – растягивающие (сжимающие) напряжения;

τ_{rz} – касательные напряжения;

τ_{max} – максимальные касательные напряжения.

Также рассчитывались вертикальные перемещения, определяющие прогиб нагруженной верхней границы многослойного основания.

Распределения напряжений σ_r и максимальных касательных напряжений вдоль оси z для вариантов I А и I В представлены на рисунке 1.44.

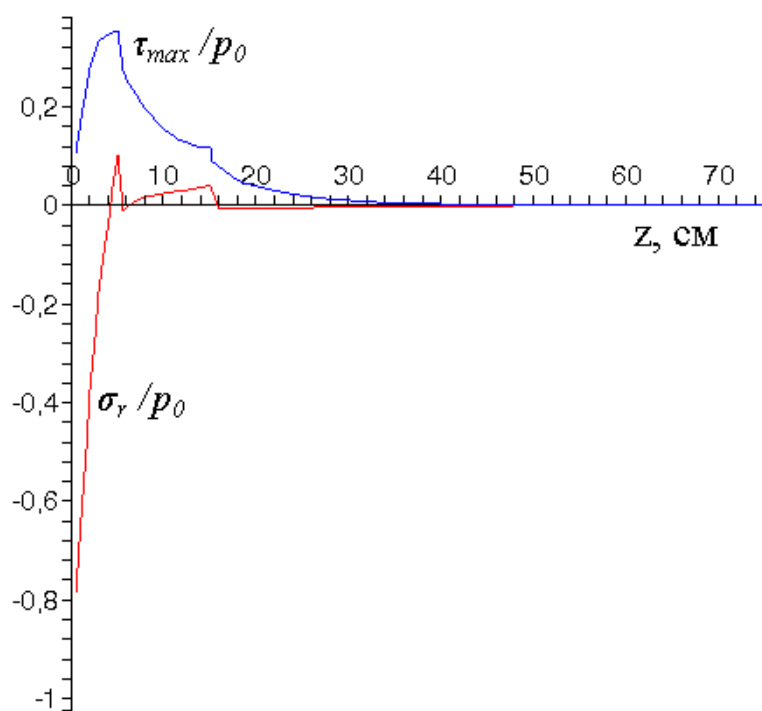
Полученная в результате расчетов зависимость напряжений от координаты z показывает, что концентраторами напряжений являются первый, второй и отчасти третий слой. В третьем слое напряжения существенно затухают.

Скачок данных напряжений на границе раздела слоев объясняется условием непрерывности перемещений при скачкообразном изменении модуля упругости. Напряжения σ_z и τ_{rz} являются непрерывными функциями.

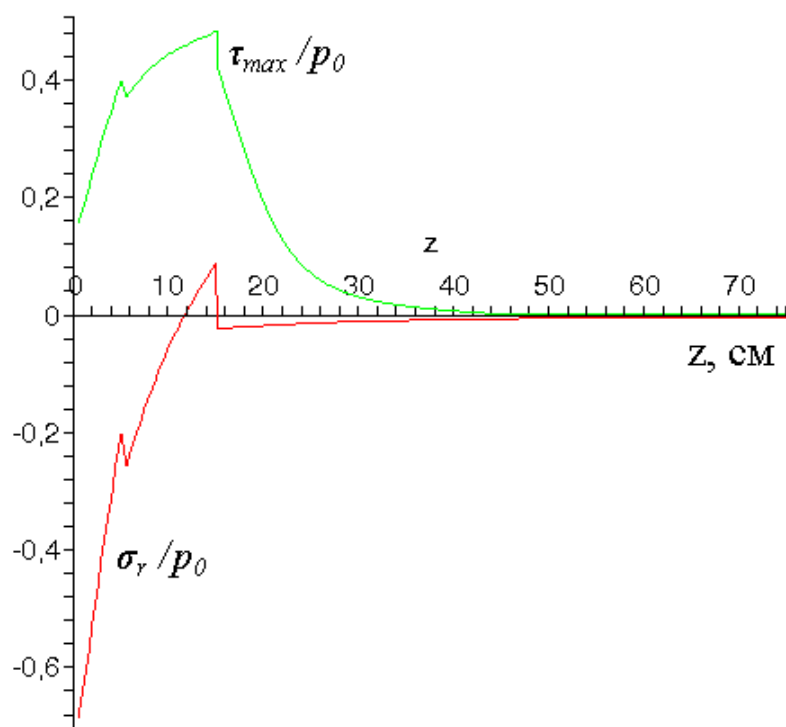
Существенное различие кривых на рис. 1.44,а и 1.44,б обусловлено разницей размера пятна контакта. В первом случае радиус пятна совпадает с толщиной первого слоя и для напряженного состояния определяющим моментом является изгиб верхнего слоя, вызывающий концентрацию растягивающих и максимальных касательных напряжений на границе раздела 1-го и 2-го слоев со стороны верхнего слоя. Тем не менее, значительный перепад модулей упругости на границе 2-го и 3-го слоя приводит к появлению там заметных локальных максимумов. При большом радиусе пятна контакта первый и второй слой изгибаются как единое целое (скачок значений напряжений на первой границе раздела не велик). Причиной является то, что отношение E_1/E_2 существенно меньше, чем E_2/E_3 .

Таким образом, расчеты показывают, что границы раздела слоев являются концентраторами напряжений, что может привести к разрушению .

Далее будут рассмотрены напряжения на границах первого и второго, а также второго и третьего слоев. Напряжения на других границах раздела не рассматривались, поскольку их значения существенно меньше, что следует из результатов, представленных на рисунках 1.44.



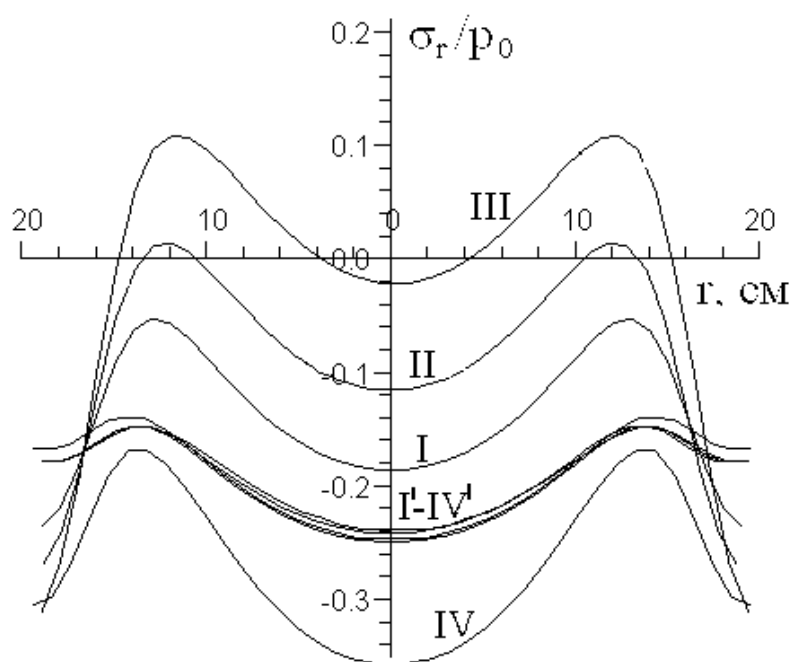
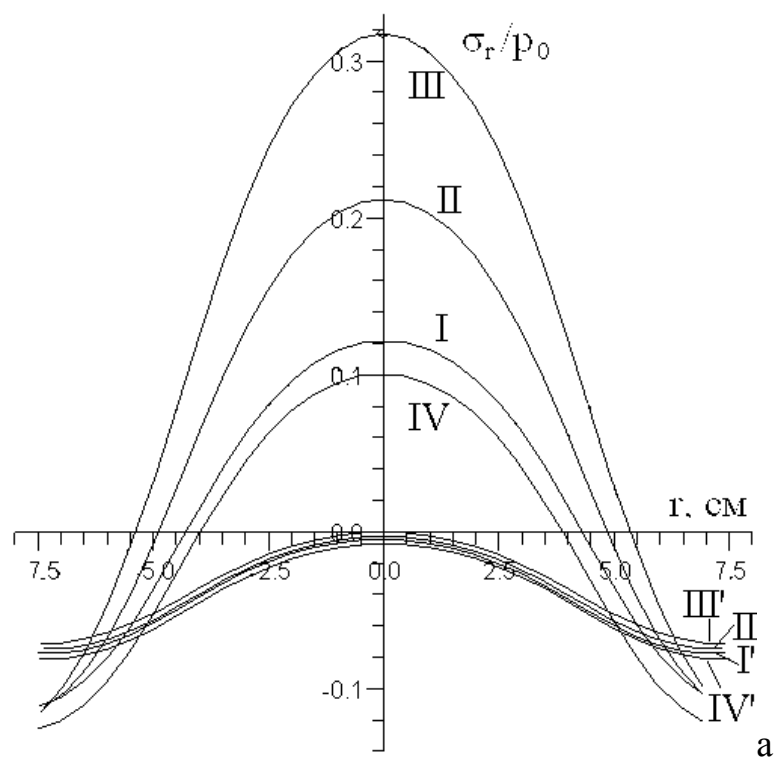
а



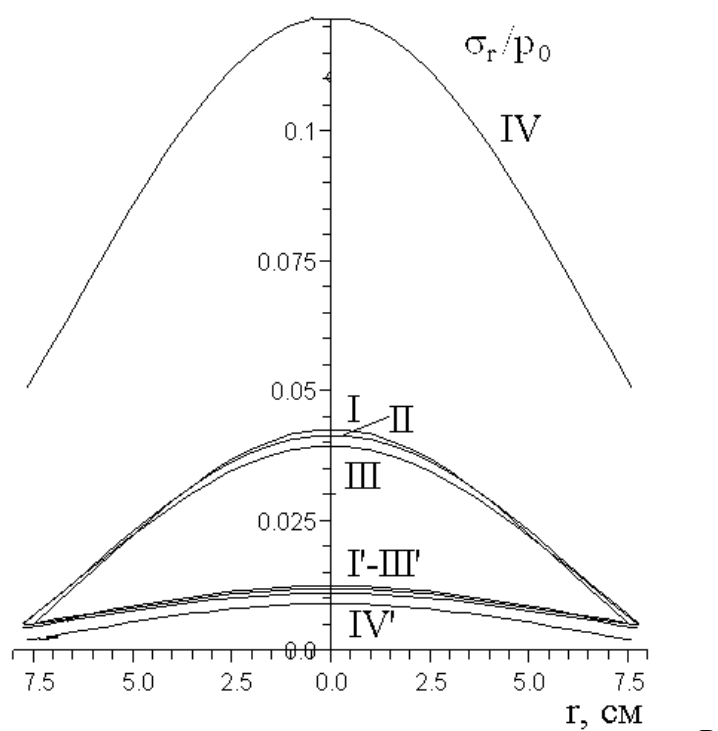
б

Рис. 1.44 Распределения напряжений σ_r и максимальных касательных напряжений τ_{max} по глубине многослойного основания; а – для круга нагружения радиусом 5 см (вариант А), б – для круга нагружения радиусом 16.5 см (вариант В).

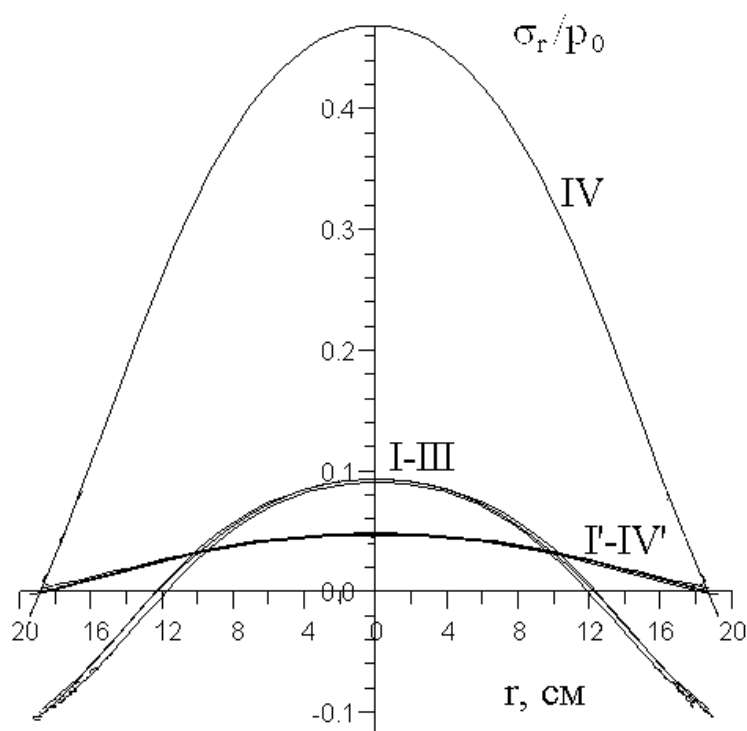
Напряжения σ_r (сжимающие - растягивающие). Распределения напряжений σ_r/p_0 для двух вариантов нагружения представлены на рисунке 1.45. Здесь и далее кривые подписаны в соответствии с вариантами расчетов, приведенных в таблице 1.5.



б



B



Г

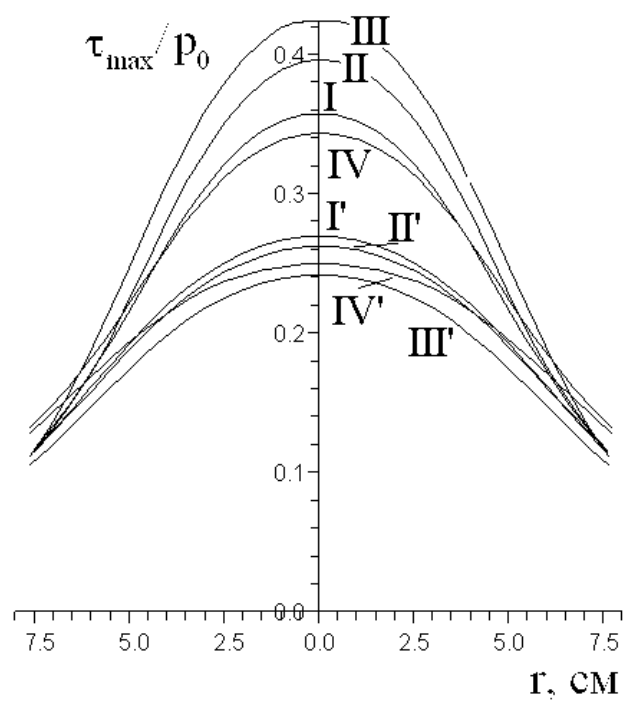
Рис. 1.45 Распределения напряжений σ_r на границе первого и второго (а, б), и второго-третьего (в, г) слоев; а, в – для круга нагружения радиусом 5 см (вариант А), б, г – для круга нагружения радиусом 16.5 см (вариант В). Кривые I, II, III, IV соответствуют распределению напряжений на границе со стороны верхнего слоя, I', II', III', IV' – со стороны нижнего слоя.

Для варианта А (рис.1.45,а) можно отметить увеличение максимального значения растягивающих напряжений в первом слое при

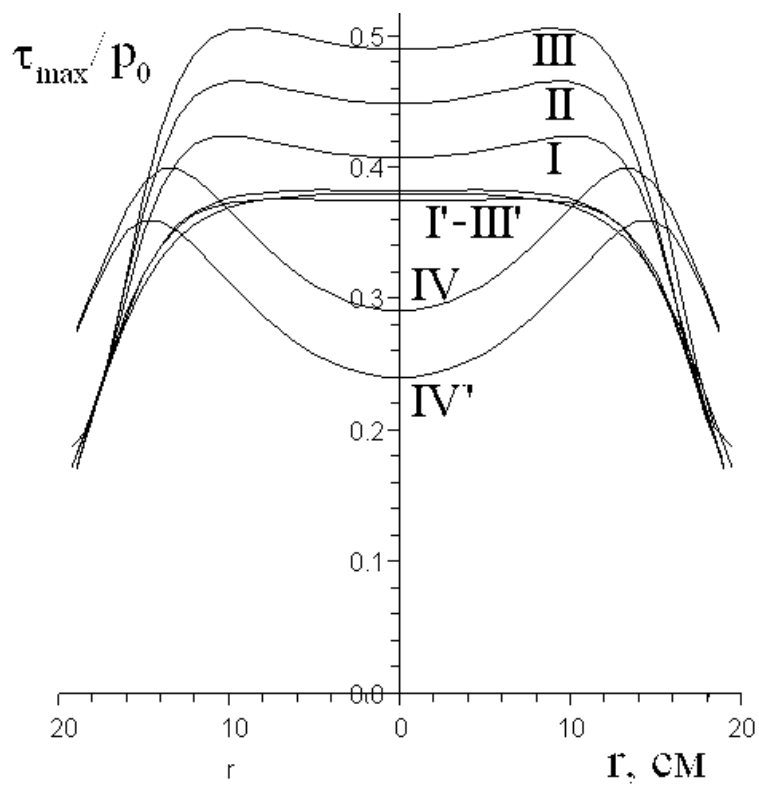
увеличении твердости первого слоя, и некоторое уменьшение этого значения при уменьшении модуля упругости E_5 . Для варианта В (рис.1.45,б) растягивающие напряжения имеют место только в случаях, представленных кривыми II и III, соответствующих более твердому верхнему слою. Наличие двух максимумов обусловлено малой толщиной первого слоя относительно радиуса области нагружения (на поверхности максимальные значения растягивающих напряжений имеют место на границе круга нагружения).

В то же время на границе второго и третьего слоя (рис.1.45,в и 1.45,г) максимальные значения растягивающих напряжений в первом слое незначительно уменьшаются при увеличении относительной твердости первого слоя и существенно увеличиваются при ослаблении основания (Варианты А и В). Из этого следует, что ослабление основания приводит к усилению изгиба первого и второго слоев как единого целого. Увеличение твердости верхнего слоя приводит к более локальным изменениям поля напряжений, вероятно, это обусловлено малой толщиной данного слоя.

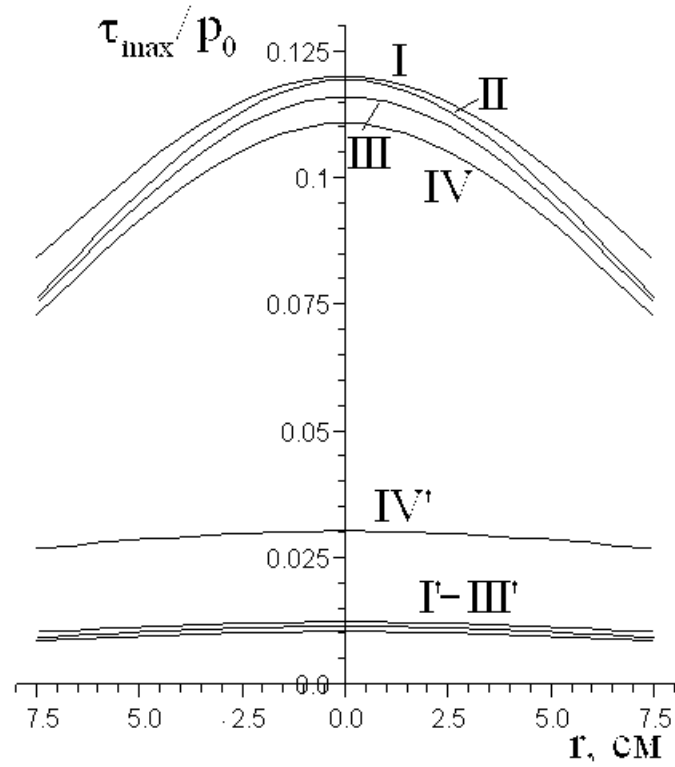
Максимальные касательные напряжения. Рис.1.46 иллюстрирует влияние увеличения твердости верхнего слоя и ослабления основания на распределение максимальных касательных напряжений и их максимальные значения.



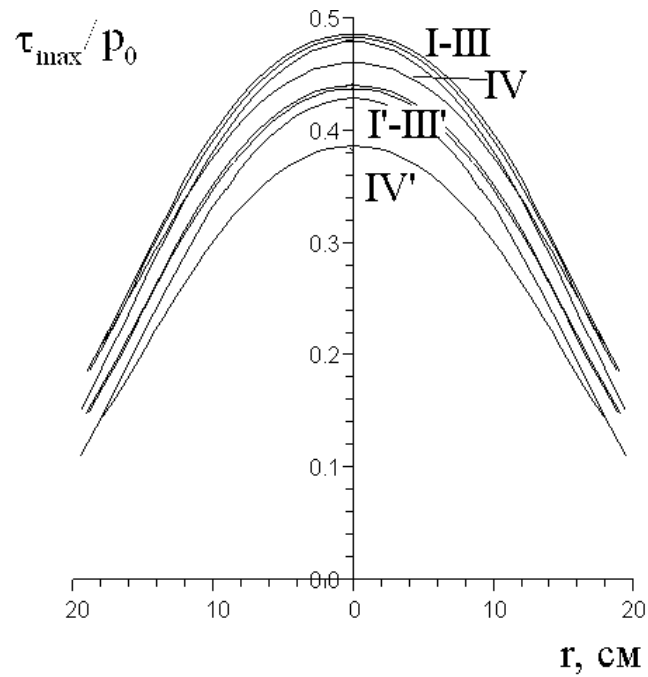
a



б



B



Г

Рис. 1.46 Распределения максимальных касательных напряжений τ_{max} на границе первого и второго (а, б), и второго-третьего (в, г) слоев; а, в – для круга нагружения радиусом 5 см (вариант А), б, г – для круга нагружения радиусом 16.5 см (вариант В). Кривые I, II, III, IV соответствуют распределению напряжений на границе со стороны верхнего слоя, I', II', III', IV' – со стороны нижнего слоя.

Сравнение вариантов А и В показывает, что при относительно небольшом радиусе круга нагружения (рис.1.46,а и 1.46,в) увеличение твердости верхнего слоя приводит к значительному росту максимальных значений как растягивающих, так и максимальных касательных напряжений на нижней границе первого слоя. Ослабление основания приводит к некоторому перераспределению напряжений – уменьшению больших значений напряжений на первой границе раздела и неопасному увеличению напряжений на второй границе раздела.

Если радиус круга нагружения относительно большой (рис.1.46,б и 1.46,г), также наблюдается рост значений максимальных касательных напряжений при увеличении твердости верхнего слоя. Но более опасным при данном виде нагружения представляется ослабление основания, поскольку оно приводит к концентрации растягивающих напряжений на границе раздела второго и третьего слоев.

Напряжения τ_{rz} . На рисунке 1.47 представлены распределения касательных напряжений τ_{rz} на границах первого-второго и второго-третьего слоев. Данные напряжения не имеют скачка на границе слоев в соответствии с граничными условиями (1.17).

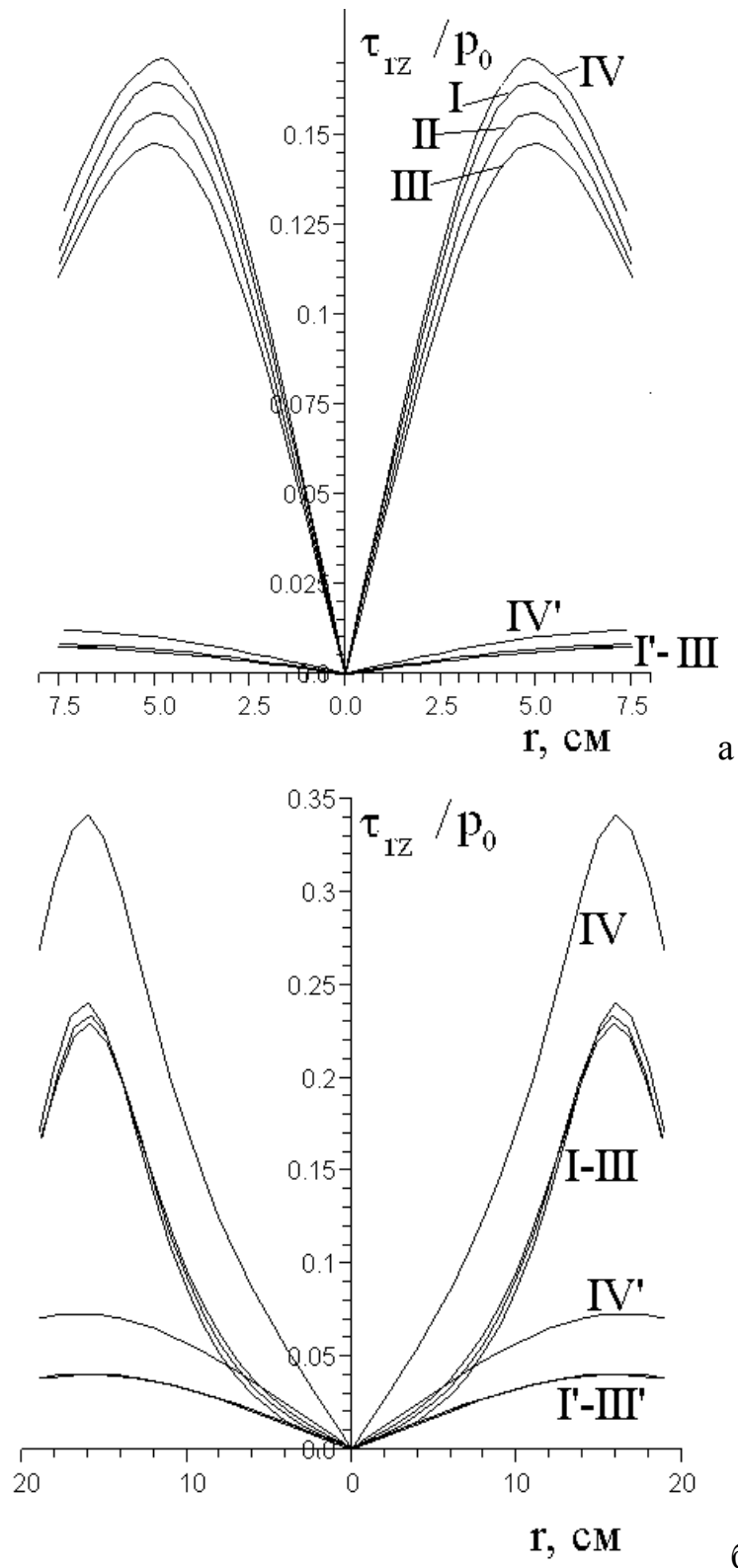
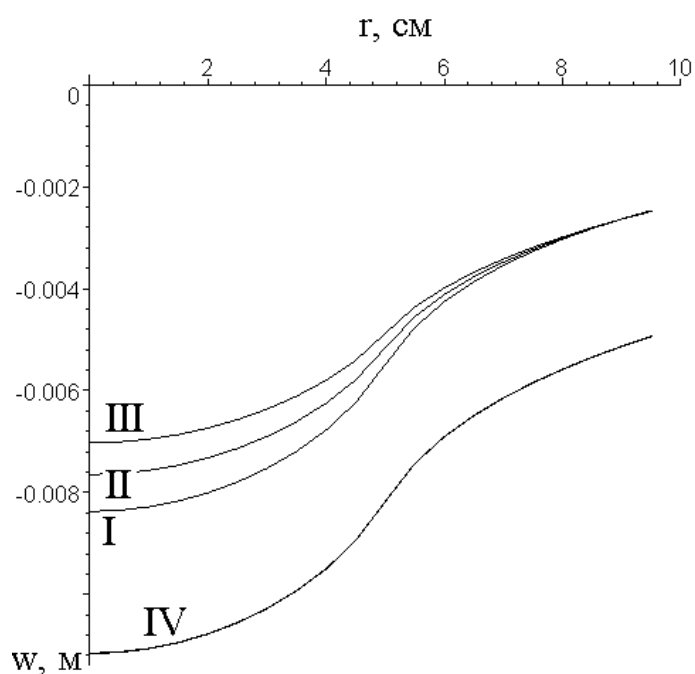


Рис. 1.47 Распределения напряжений τ_{rz} на границе первого и второго (кривые I, II, III, IV), и второго-третьего (кривые I', II', III', IV') слоев; а – для круга нагружения радиусом 5 см (вариант А), б – для круга нагружения радиусом 16.5 см (вариант В).

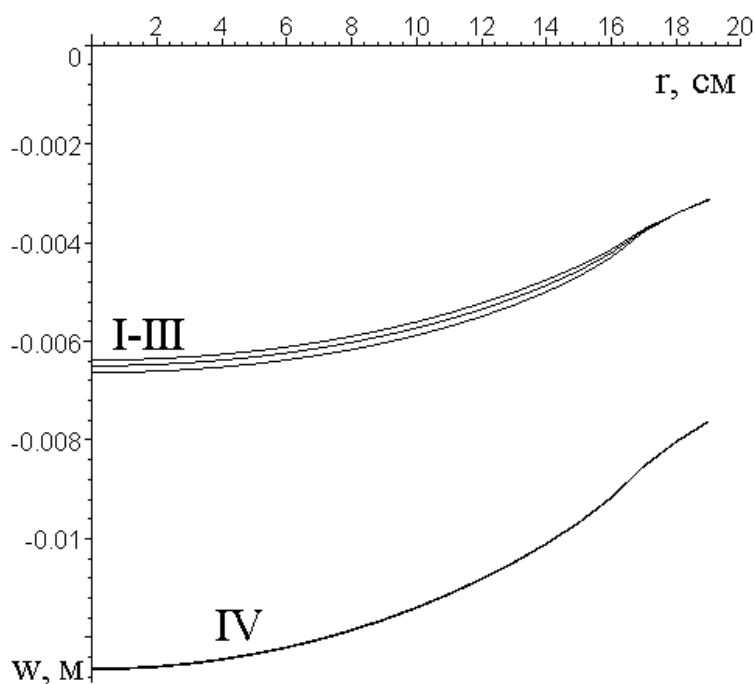
Напряжения τ_{rz} во всех случаях больше на первой границе раздела. Они уменьшаются при увеличении твердости первого слоя и растут при

ослаблении основания, что особенно заметно для Варианта В, соответствующего большему радиусу круга нагружения (рис.1.47,б).

Анализ деформаций. На рисунке 1.48 показан прогиб под нагрузкой верхней границы первого слоя. Следует отметить уменьшение прогиба при увеличении твердости основания, это уменьшение существенно для меньшего размера области нагружения и незначительно для большой области нагружения (рис. 1.48,а). Ослабление основания приводит к существенному увеличению прогиба, особенно для случая большого радиуса области нагружения (рис. 1.48,б).



а



б

Рис. 1.48 Вертикальные перемещения верхней границы многослойного основания; а – для круга нагружения радиусом 5 см (вариант А), б – для круга нагружения радиусом 16.5 см (вариант В).

1.7 Определение модуля упругости покрытий по результатам индентирования

В приложении к тонким покрытиям существенным является вопрос об определении упругих свойств материалов, которые могут существенно отличаться от свойств тех же материалов в большом объеме, что связано с технологией нанесения, определяющей структуру покрытия. Кроме того, зачастую новые материалы создаются именно в виде покрытий и тонких пленок, и идентификация их объемных свойств затруднительна. Для покрытий, как и для однородных материалов, модуль упругости может определяться по результатам индентирования. Принято считать, что при вдавливании пирамиды Берковича, являющейся в настоящее время наиболее распространенным видом головки инденторов, на глубину, не превышающую $1/10$ толщины покрытия, влиянием подложки можно

пренебречь и пользоваться стандартным программным обеспечением, созданным для однородных тел. Но в случае относительно твердых покрытий при интерпретации результатов индентирования необходимо учитывать деформацию более мягкой подложки. Пример индентирования пирамидой Берковича однородного материала и того же материала с нанесенным на него твердым покрытием приведен на рис. 1.39 [87]. Четкий отпечаток здесь сменяется размытым, что свидетельствует о пластической деформации подложки и изгибе покрытия. В рамках данного исследования разработан метод расчета упругих характеристик тонких твердых покрытий на основе индентирования конусом с известным радиусом закругления (наноиндентирование) и сферическим индентором (микроиндентирование).

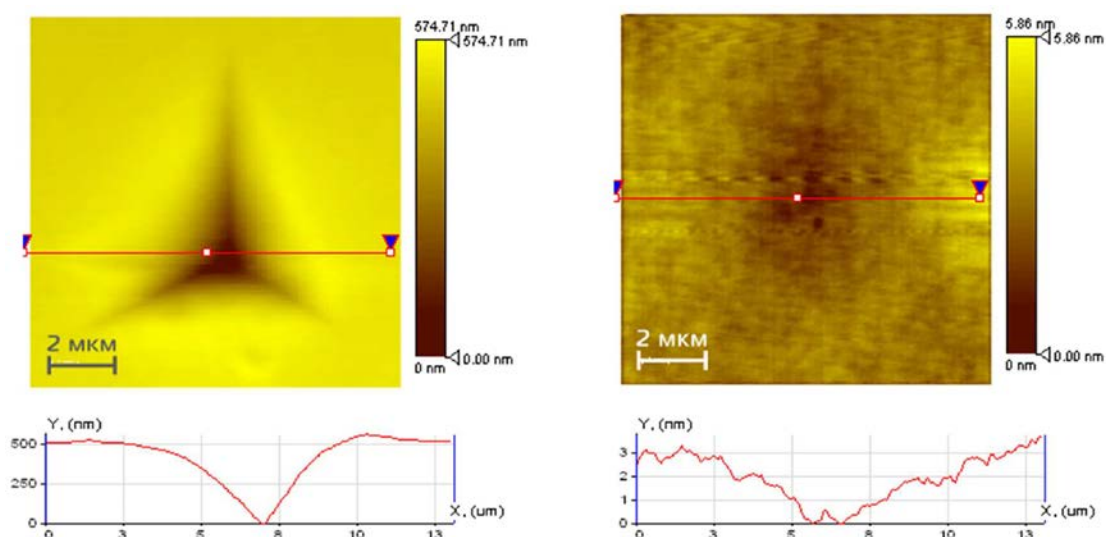


Рис. 1.49. Отпечатки и рельеф поверхности образцов поликарбоната (а), поликарбоната с термоотверждающимся силоксановым покрытием (б) после индентирования. Максимальная нагрузка - 10 мН [87].

Эксперимент по нано индентированию образцов с покрытиями проводили с помощью измерительного комплекса NanoTest 600 (MicroMaterialsLtd., Англия) [24]. В данном эксперименте применялся алмазный конический индентор с углом при вершине 60° и радиусом закругления 10 мкм, обеспечивалось разрешение по нагрузке 60 мкН и по глубине индентирования 0.04 нм. Вдавливание проводилось в режиме

контролируемой нагрузки, с преднагрузкой 0.1 мН. Снимались зависимости нагрузка-глубина, на стадиях нагрузки и разгрузки. Разгрузка проводилась с той же скоростью, что и нагружение. Проводилось 10 экспериментов в разных точках поверхности. Максимальная нагрузка составляла 10, 100 и 500 мкН.

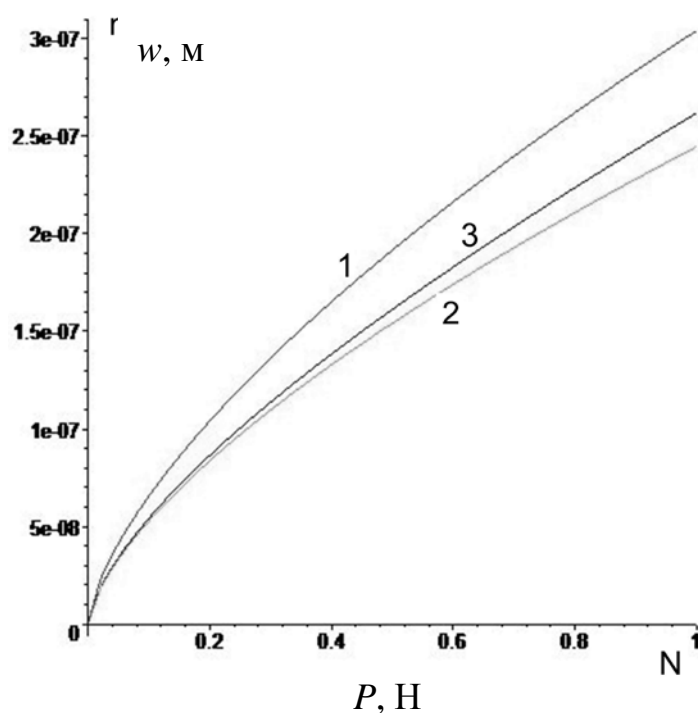
Эксперименты по микроиндентированию проводились на УМТ «Cetr» с использованием стального сферического индентора с радиусом 6.35 мм. Максимальная нагрузка – 0.2Н. Все эксперименты по индентированию проводились в условиях антивибрационной защиты и отсутствия тепловых потоков.

Расчет модуля упругости покрытия проводился на основе решения контактной задачи для двухслойного упругого полупространства и гладкого индентора с граничными условиями (1.49), в которых учитывается упругая деформация индентора. При этом предполагалось полное сцепление покрытия с подложкой.

В данном случае обратить задачу с тем, чтобы определить неизвестный модуль упругости при известных значениях нагрузки и внедрения, невозможно, поскольку заранее неизвестен вид функции распределения давления. В то же время, возможно решить серию контактных задач с изменяющимся модулем упругости, построить кривую зависимости внедрения от величины модуля упругости в выбранном диапазоне и при фиксированной нагрузке и остановиться на том значении, которое обеспечивает экспериментальное значение внедрения. Большое количество точек на кривой разгрузки позволяет получить и большое количество значений модуля упругости, которые при малой погрешности эксперимента и расчетов близки друг к другу. Использовался следующий алгоритм: из десяти кривых разгрузки выбирались пять, обеспечивающих наименьший разброс, затем вычислялась усредненная экспериментальная кривая разгрузки, на которой выбирались десять точек с разными нагрузками. Для

этих точек рассчитывался модуль упругости, после чего определялось среднее значение.

На рис.1.50 представлены примеры расчета зависимости внедрения от нагрузки, полученные для относительно жестких (а) и относительно мягких (б) покрытий (кривые 3). Для сравнения приведены кривые, полученные по теории Герца для однородных материалов со свойствами подложки (кривые 1) и покрытия (кривые 2). Очевидно, что для относительно мягких покрытий неучет податливости подложки дает ничтожно малую погрешность при расчетах для малых внедрений, тогда как для относительно жестких покрытий погрешность может быть существенной даже при внедрении, не превышающем 10% от толщины покрытия.



а

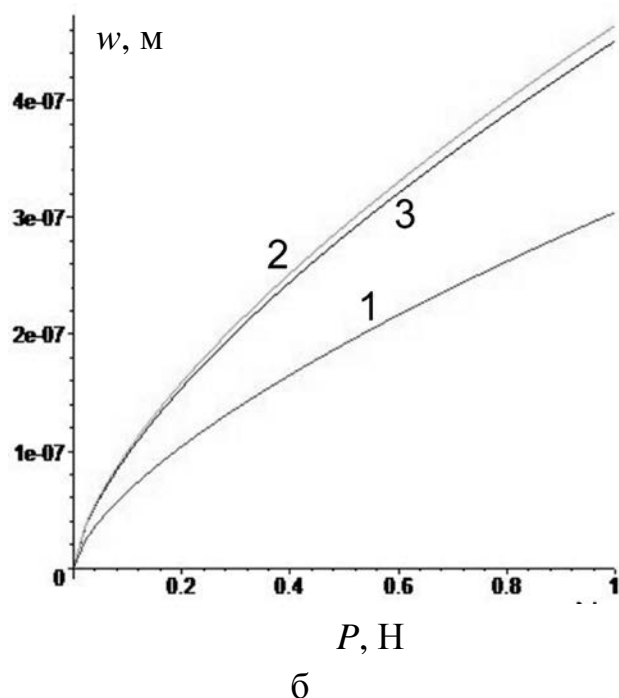


Рис. 1.50 Зависимость внедрения от нагрузки, рассчитанная для внедрения стального шарика диаметром 3мм в сталь без покрытия (кривые 1) - модуль упругости стали 210ГПа; в покрытие толщиной 2мкм (кривые 3) на стали, отношение модулей упругости покрытия и подложки 2,5 (а) и 0,4 (б); в однородный материал с упругими характеристиками относительно твердых (а) и мягких (б) покрытий (кривые 2).

Рассмотрим результаты индентирования Ni-P покрытий толщиной 3мкм, сформированных на стальной подложке. На рис. 1.51 представлены кривые нагружения-разгрузки, полученные на комплексе NanoTest 600 при максимальной нагрузке 100мкН. Нагрузка и геометрия контакта подбирались так, чтобы обеспечить упругое вдавливание, при котором кривые нагружения и разгрузки должны совпадать, тем не менее результаты, на первый взгляд, соответствуют случаю упруго-пластической деформации. Тем не менее, следует отметить, что модуль упругости, рассчитанный программным комплексом прибора по теории Герца, мало отличается от модуля упругости стали, из чего можно сделать вывод, что несовпадение кривых нагружения и разгрузки обусловлено большой шероховатостью поверхности (см. рис. 1.52). При этом кривые разгрузки при наложении демонстрируют хорошее совпадение и могут быть использованы для расчетов.

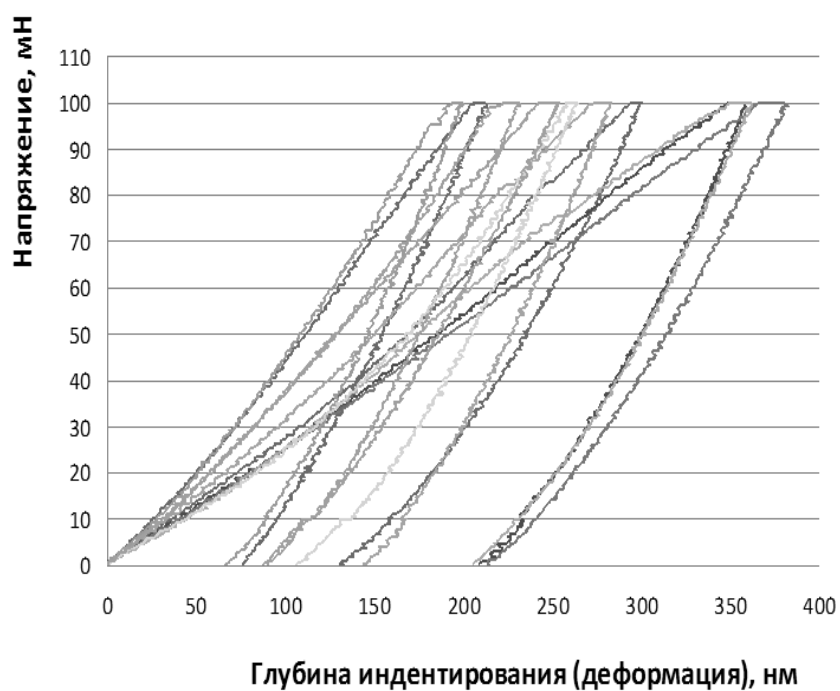


Рис.1.51 Результаты индентирования Ni-P покрытия (толщиной 2мкм) на стали

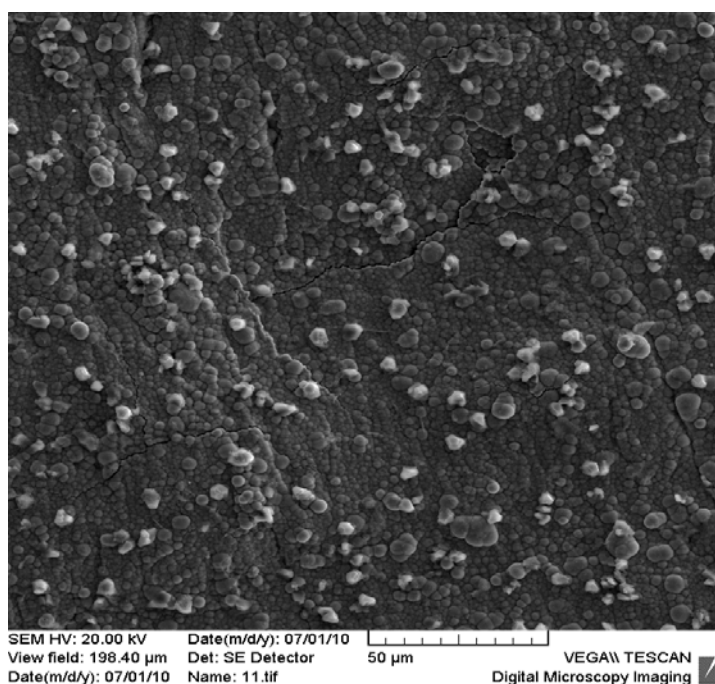


Рис.1.52 Поверхность Ni-P покрытия [24]

На рис.1.53 представлены: 1 – экспериментальная кривая (средние значения, полученные из кривых нагружения рисунка 2); 2 – расчетная

кривая, полученная для композиции сталь с модулем упругости 210 ГПа и коэффициентом Пуассона 0,3 и покрытие толщиной 2 мкм с модулем упругости 420 ГПа и коэффициентом Пуассона 0.22; 3 и 4 – расчетные кривые, полученные по теории Герца для однородных материалов с модулями упругости подложки и покрытия соответственно. Удовлетворительное совпадение кривых 1 и 2 позволяет использовать полученное значение модуля упругости для дальнейших расчетов.

На рис.1.54 представлены усредненные результаты эксперимента и расчетов для случая микроиндентирования. В этом случае большой радиус кривизны индентора приводит к тому, что на площадке контакта оказывается большое количество неровностей, малая нагрузка на каждую неровность исключает микроразрушения неровностей (что возможно при вдавливании алмазного конуса), и в итоге кривые нагружения и разгрузки достаточно хорошо соответствуют случаю полной упругости. При этом расчетный модуль упругости в случае микроиндентирования меньше (395ГПа), что, несомненно, вызвано наличием неровностей в области контакта.

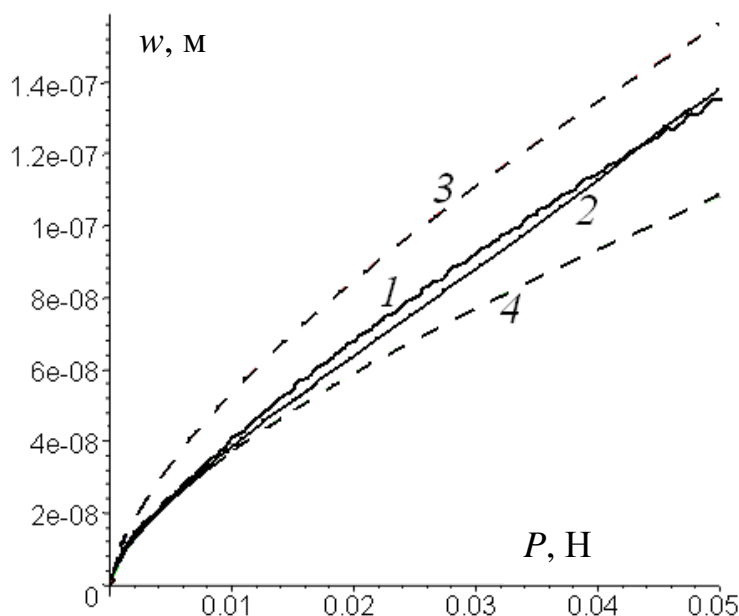


Рис.1.53 Зависимость внедрения от нагрузки для композиции Ni-P покрытие – стальная подложка (наноиндентирование); 1 – усредненные результаты эксперимента, 2 – расчетная кривая, 3 и 4 – расчетные кривые для однородных материалов, Ni-P и стали соответственно.

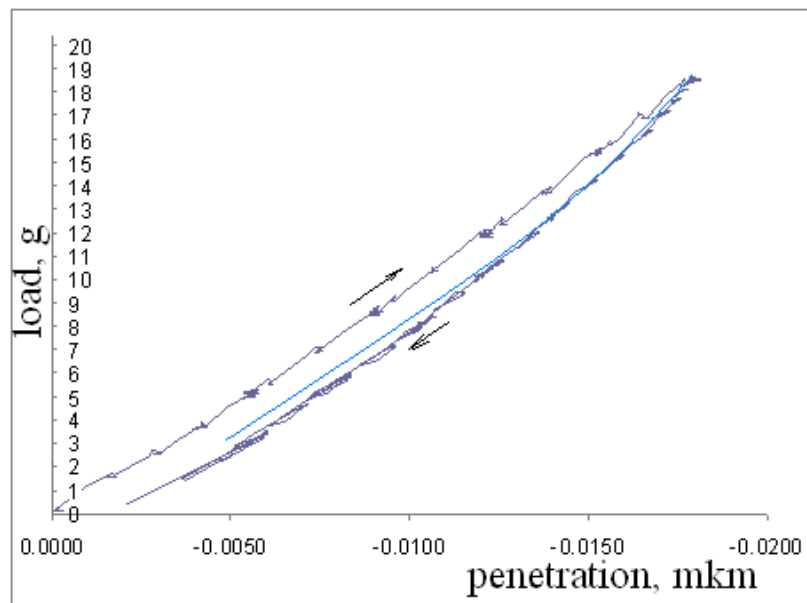
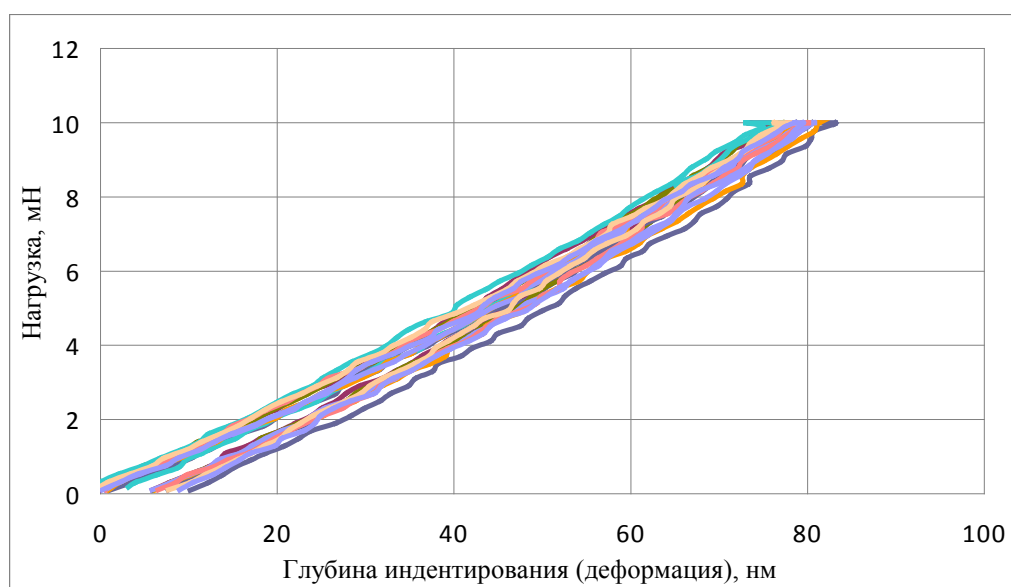


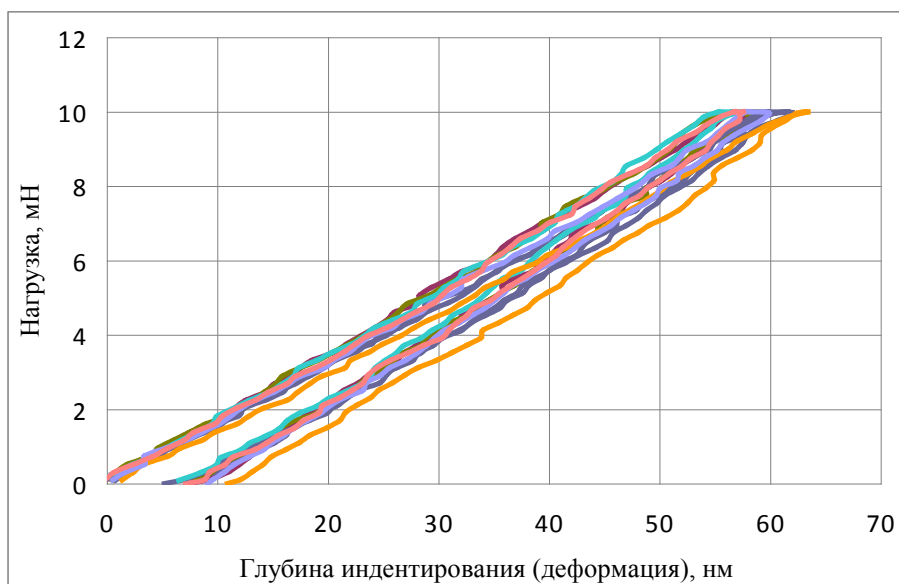
Рис.1.54 Зависимость внедрения от нагрузки для композиции Ni-P покрытие – стальная подложка (микроиндентирование); усредненная экспериментальная (со стрелками) и расчетная кривые.

Качество поверхности покрытия является важным, но не единственным условием успешного проведения эксперимента по упругому индентированию. Этот факт хорошо иллюстрируют результаты, полученные для покрытий, состоящих из оксидов металлов и полученных по технологии, разработанной для нанесения сверхтонких (от 60 нм) твердых покрытий. Специально для эксперимента на комплексе NanoTest были подготовлены образцы покрытий на кварцевом стекле, шероховатость поверхности составила менее, чем 5нм [80]. Также был подготовлен один образец без покрытия. Результаты индентирования представлены на рис. 1.55. На рис. 1.55,а представлены результаты для кварца без покрытия. Расчетный модуль упругости, полученный с помощью программного обеспечения комплекса NanoTest, составил 100ГПа, что существенно больше табличного значения 70ГПа. Разница между кривыми нагрузки и разгрузки мала и сопоставима с общей погрешностью измерения, то есть индентирование является упругим и не разрушает поверхность кварца. Оксидные покрытия тверже кварца, поэтому следовало ожидать, что и в случае кварца с покрытием кривые

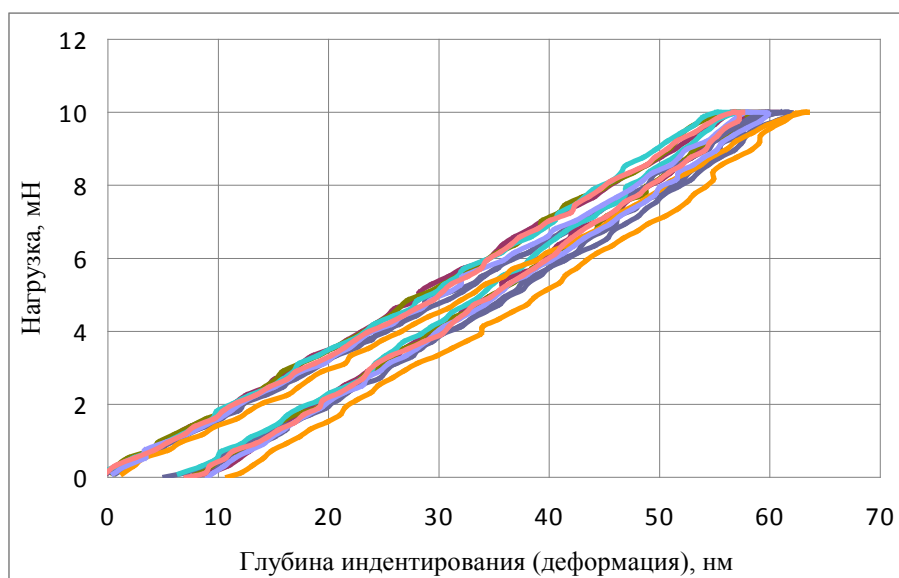
нагрузки-разгрузки будут совпадать. В ряде случаев, например для покрытия из оксида циркония (рис. 1.55,б), разница между кривыми не превысила погрешности измерения, модуль упругости был рассчитан с хорошей степенью точности и составил 220ГПа. В другом случае, когда эксперимент проводился с покрытием из оксида алюминия, были получены результаты, свидетельствующие о наличии податливого слоя, который после индентирования не восстановился (рис. 1.55,в). Поскольку это не может быть кварц и материал покрытия, следует предположить либо наличие загрязнений на поверхности, либо наличие дефектного слоя на границе раздела покрытия с подложкой. В этом случае полученное расчетное значение модуля упругости 280ГПа следует считать приблизительным.



а



б



в

Рис. 1.55 Результаты индентирования кварца без покрытия (а), кварца с покрытием из оксида циркония толщиной 300нм (б), кварца с покрытием из оксида алюминия толщиной 70нм (в)

Выводы по Главе 1.

В первой главе работы изложены постановка и численно-аналитический метод решения контактных задач и определения напряженного состояния для тел с упругими покрытиями. Для осесимметричных задач метод основан на интегральных преобразованиях Ханкеля, а для пространственных – на двойных интегральных преобразованиях Фурье.

Исследовались задачи о контакте гладких осесимметричных инденторов – сферического и индентора с плоским основанием и скругленными краями; проведен анализ зависимости контактных характеристик и внутренних напряжений от сочетания механических свойств покрытия и подложки, относительной толщины покрытия, наличия пригрузки вне области контакта. Для индентора с плоским основанием и скругленными краями, при относительно жестких покрытиях, получены как круговые, так и кольцевые площадки контакта.

Показано, что степень сцепления покрытия с подложкой влияет на распределение контактного давления и на внутренние напряжения, в особенности вблизи границы раздела покрытия с подложкой.

Приведены примеры расчета напряженного состояния в трехслойных и пятислойных упругих полупространствах. Показано, в каких случаях мягкий промежуточный слой может быть заменен слоем Винклера, что приводит к упрощению постановки задачи за счет уменьшения числа слоев и изменения граничных условий.

Предложен метод идентификации упругих свойств покрытий по результатам упругого индентирования. Он был использован для определения модуля упругости относительно жестких покрытий.

Проведен анализ влияния трения на напряженное состояние в покрытии и подложке для различных типов покрытий. Расчет напряженного состояния

для реальных покрытий в сочетании с результатами экспериментов позволил установить механизм их разрушения при трении.

Глава 2.

Моделирование контактного взаимодействия тел с покрытиями с учетом поверхностной шероховатости.

В данной главе предложены подходы и построены модели для изучения контактного взаимодействия тел с упругими покрытиями с учетом дискретного характера нагружения, обусловленного наличием шероховатости или микрорельефа поверхности. Рассмотрена периодическая контактная задача, исследованы напряжения, возникающие в покрытии и подложке при периодическом характере нагружения. Построены модели контактного взаимодействия индентора и тела с покрытиями при наличии шероховатости на одном из взаимодействующих тел.

2.1 Периодическая контактная задача: постановка, метод решения.

Рассмотрим задачу о контакте периодической системы недеформируемых осесимметричных инденторов, расположенных в узлах гексагональной решетки (рис. 2.1) и двухслойного упругого полупространства. На границе раздела упругого слоя и упругого полупространства имеют место условия (1.30), учитывающие степень сцепления слоя с полупространством.

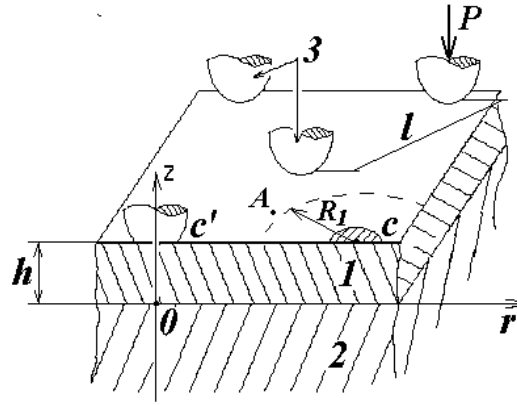


Рис.2.1 Контакт периодической системы индентров (3) и упругого слоя (1), скрепленного с упругим полупространством (2).

На верхней границе покрытия ($z = H$) выполняются следующие условия:

$$\begin{aligned} w^{(1)}(\bar{r}) &= f(\bar{r} - \bar{r}_i) - \delta, \quad \bar{r} \in \omega_i = \{|\bar{r} - \bar{r}_i| < a\}, \\ \sigma_z^{(1)} &= 0, \quad \bar{r} \notin \omega_i, \quad i = 1, 2, \dots, \infty, \\ \tau_{rz}^{(1)} &= 0, \quad \tau_{\theta z}^{(1)} = 0, \quad 0 \leq |\bar{r}| < \infty \end{aligned} \quad (2.1)$$

здесь $f(r)$ – форма произвольного индентора, a – радиус пятен контакта ω_i .

Нагрузка P' , приложенная к каждому индентору, и номинальное давление p_n связаны соотношением:

$$P' = (\sqrt{3}/2)p_n l^2, \quad (2.2)$$

где l – период гексагональной решетки.

Уравнение равновесия используется в виде:

$$P' = \int_0^a \int_0^{2\pi} p(r) r dr d\varphi, \quad (2.3)$$

Наряду со сформулированной выше задачей рассмотрим следующую задачу в осесимметричной постановке:

$$\begin{aligned}
w^{(1)}(r) &= f(r), & 0 \leq r \leq a, \\
\sigma_z^{(1)} &= 0, & a < r < R_1, \\
\sigma_z^{(1)} &= p_n, & R_1 < r < \infty, \\
\tau_{rz}^{(1)} &= 0, & 0 \leq r < \infty_1.
\end{aligned}
\tag{2.4}$$

То есть рассматривается единый осесимметричный индентор с формой, описываемой функцией $f(r)$ с центром в точке C (рис.2.1). На основе принципа локализации [20] действие других инденторов заменяется действием номинального давления p_n , действующего при $r > R_1$. Радиус R_1 рассчитывается исходя из условия равновесия и соотношения (2.2):

$$R_1 = (p / (\pi p_n))^{1/2} = (\sqrt{3} / (2\pi))^{1/2} l \cong 0.525l \tag{2.5}$$

Математическая оценка погрешности подобной замены для случая однородного упругого полупространства приведена в [20]. Оценка для случая двухслойного упругого полупространства будет приведена в разделе 2.4.

Задача с граничными условиями (2.4) осуществляется методом суперпозиции и проводится в два этапа. Первый этап – определение формы $g(r)$ свободной от нагрузки круговой области ($0 \leq r \leq R_1$) на верхней границе упругого слоя, в то время как при $R_1 < r < \infty$ действует давление p_n . Для того, чтобы исключить из расчетов бесконечно удаленную точку, эта задача решается при следующих условиях на поверхности:

$$\begin{aligned}
p(r) &= -p_n, & 0 \leq r \leq R_1, \\
p(r) &= 0, & R_1 < r < \infty,
\end{aligned}
\tag{2.6}$$

решение которой $\bar{g}(r)$ совпадает с $g(r)$ с точностью до константы:

$$\bar{g}(r) = g(r) + D \tag{2.7}$$

На втором этапе полученная функция $\bar{g}(r)$ используется при формулировке условий сопряжения штампа и верхней границы упругого

слоя. Граничные условия формулируются в виде, аналогичном (1.15) с измененной функцией $f_1(r)$:

$$\begin{aligned}
 p_1\kappa_1^{(m)} + p_2\kappa_2^{(m)} + \dots + p_N\kappa_N^{(m)} &= f_1(r_m) \\
 f_1(r) &= (f(r) - f(a)) - (\bar{g}(r) - \bar{g}(a)) \\
 (i &= 1, 2, \dots, N - 1)
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Таким образом, как и в Главе 1, исключается из условий неизвестная константа D . Система замыкается уравнением равновесия в форме (1.18). Неизвестный радиус площадки контакта определяется методом итераций до выполнения условия равенства давления нулю на границе области контакта. Точность полученного решения проверялась путем увеличения числа N .

2.2 Анализ результатов решения периодической контактной задачи.

Расчеты проводились для системы сферических штампов: $f(r) = r^2/2R$, где R - радиус кривизны индентора. Приведенные ниже результаты получены для случая полного сцепления покрытия с подложкой.

Была выделена система безразмерных параметров, от которых зависит решение контактной задачи: относительная толщина слоя $\lambda' = H/l$, относительный радиус кривизны индентора $\rho' = R/l$, характеризующий также плотность контакта, относительный модуль упругости слоя $\chi = E_1/E_2$, относительное номинальное давление p_n/E_2 и коэффициентов Пуассона слоя и полупространства.

В качестве исследуемых характеристик рассматривались: контактное давление $p(r)/p_n$, относительный радиус области контакта a/l .

Для удобства анализа результатов было выделено два типа покрытий: относительно твердые ($\chi > 1$) и относительно мягкие ($\chi < 1$).

Относительно твердые упругие покрытия.

Расчеты для относительно твердого поверхностного слоя проводились при $p_n/E_2 = 0.1$ и значениях коэффициента Пуассона $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$. На рис.2.2 и 2.3 представлены кривые распределения давления на единичном пятне контакта при различных значениях параметров ρ' и λ' . При этом полагалось, что $\chi = 10$. Для кривых 1-5 на рис. 2.2 толщина слоя менялась соответственно от бесконечности до нуля (непокрытое полупространство) при постоянном значении параметра $\rho' = 2$. Расчеты показывают, что при уменьшении толщины слоя значения максимальных давлений уменьшаются, а радиус пятна контакта возрастает. Однако для каждой фиксированной толщины слоя этот радиус меньше того, который получается в расчетах без учета влияния пригрузки от соседних инденторов, т.е. для уединенного единичного пятна контакта. Этот вывод иллюстрируется на рис. 2.2 кривыми 5 и 5', построенными для однородного полупространства при разных значениях параметра ρ' : кривая 5 для $\rho' = 2$ и кривая 5' для $\rho' = 0$, что соответствует решению Герца.

Рис.2.3 иллюстрирует характер изменения вида функции давления при изменении параметра λ' . Для этого давление $p(r)$ отнесено к соответствующему максимальному давлению p_0 и рассматривается как функция относительной координаты r/a . Кривая 1 соответствует решению Герца для однородного полупространства, кривые 2 и 3 построены для $\lambda' = 0.25, 0.14$ соответственно и $\rho' = 2$. Расчеты показывают, что распределение давления тем больше отличается от решения Герца (кривая 1), чем больше параметр a/H : $a/H = 1.2$ (кривая 2), $a/H = 3.2$ (кривая 3). Однако это различие становится ощутимым только при $a/H > 1$. Кривые 1-3 рис. 2.2, для которых $a/H < 1$, в указанном масштабе располагаются между кривыми 1 и 2 рис. 2.3.

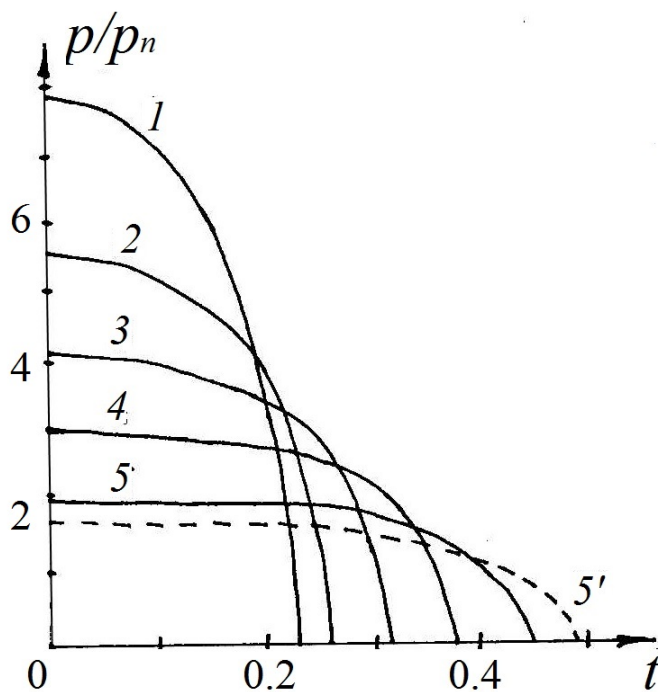


Рис. 2.2 Распределение давления на единичном пятне контакта при различных значениях толщины слоя: $\lambda' = \infty; 1.0; 0.5; 0.25; 0$ (кривые 1-5 соответственно), $\rho' = 2$, $\chi = 10$.

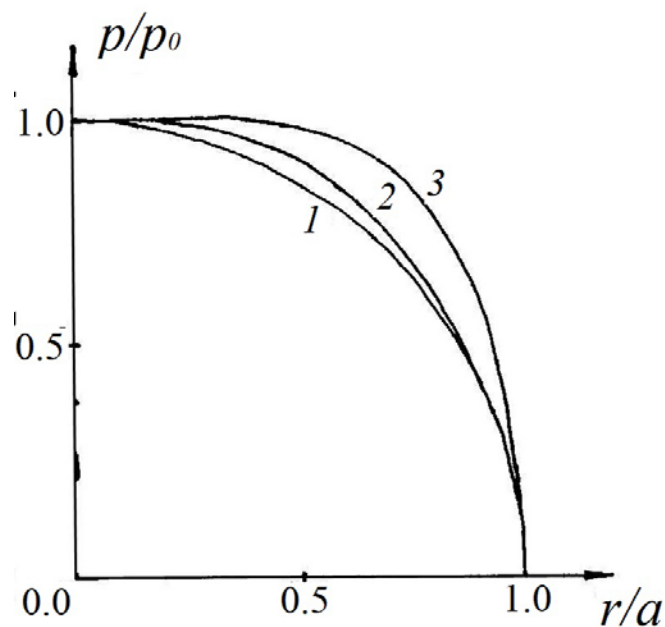


Рис. 2.3 Изменение вида функции давления при изменении параметра λ' : кривая 1 – однородное упругое полупространство, $\lambda' = 0.25, 0.14$ – кривые 2 и 3 соответственно.

Рис. 2.4 и 2.5 иллюстрируют влияние относительного модуля упругости покрытия χ на контактные характеристики при двух различных значениях λ' : $\lambda'=1.0, 0.25$ соответственно и $\rho'=2$. Кривые 1-5 соответствуют значениям $\chi=1.0, 4.0, 10.0, 20.0, 50.0$. Анализ полученных результатов показал, что с увеличением параметра χ размер площадки контакта уменьшается, а максимальное давление p_0 на ней возрастает, причем эта тенденция тем сильнее, чем больше относительная толщина упругого слоя.

Сходные результаты получились при анализе влияния относительной кривизны штампа (параметр ρ') на контактные характеристики (рис. 2.6). Увеличение варьируемого параметра ведет к увеличению области контакта и, соответственно, к уменьшению максимального контактного давления. При расчетах полагалось $\chi=10, \lambda'=1.0$.

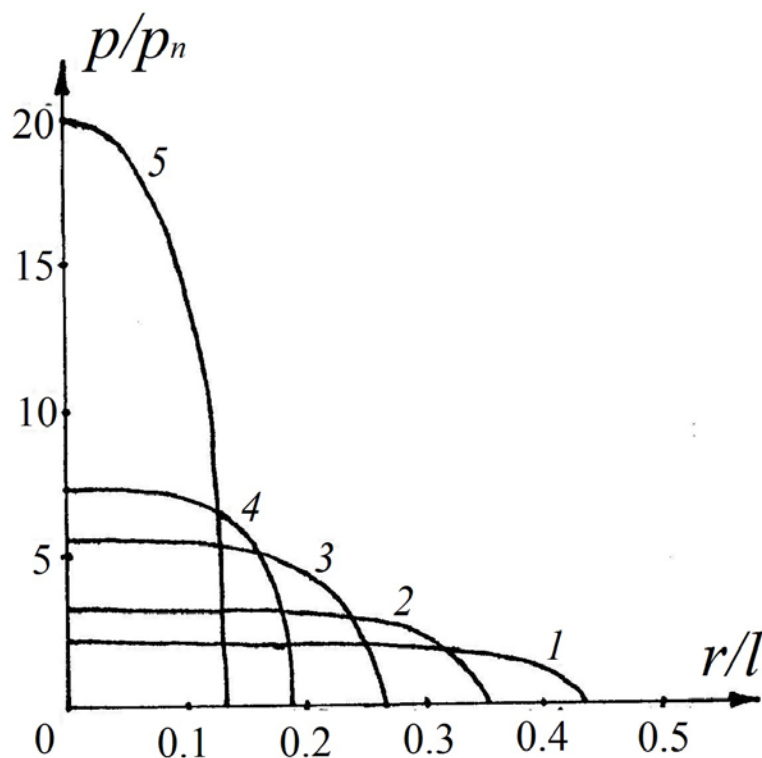


Рис.2.4 Влияние относительного модуля упругости покрытия χ на контактные характеристики: $\lambda'=1.0$; $\rho'=2$; $\chi=1.0, 4.0, 10.0, 20.0, 50.0$ (кривые 1-5 соответственно)

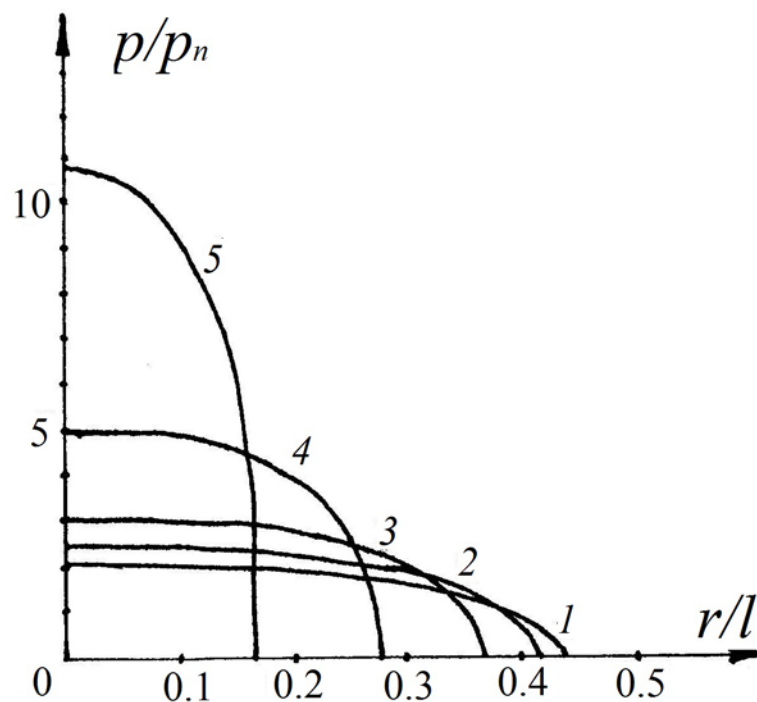


Рис.2.5 Влияние относительного модуля упругости покрытия χ на контактные характеристики: $\lambda' = 2.5$; $\rho' = 2$; $\chi = 1.0, 4.0, 10.0, 20.0, 50.0$ (кривые 1-5 соответственно)

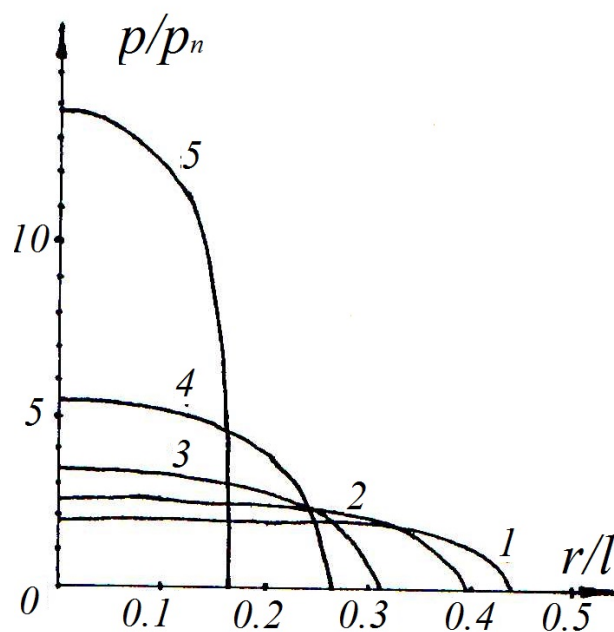


Рис.2.6 Влияние относительной кривизны штампа на контактные характеристики: $\chi = 10$, $\lambda' = 1.0$; $\rho' = 15; 10; 4; 2; 0.5$ (для кривых 1-5 соответственно)

Для анализа влияния пригрузки от соседних штампов были проведены расчеты контактных характеристик для единичного штампа так, чтобы значения χ , параметра $\tilde{\lambda} = H/R$ (соответствующего комбинации параметров λ'/ρ), а также нагрузка на индентор полагались равными значениям аналогичных параметров, используемых при расчетах, результаты которых обсуждались выше. Сравнение полученных контактных характеристик с предыдущими дало возможность проиллюстрировать влияние на них пригрузки, используя дополнительный параметр $\hat{a} = a/a_0$, где a и a_0 - полученные при одинаковых значениях параметров χ и $\tilde{\lambda}$ радиусы областей контакта для задачи с пригрузкой и без нее соответственно. рис.2.7 отражает зависимость \hat{a} от параметров λ' и ρ' при фиксированных значениях $\chi = 10$, $p_n/E_2 = 0.1$. Кривые 1-3 построены для значений $\rho' = 0.5, 2, 10$ соответственно. Кривым на рис. 2.8 соответствуют расчеты, проведенные при $\rho' = 10$ и при разных значениях χ ($\chi = 1, 3, 10, 50$ для кривых 1-4 соответственно). Общим свойством функции $\hat{a}(\tilde{\lambda})$ (рис. 2.7, 2.8) является. По видимому, стремление их к некоторой асимптоте при увеличении толщины упругого слоя, что соответствует уменьшению влияния подложки на контактные характеристики. При этом асимптотическое значение зависит от комбинации параметров χ и ρ' и возрастает с увеличением χ (рис. 2.8), а с увеличением ρ' убывает (рис. 2.7). кроме того, убывание функций с уменьшением значений λ' показывает, что наибольшее влияние пригрузка оказывает в случае относительно тонких упругих слоев.

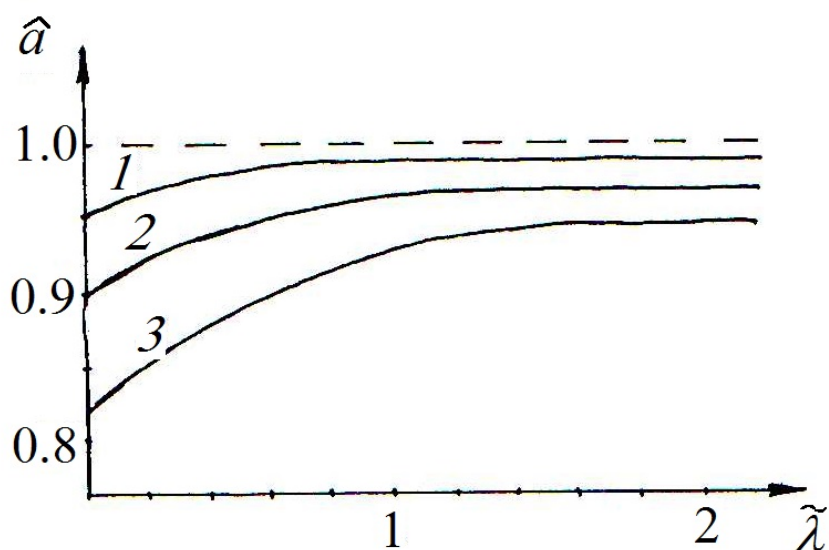


Рис.2.7 Зависимость радиуса пятна контакта, отнесенного к радиусу пятна контакта изолированного индентора, от толщины покрытия при $\chi = 10$, $p_n / E_2 = 0.1$; $\rho' = 0.5, 2, 10$ (кривые 1-3).

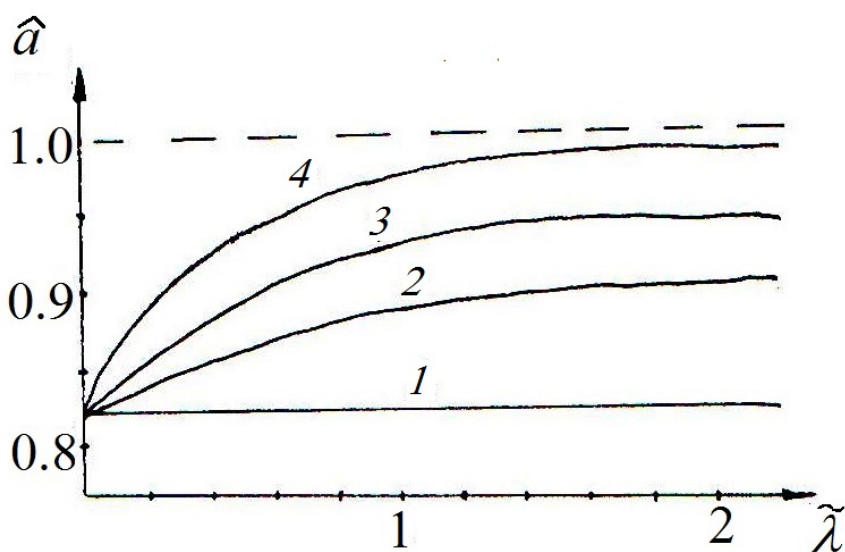


Рис.2.8 Зависимость радиуса пятна контакта, отнесенного к радиусу пятна контакта изолированного индентора, от толщины покрытия при $\rho' = 10$, $p_n / E_2 = 0.1$; $\chi = 1, 3, 10, 50$ (кривые 1-4).

Относительно мягкие упругие покрытия.

Для относительно мягкого поверхностного слоя при расчетах полагалось $p_n/E_2 = 0.005$ и $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$.

На рис. 2.9 представлены распределения контактных давлений, полученные при $\chi = 0.1$ и для слоев разной толщины $\lambda' = 0.1, 0.5, 1.0, \infty$ (кривые 1-4 соответственно). Результаты показывают, что чем толще слой, тем больше радиус пятна контакта и меньше максимальное контактное давление. При этом следует отметить, что близость кривых 2 и 3 к кривой 4, соответствующей случаю $\lambda' \rightarrow \infty$, позволяет сделать вывод, что начиная с некоторой толщины слоя λ^* (величина которой зависит от параметров χ и ρ'), влияние более твердой подложки на контактные характеристики становится незначительным. Аналогичные расчеты, проведенные для других значений параметра χ , показывают, что с его уменьшением значение λ^* растет.

На рис. 2.10 показано, как растет область контакта и изменяется распределение контактного давления при увеличении относительного радиуса кривизны штампа ρ' для $\chi = 0.1$ и $\lambda' = 1.0$. Кривым 1-4 соответствуют значения $\rho' = 1, 2, 5, 10$ соответственно.

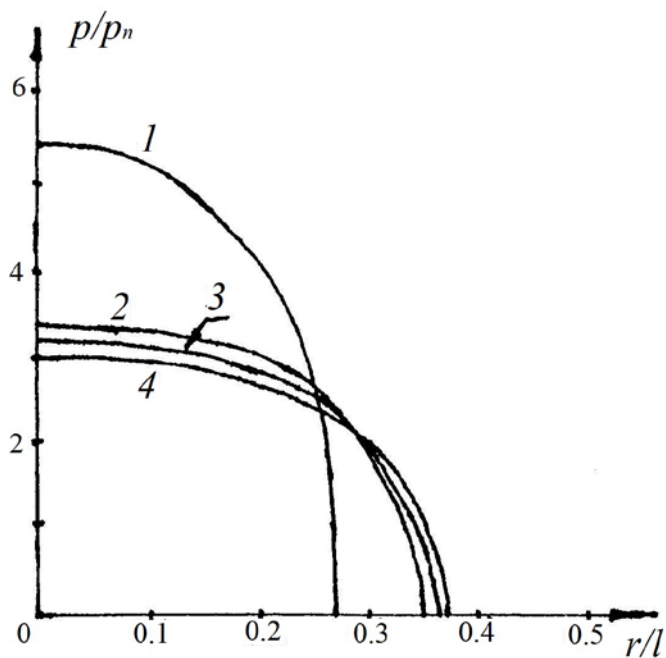


Рис.2.9 Распределения контактных давлений для слоев разной толщины $\lambda' = 0.1, 0.5, 1.0, \infty$ (кривые 1-4 соответственно) $\chi = 0.1, \rho' = 1, p_n / E_2 = 0.005$.

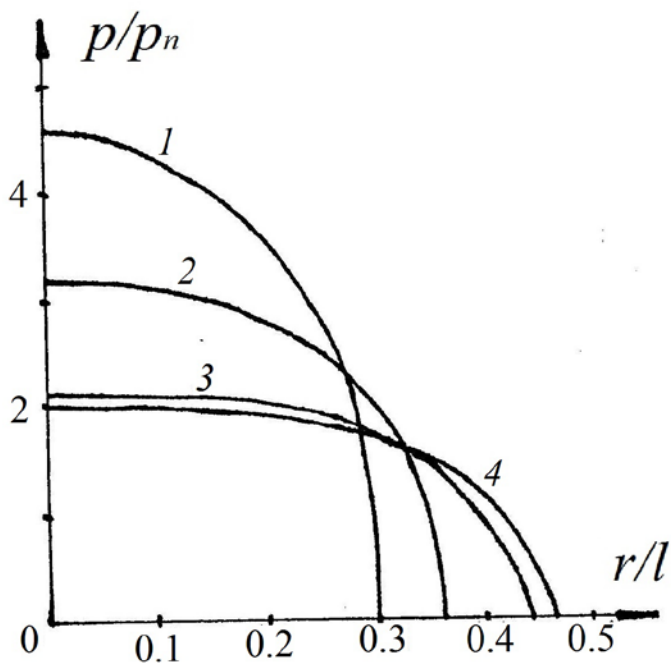


Рис. 2.10 Распределения контактных давлений для разного радиуса инденторов $\rho' = 1, 2, 5, 10$ (кривые 1-4 соответственно), $\chi = 0.1, \lambda' = 1.0, p_n / E_2 = 0.005$.

2.3 Оценка влияния характера распределения пригрузки на контактные характеристики.

С целью оценки близости полученных в результате решения задачи с граничными условиями (2.4) контактных характеристик к решению задачи с условиями (2.1) было проведено сравнение полученного радиуса пятна контакта a с радиусом области контакта a_1 , который получается, если при постановке задачи принять во внимание еще один слой или несколько слоев инденторов. В рамках осесимметричной постановки последние моделируются кольцами толщины Δa , середина которых расположена на расстоянии, отделяющем центры инденторов от рассматриваемого индентора. Распределение давления в кольце из соображения равенства нулю на внешней и внутренней его границе предполагалось в виде:

$$\tilde{p}(r) = \tilde{p}_0 \sqrt{(1 - r/\tilde{r}_1)(1 - r/\tilde{r}_2)} \quad (2.9)$$

где \tilde{r}_1 и \tilde{r}_2 - внутренний и внешний радиусы кольца соответственно, \tilde{p}_0 - максимальное давление, рассчитанное из условия:

$$\int_{\tilde{r}_1}^{\tilde{r}_2} \tilde{p}(r) r dr = n \int_0^a p(r) r dr, \quad (2.10)$$

где n - количество инденторов в слое. Расстояние R_1 , начиная с которого действие более далеких слоев инденторов заменяется распределенным давлением, рассчитывается так, чтобы внутри круга с данным радиусом попадали учитываемые слои инденторов, а среднее давление в круге было равно p_n . Так, для одного слоя инденторов получаем:

$$R_1 = l \sqrt{7\sqrt{3}/(2\pi)} \quad (2.11)$$

Были проведены расчеты для системы сферических инденторов ($f(r) = r^2/2R$) при $R/l = 4$, которые показали, что учет влияния одного ближайшего слоя инденторов приводит к радиусу площадки контакта a_1 , отличному от a на 6%, в то время как $a = 0.33l$. Разницу полученных распределений давлений иллюстрирует рис. 2.11. Из этого следует, что при этой и меньшей плотности контакта основной метод расчета обеспечивает достаточную точность.

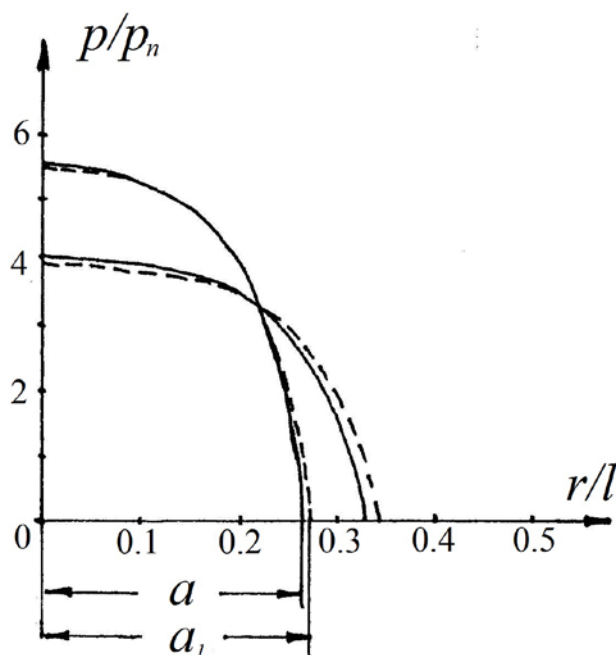


Рис. 2.11 Распределения контактного давления, полученные с помощью основного (пунктирные кривые) и уточненного (сплошные кривые) методов расчета.

2.4 Определение напряженного состояния двухслойного упругого полупространства при множественном характере нагружения

Рассматривается упругий слой толщины H , скрепленный с упругим полупространством и нагруженный давлением $p(r)$ по круговым областям ω_i ($i = 1, 2, \dots, \infty$) радиуса a , расположенным в узлах гексагональной решетки с периодом l (рис.2.12). На границе раздела упругого слоя и упругого полупространства имеют место условия (1.30), учитывающие степень сцепления слоя с полупространством.

На верхней границе слоя:

$$\sigma_z^{(1)} = \begin{cases} p(x, y), & (x, y) \in \omega_i \\ 0, & (x, y) \notin \omega_i \end{cases}$$

$$\omega_i = \{x, y : (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 \leq a^2\}$$

$$i = 1, 2, \dots, \infty$$
(2.12)

Определение поля внутренних напряжений при постановке задачи с граничными условиями (2.12) возможно методом наложения полей напряжений, полученных для отдельных круговых областей нагружения ω_i путем решения соответствующей осесимметричной задачи. Метод решения осесимметричной задачи о нагружении многослойного упругого полупространства при неполном сцеплении слоев подробно изложен в Главе 1. Как будет показано ниже, подобная суперпозиция необходима при высокой плотности контакта, но в некоторых случаях можно использовать следующий приближенный подход.

Рассмотрим осесимметричное приближение, состоящее в замене фактического дискретного давления на номинальное для части области нагружения. Погрешность подобного подхода будет исследована ниже. В рамках приближенного подхода для определения напряженного состояния под нагруженными и ненагруженными зонами исследуются простые осесимметричные модели с осями симметрии, проходящими через центр произвольной фиксированной области нагружения ω_i и через центр ненагруженной области.

В первом случае рассматриваются следующие граничные условия на верхней границе слоя (рис. 2.12):

$$\sigma_z^{(1)} = \begin{cases} p(r), & r \leq a \\ 0 & , \quad a < r \leq R_1 \\ p_n & , \quad r > R_1 \end{cases}$$
(2.13)

Граничные условия (2.13) отличаются от граничных условий (2.12) заменой заданного дискретного распределения давления в окрестности рассматриваемой фиксированной области нагружения радиуса a на номинальное давление p_n . Номинальное давление p_n и радиус R_1 рассчитываются исходя из известной характеристики относительной площади областей нагружения $\bar{A} = A_r / A_n$, где A_r - суммарная площадь нагруженных областей, а A_n - общая площадь поверхности.

$$p_n = \frac{2\bar{A}}{a^2} \int_0^a p(r) r dr, \quad R_1 = \frac{a}{\sqrt{\bar{A}}} \quad (2.14)$$

Для рассматриваемого случая нагружения областей, расположенных в узлах гексагональной решетки с шагом l

$$\bar{A} = \frac{2\pi a^2}{\sqrt{3}l^2}, \quad R_1 = l \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2\pi}} \quad (2.15)$$

Аналогичным образом строится осесимметричное приближение для определения напряженного состояния вблизи центра ненагруженной области. Рассматривается слой нагруженных областей, ближайший к точке А (рис. 2.12), соответствующей центру ненагруженной области, действие остальных слоев заменяется действием распределенной нагрузки.

$$\sigma_z^{(1)} = \begin{cases} p^*, & (r, \varphi) \in \omega^* \\ 0, & (r, \varphi) \notin \omega^* \\ p_n, & r > R_2 \end{cases} \quad (2.16)$$

Здесь ω^* - объединение областей с центрами на одинаковом (минимальном) расстоянии от точки А. Радиус R_2 определяется соотношением:

$$R_2 = l \sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}} \quad (2.17)$$

Очевидно, что решение задачи с граничными условиями (2.13) адекватно описывает напряженное состояние только при небольшой плотности контакта и для точек, находящихся непосредственно под центром нагруженной области, что может быть использовано для экспресс-анализа напряжений. Если необходимо получить полное распределение напряжений в покрытии, необходимо проводить суперпозицию напряжений, возникающих от ближайших к рассматриваемому пятен контакта (в нашем случае их 6), действие остальных также заменяется распределенным давлением.

Специфика задачи состоит в том, что области нагружения распределены до бесконечности, что приводит к необходимости в процессе решения вычислять интегралы для бесконечных областей. Чтобы избежать этого, для решения задачи (2.13) используется наложение поля постоянного напряжения $p(r) = p_n$ ($0 < r < \infty, z = 0$) на результаты, полученные вследствие решения задачи с граничными условиями:

$$\sigma_z^{(1)} = \begin{cases} p(r) - p_n, & r \leq a \\ -p_n, & a < r \leq R_1 \\ 0, & r > R_1 \end{cases} \quad (2.18)$$

Задача с условиями (2.16) принимает вид:

$$\sigma_z^{(1)} = \begin{cases} p^* - p_n, & (r, \varphi) \in \omega^* \\ -p_n, & (r, \varphi) \notin \omega^* \\ 0, & r > R_2 \end{cases} \quad (2.19)$$

Таким же образом рассматриваются задачи, в которых принимаются во внимание области нагружения, ближайšie к рассматриваемой.

2.5 Анализ напряжений, возникающих при множественном характере нагружения тел с покрытиями.

При анализе внутренних напряжений, возникающих в двухслойном упругом полупространстве в условиях множественного контакта с системой сферических инденторов (разделы 2.2 и 2.3) была использована следующая система безразмерных параметров: $\chi = E_1/E_2$, ν_1 , ν_2 , $\lambda' = H/l$, $\rho' = R/l$ (относительная плотность контакта), $K = kp_n/l$, p_n/E_2 . Здесь также используется дополнительный параметр $\lambda^* = H/R$, связывающий толщину поверхностного слоя с радиусом индентора.

Относительно твердые покрытия

На рис.2.13 представлены изолинии напряжений σ_r в твердом покрытии ($\chi = 20$), нагруженном системой инденторов с плотностью $\rho' = 0.6$. Плоскость вертикального сечения проходит через центры двух инденторов С и С' (рис. 2.1). На рисунке также показано расчетное распределение давлений в областях контакта. Сравнение радиуса области контакта ($a \approx 0.34l$) с толщиной слоя ($h = 0.22l$) позволяет считать покрытие относительно тонким ($h/a < 1$). Максимальные сжимающие (отрицательные) напряжения имеют место на верхней границе слоя, тогда как положительные растягивающие концентрируются на границе раздела слоя и полупространства; то есть имеет место изгиб твердого покрытия. На границе раздела находятся два локальных максимума: основной под индентором ($\sigma_r \approx 5.42p_n$ при $y=0$, $x=0$, $x=l$ и $z=0$) и меньший по значению – между двумя инденторами ($\sigma_r \approx 3.69p_n$ при $y=0$, $x=0.5$ и $z=0$). Также локализуются и минимумы на поверхности покрытия. Интересно отметить, что абсолютные значения максимальных сжимающих и растягивающих напряжений больше, чем максимальное значение контактного давления $p(x, y)$.

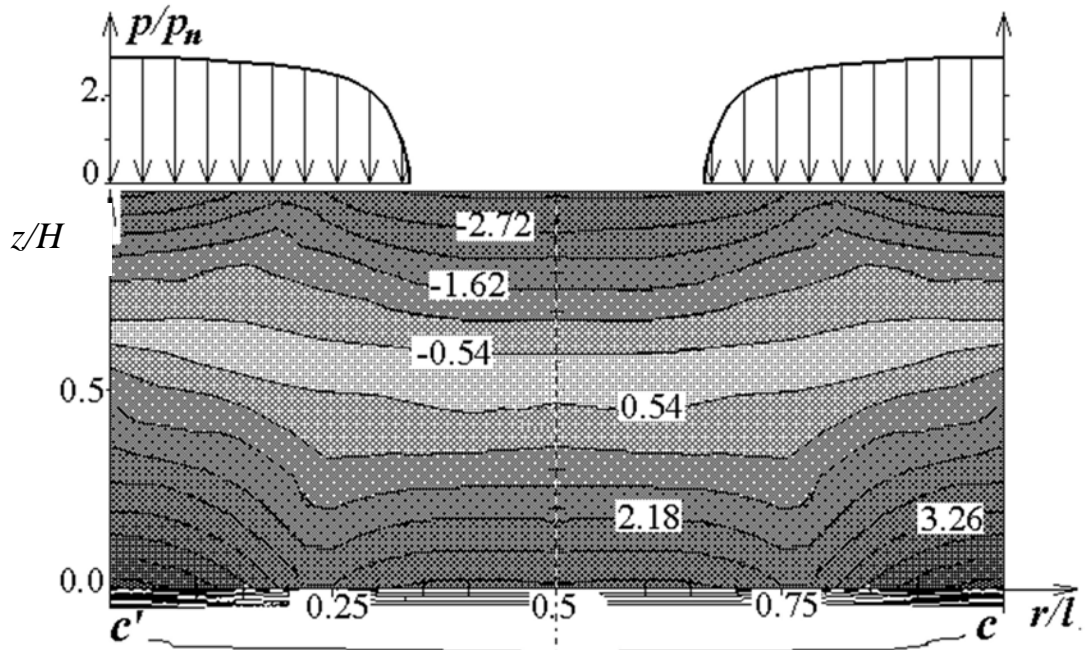


Рис.2.13 Распределение контактных давлений и изолинии растягивающих-сжимающих напряжений $\sigma_r(r,z)/p_n$ в твердом покрытии и в подложке $p_n=0.2E_2$, $\chi=20$, $\nu_1=0.3$, $\nu_2=0.4$, $\rho'=0.6$, $K=\infty$, $\lambda'=0.22$.

Изгиб покрытий может привести к их разрушению. Периодическое распределение максимумов растягивающих напряжений на границе раздела покрытия с подложкой может привести к появлению системы вертикальных трещин, которые начинаются на границе раздела и распространяются вглубь покрытия.

Расчеты показывают, что перепад напряжений на границе раздела покрытия с подложкой тем больше, чем больше относительная твердость покрытия. На рис. 2.14 представлено распределение сжимающих-растягивающих напряжений σ_r под центром пятна контакта для разных значений параметров λ' , K и χ . Кривая 1 соответствует тем же значениям параметров, что и результаты, показанные на рис. 2.13 для случая полного сцепления. Кривая 2 получена при $K=50$. Сравнение кривых 1 и 2 показывает, что, как и в случае единичного контакта, уменьшение степени сцепления приводит к увеличению растягивающих напряжений, в особенности на границе раздела. Оценку влияния относительной твердости

покрытия можно провести, сравнивая кривые 1 ($\chi=20$) и 3 ($\chi=5$), полученные при $\lambda=0.22$, а также кривые 4 ($\chi=20$) и 5 ($\chi=5$) при значении $\lambda=0.135$. Анализ результатов показывает, что уменьшение толщины покрытия и увеличение его твердости приводит к увеличению изгибных деформаций в покрытии. Увеличение толщины покрытия может предотвратить появление вертикальных трещин в покрытии.

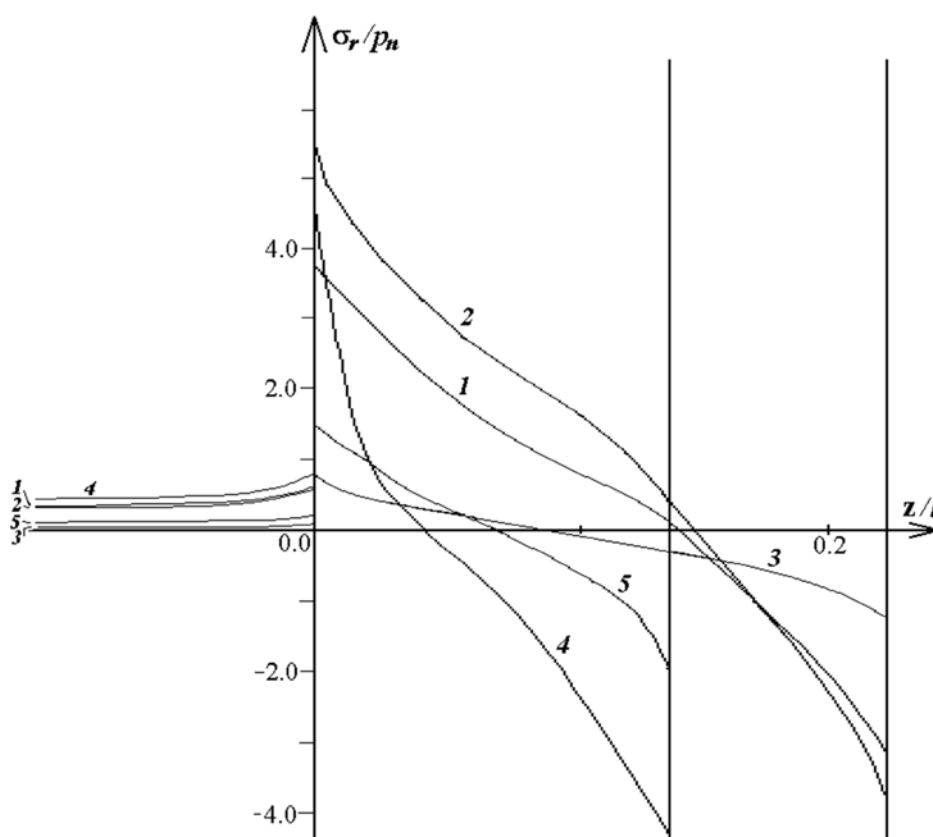


Рис. 2.14 Распределение растягивающих-сжимающих напряжений $\sigma_r(r,z)/p_n$ в покрытии и полупространстве при $p_n=0.2E_2$, $\nu_1=0.3$, $\nu_2=0.4$, $\rho'=0.6$, $\chi=20$ (кривые 1, 2, 4), $\chi=5$ (кривые 3, 5), $K=\infty$ (кривые 1, 3, 4, 5), $K=50$ (кривая 2), $\lambda'=0.22$ (кривые 1, 2, 3), $\lambda'=0.135$ (кривые 4, 5).

На рис. 2.15 и 2.16 приведены результаты расчета максимальных касательных напряжений в слое и полупространстве. На рис. 2.15 представлены результаты для относительно толстого твердого покрытия ($\chi=20$, $\lambda'=0.5$). Максимальные значения напряжений реализуются внутри

покрытия ($\tau_m = 4.02$ при $r=0$, l и $z=0.6H$). Локальный максимум с меньшим значением находится на границе раздела покрытия с подложкой. Для тонких покрытий распределение напряжений принципиально другое. На рис.2.16 показано распределение максимальных касательных напряжений под центром пятна контакта. Кривые рис. 2.16,а иллюстрируют влияние относительной толщины покрытий и степени сцепления покрытия с подложкой на рассматриваемую функцию. В рассмотренном диапазоне толщин чем тоньше покрытие, тем больше значения напряжений на границе раздела. Интересно отметить, что неполное сцепление покрытия с подложкой, увеличивающее растягивающие напряжения на границе раздела по сравнению со случаем полного сцепления, в данном случае уменьшает значения максимальных касательных напряжений вблизи границы.

С целью оценки влияния характера распределения давления внутри зон нагружения на напряженное состояние были проведены также расчеты функции τ_{\max} на оси под центром зоны нагружения при замене расчетного распределения давления под сферическим штампом распределением давления Герца [36]. Результаты сравнительных расчетов приведены на рис. 2.16,б. Кривые 1 и 2 на рис. 2.16,б совпадают с кривыми 2 и 3 рис.2.16,а, кривые 1' и 2' получены для приближенного (герцевского) распределения давления, при расчетах полагались равными радиусы пятен контакта и суммарная нагрузка на пятно. Отличие кривых показывает, что разница в распределении давления перестает влиять на напряжения на некоторой глубине, и глубина эта тем меньше, чем меньше значение параметра a/H ($a/H = 1.54$ для кривых 2, 2' и $a/H = 0.64$ для кривой 1, 1').

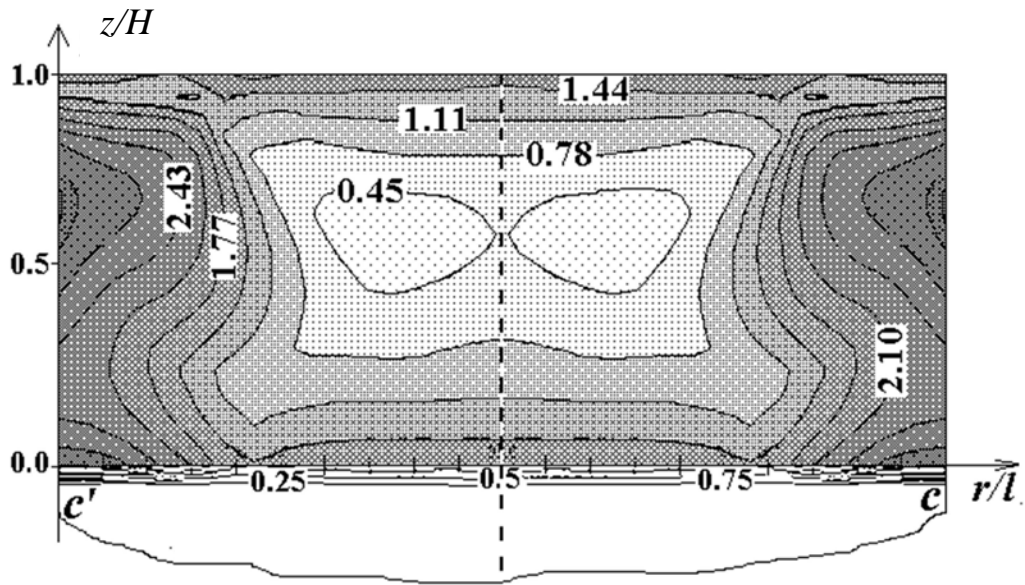
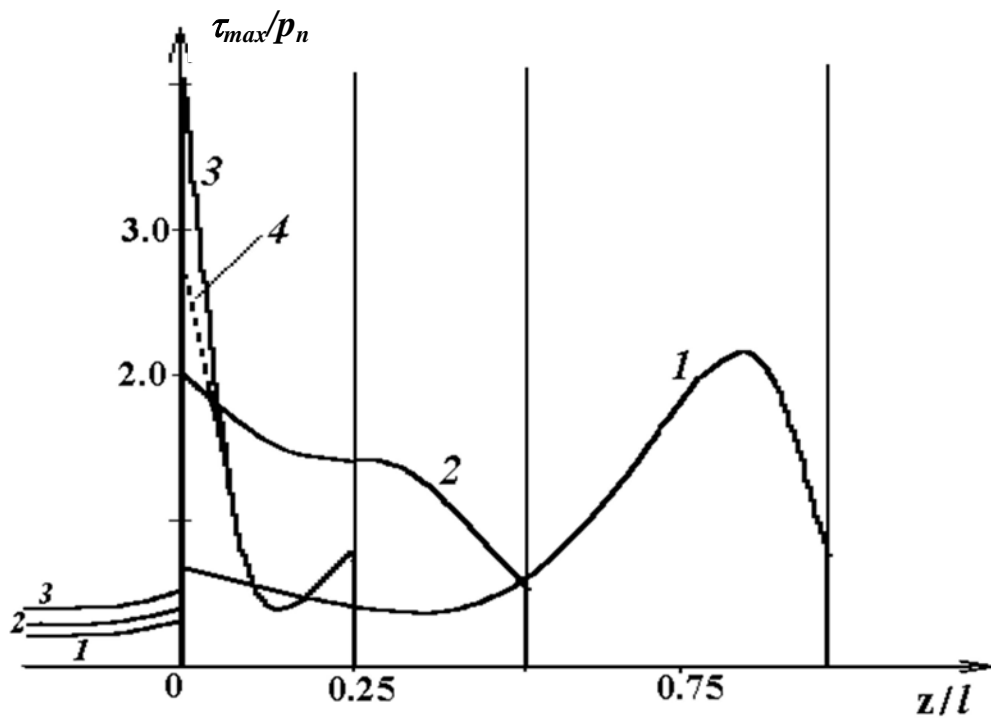
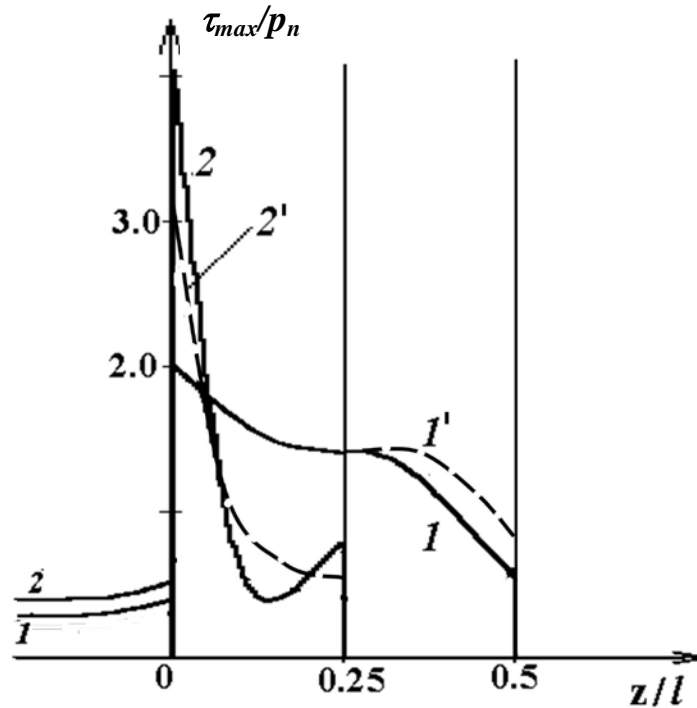


Рис. 2.15 Изолинии максимальных касательных напряжений $\tau_{max}(r,z)/p_n$ в относительно твердом покрытии и в подложке при $p_n = 0.2E_2$, $\chi = 20$, $\nu_1 = 0.3$, $\nu_2 = 0.4$, $\rho' = 0.6$, $K = \infty$, $\lambda = 0.5$



a



б

Рис. 2.16 Распределение максимальных касательных напряжений $\tau_{max}(r,z)/p_n$ в покрытии и подложке под центром зоны нагружения для разных толщин покрытия: $p_n = 0.1E_2$, $\chi = 10$, $\nu_1 = 0.3$, $\nu_2 = 0.4$, $\rho' = 0.6$, $K = \infty$ (кривые 1, 2, 3), $K = 50$ (кривая 4), $\lambda' = 1$ (кривая 1 (а)), $\lambda' = 0.5$ (кривая 2 (а), кривая 1 (б)), $\lambda' = 0.25$ (кривые 3, 4 (а), кривая 2 (б)).

На величину и положение главного максимума максимальных касательных напряжений под центром круга нагружения влияет также плотность контакта, которую характеризует параметр ρ (относительный радиус кривизны штампов). Сравнение кривых на рис. 2.17 показывает, что при больших значениях параметра ρ' и, соответственно, параметра a/H (кривые 3 и 3') перепад максимальных касательных напряжений на фиксированной глубине значительно меньше перепада, имеющего место при менее плотном контакте (кривые 1 и 1').

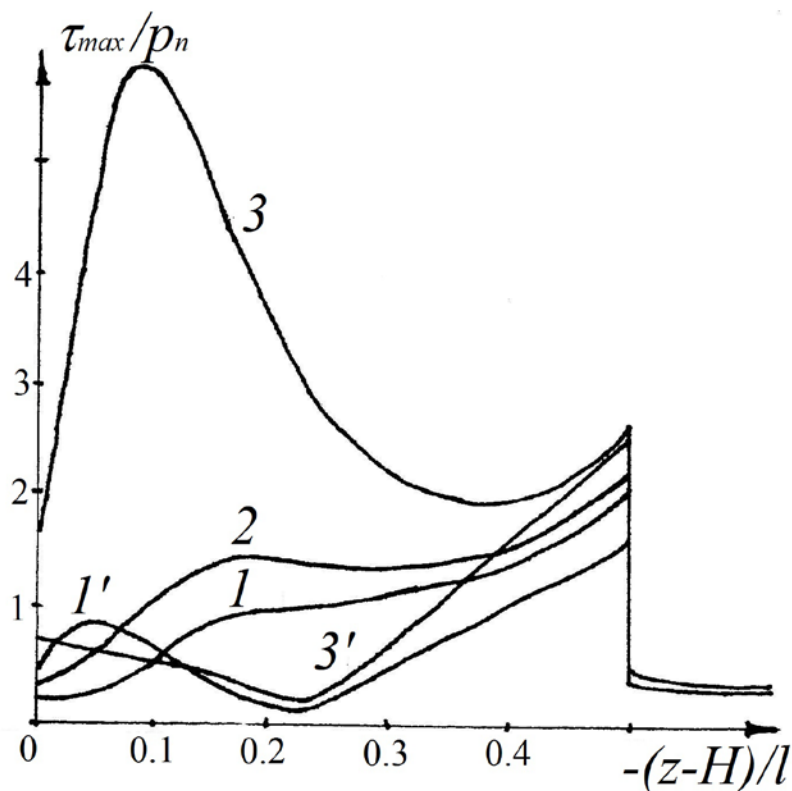


Рис.2.17 Влияние относительного радиуса кривизны инденторов на распределение максимальных касательных напряжений в покрытии и подложке: $p_n / E_2 = 0.1$, $\chi = 10$, $\lambda' = 0.5$; $\rho' = 4, 2, 0.5$ для кривых 1, 2, 3 соответственно. Кривые 1', 3' – распределения под центром ненагруженной области, кривые 1, 2, 3 – под центром области нагружения.

На рис. 2.18 представлена функция амплитуды максимальных касательных напряжений $\Delta\tau_{max}(z) = (\tau_{max})_{max}(z) - (\tau_{max})_{min}(z)$. Согласно ряду расчетов при малой и средней плотности контакта минимальные значения максимальных касательных напряжений находятся под центральной точкой ненагруженной зоны (точка А на рис. 2.1). При уменьшении плотности контакта значения напряжений под точкой А стремятся к нулю. Результаты, представленные на рис. 2.18, получены для относительно тонких покрытий при разных значениях плотности контакта. Максимальные значения функции перепада напряжений имеют место на поверхности и на границе раздела покрытия с подложкой. При увеличении плотности контакта эти значения уменьшаются. В особенности взаимное влияние соседних инденторов сказывается на величине максимума на границе раздела. Расчеты показали, что для относительно толстых покрытий эта величина близка к нулю.

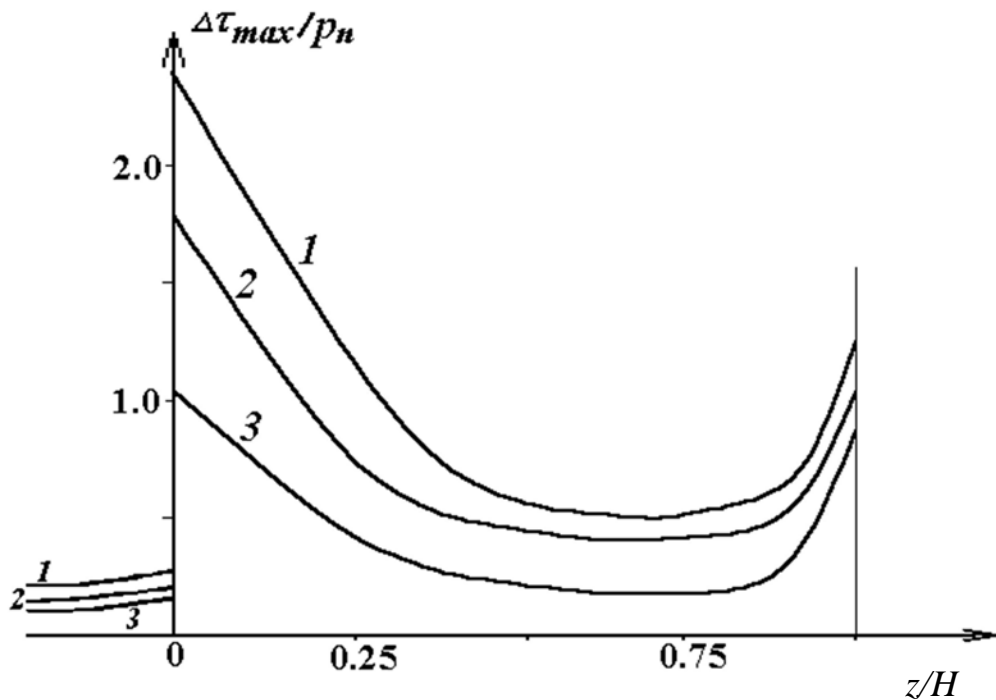


Рис.2.18 Распределение $\Delta\tau_{max}(z)/p_n$ в покрытии и подложке при разной плотности контакта: $p_n = 0.05E_2$, $\chi = 5$, $\nu_1 = 0.3$, $\nu_2 = 0.4$, $K = \infty$, $\lambda^* = 0.01$, $\rho' = 0.6$ (кривая 1), $\rho' = 0.8$ (кривая 2), $\rho' = 1.0$ (кривая 3).

На рис. 2.19 представлено распределение касательных напряжений $\tau_{rz}(r)$ на границе раздела покрытия с подложкой под двумя соседними инденторами. Кривые 1 и 2 получены для разной относительной твердости покрытия ($\chi = 5$ – кривая 1 и $\chi = 10$ – кривая 2, остальные значения параметров совпадают). Сравнение кривых 1 и 3 позволяет оценить влияние относительной толщины покрытия на распределение напряжений ($\lambda' = 0.2$ – кривая 1, $\lambda = 0.1$ – кривая 3).

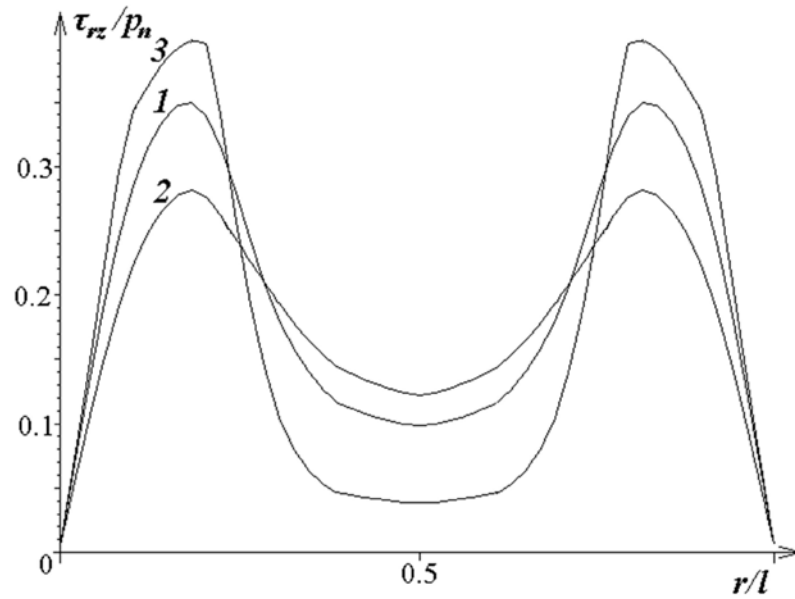


Рис.2.19 Распределение напряжений $\tau_{rz}(r)/p_n$ на границе раздела покрытия с подложкой $p_n=0.05E_2$, $\nu_1=0.3$, $\nu_2=0.4$, $K=\infty$, $\rho'=0.8$, $\chi=5$ (кривые 1, 3), $\chi=10$ (кривая 2), $\lambda'=0.2$ (кривые 1, 2), $\lambda'=0.1$ (кривая 3).

Нормальные напряжения σ_z также на границе раздела покрытия с подложкой под двумя соседними инденторами представлены на рис. 2.20. При некоторых комбинациях параметров χ , λ' , K на границе раздела возникают отрицательные нормальные напряжения.

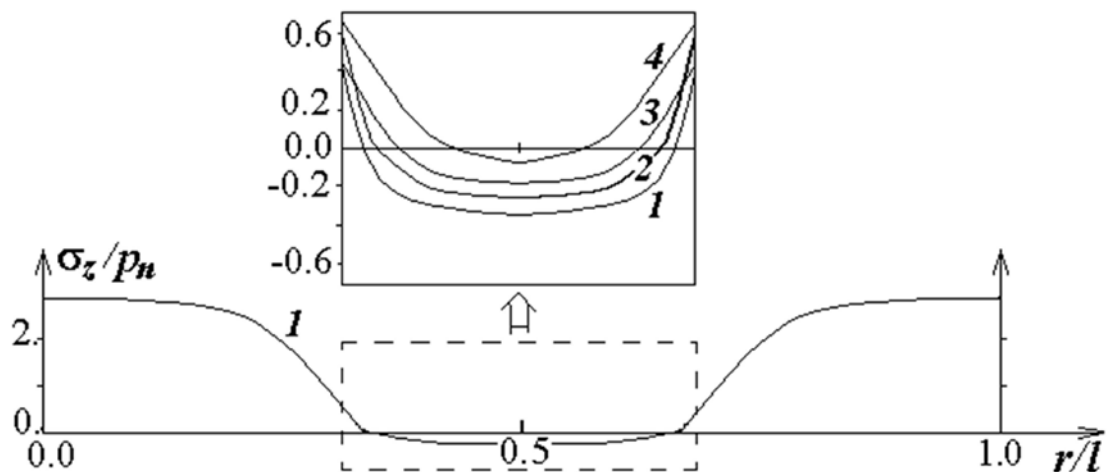


Рис.2.20 Распределение напряжений $\sigma_z(r,z)/p_n$ на границе раздела покрытия с подложкой: $p_n=0.2E_2$, $\nu_1=0.3$, $\nu_2=0.4$, $\rho'=0.6$, $\chi=20$ (кривые 1, 2, 3), $\chi=5$ (кривая 4), $K=\infty$ (кривые 1, 3, 4), $K=50$ (кривая 2), $\lambda'=0.22$ (кривые 1, 2, 4), $\lambda'=0.35$ (кривая 3).

Относительно мягкие покрытия

Полученные контактные характеристики для разных значений параметров χ , ρ' , λ' использовались для расчета функции τ_{\max} на осях Oz и O'z. Некоторые из результатов расчетов представлены на рис. 2.21 и 2.22. Для относительно мягких слоев, как и для относительно твердых функция τ_{\max} имеет скачок на границе раздела слоя и полупространства.

Рис. 2.21 иллюстрирует влияние относительной толщины слоя на характер распределения вдоль оси Oz функции τ_{\max} . Результаты были получены при следующих значениях параметров: $\lambda' \rightarrow \infty$ (кривая 4); 0.1; 0.5; 1.0 (кривые 1, 2, 3 соответственно); $p_n/E_2 = 0.005$; $\chi = 0.1$; $\rho' = 2$.

Кривые с одинаковыми номерами на рис. 2.21 и 2.9 соответствуют одним и тем же значениям параметров. Расчеты показывают, что максимальное значение функции τ_{\max} достигается внутри слоя или внутри полупространства, последнее имеет место при уменьшении параметра λ .

Результаты, представленные на рис. 2.22, получены при следующих значениях параметров: $\rho' = 10$ (кривые 1, 1'); 2 (кривая 2); 1 (кривые 3, 3'); $p_n/E_2 = 0.005$; $\chi = 0.1$; $\lambda' = 0.5$; кривые 1, 2, 3 соответствуют значениям τ_{\max} по оси Oz, кривые 1', 2', 3' – по оси O'z. Они показывают зависимость функции τ_{\max} на оси Oz (сплошные кривые 1-3) и O'z (пунктирные линии 1'-3') от параметра ρ' . Также, как и в случае $\chi > 1$, перепад значений функции τ_{\max} на фиксированной глубине уменьшается с увеличением значения параметра ρ' .

Анализ функции $\Delta\tau_{\max}(z)$ показал, что в случае мягких покрытий ее поведение определяется, главным образом, значениями напряжений $\tau_{\max}(z)$ под центром нагруженной области, т.е. зависимости этой функции от исследуемых параметров качественно совпадают с зависимостями, приведенными ранее для единичного контакта в Главе 1.

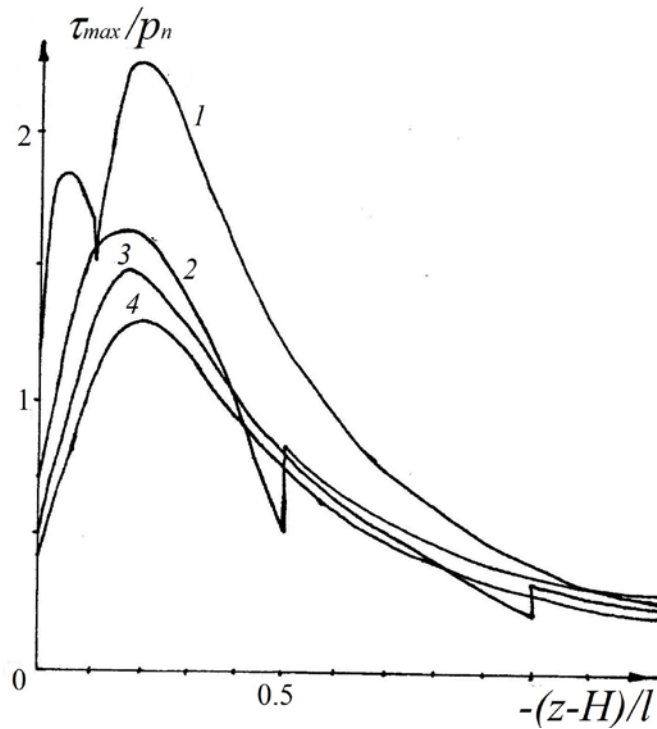


Рис. 2.21. Распределение максимальных касательных напряжений под центром пятна контакта: $\lambda' \rightarrow \infty$ (кривая 4); 0.1; 0.5; 1.0 (кривые 1, 2, 3 соответственно); $p_n/E_2 = 0.005$; $\chi = 0.1$; $\rho' = 2$.

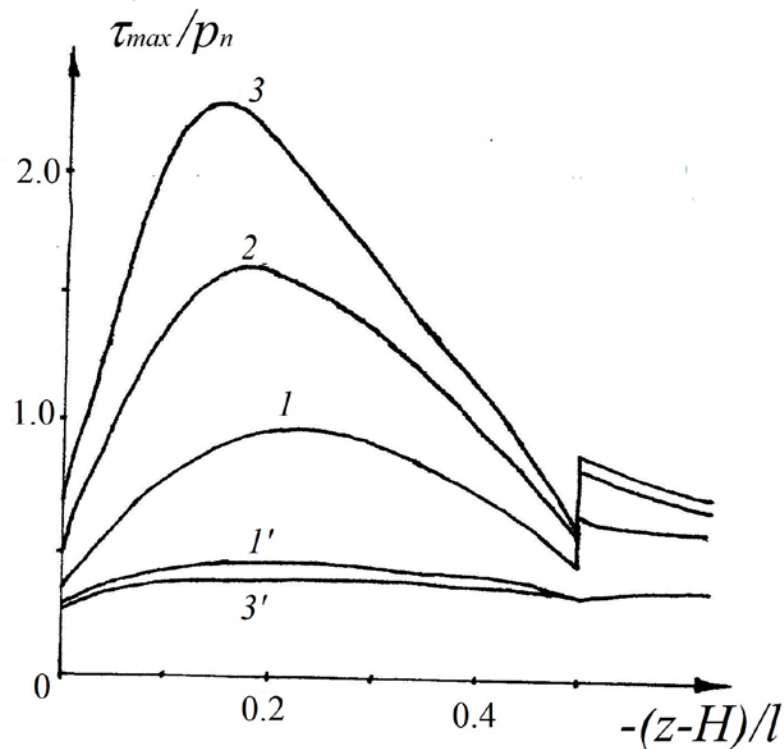


Рис. 2.22 Распределение максимальных касательных напряжений под центром пятна контакта (кривые 1, 2, 3) и под центром ненагруженной области: $\rho' = 10$ (кривые 1, 1'); 2 (кривая 2); 1 (кривые 3, 3'); $p_n/E_2 = 0.005$; $\chi = 0.1$; $\lambda' = 0.5$

Оценка точности приближенной модели

В целях оценки правомерности приближенных моделей было проведено сравнение результатов, полученных для более точной и приближенной модели. Уточнение модели состояло в расчете напряжений под фиксированной областью нагружения с учетом влияния ближайших шести штампов. Погрешность в определении напряжений под центром области нагружения для случая наиболее плотного контакта ($a/l = 1/2$) колебалась в пределах от 8 до 15% (в зависимости от выбранной компоненты напряжений и входных параметров задачи). Для упрощения расчетов в данном случае рассматривалась параболическая функция распределения давления, допускающая аналитическое преобразование Ханкеля и позволяющая свести погрешность вычислений к погрешности расчета интегралов типа (1.24), по сути, являющихся обратными интегральными преобразованиями Ханкеля. В качестве примера на рис. 2.23 приведены распределения максимальных касательных напряжений по толщине покрытия и в подложке под центром области нагружения (кривая 1) и под границей области нагружения (кривая 2), причем граница области нагружения находится на отрезке, соединяющем центр выбранной области приложения нагрузки с центром соседней области. Выбор этой точки обуславливает некоторое увеличение значений напряжений вблизи поверхности по сравнению с результатами расчетов для приближенной модели (кривая 2'), но уже на границе раздела покрытия с подложкой кривые 2 и 2' сливаются. При данных параметрах расчета под центром области контакта отличие результатов пренебрежимо мало.

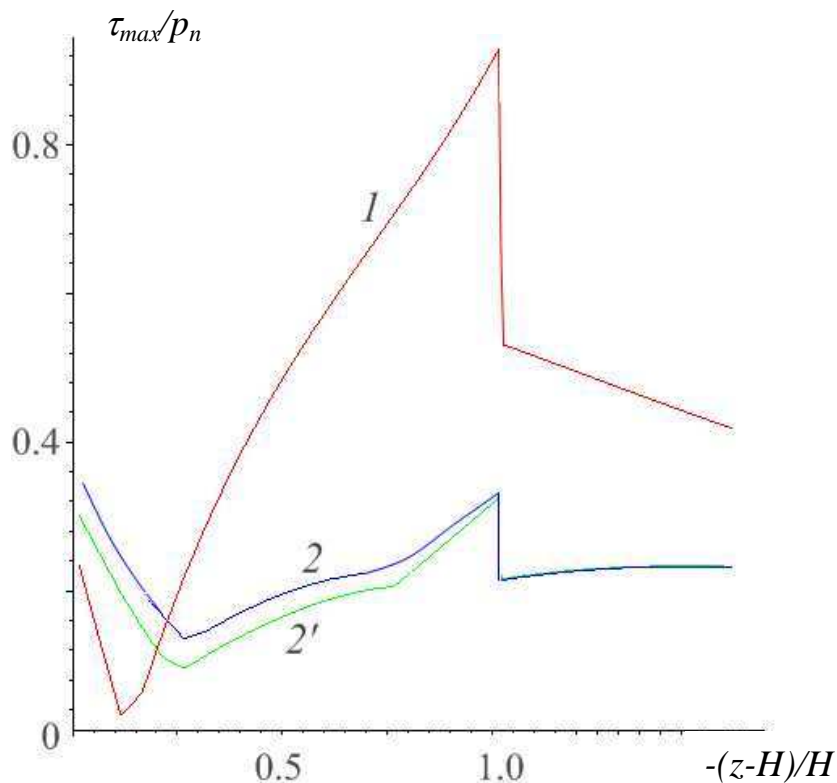


Рис. 2.23 Распределение максимальных касательных напряжений под центром (кривая 1) и на границе (кривые 2 и 2') области нагружения для уточненной (кривые 1 и 2) и приближенной моделей (кривая 2'): $a/H=0.5$, $a/l=0.4$, $\chi=0.3$

2.6. Анализ функции дополнительного смещения.

Функция дополнительного смещения, определяемая в результате решения периодической контактной задачи, является фактором, определяющим зависящую от номинального давления податливость контакта за счет наличия слоя микронеровностей. В данном разделе приведен анализ функции дополнительного смещения, которая определяется как вертикальное перемещение центра произвольно выбранного индентора без учета исключенной из расчетов неизвестной константы, при различных геометрических параметрах задачи. Использовалась периодическая система сферических инденторов. Во всех расчетах предполагалось выполнение условий полного сцепления покрытия с подложкой.

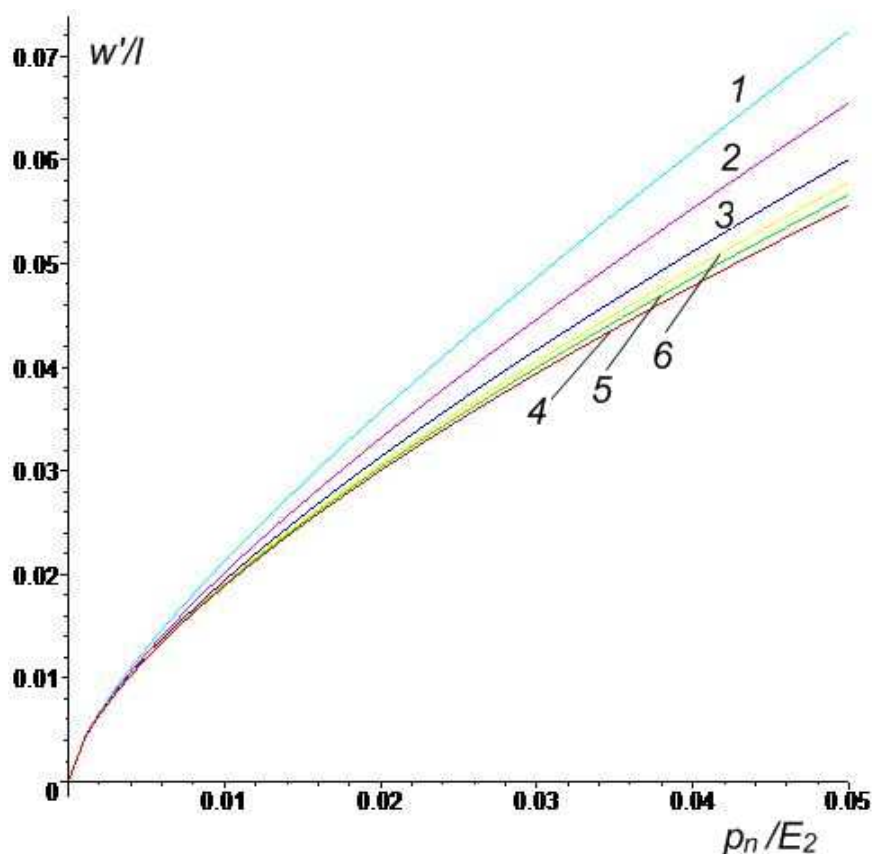


Рис. 2.24 Влияние толщины покрытия на функцию дополнительного смещения для относительно твердых покрытий:
 $\chi = 2$, $R/l = 0.5$, $\nu_1 = 0.25$, $\nu_2 = 0.3$; $\lambda' = 0.1$ (кривая 1), $\lambda' = 0.2$ (кривая 2),
 $\lambda' = 0.5$ (кривая 3), $\lambda' = 1.0$ (кривая 4), $\lambda' = 2.0$ (кривая 5), $\lambda' = 10.0$ (кривая 6)

На рис. 2.24 приведена функция дополнительного смещения, полученная для относительно твердых покрытий при разных значениях относительной толщины покрытия. Следует отметить, что при относительно больших значениях параметра λ подложка мало влияет на функцию дополнительного смещения. Расчеты, проведенные для других значений относительной твердости покрытия, показали, что чем больше относительная твердость покрытия, тем больше относительная толщина покрытия, при которой влиянием подложки можно пренебречь. Подобный эффект получен и для случая относительно мягких покрытий (рис. 2.25). Этот эффект важен, поскольку покрытия, являющиеся относительно толстыми на микроуровне, могут таковыми не являться, когда рассматривается контактная задача на макроуровне.

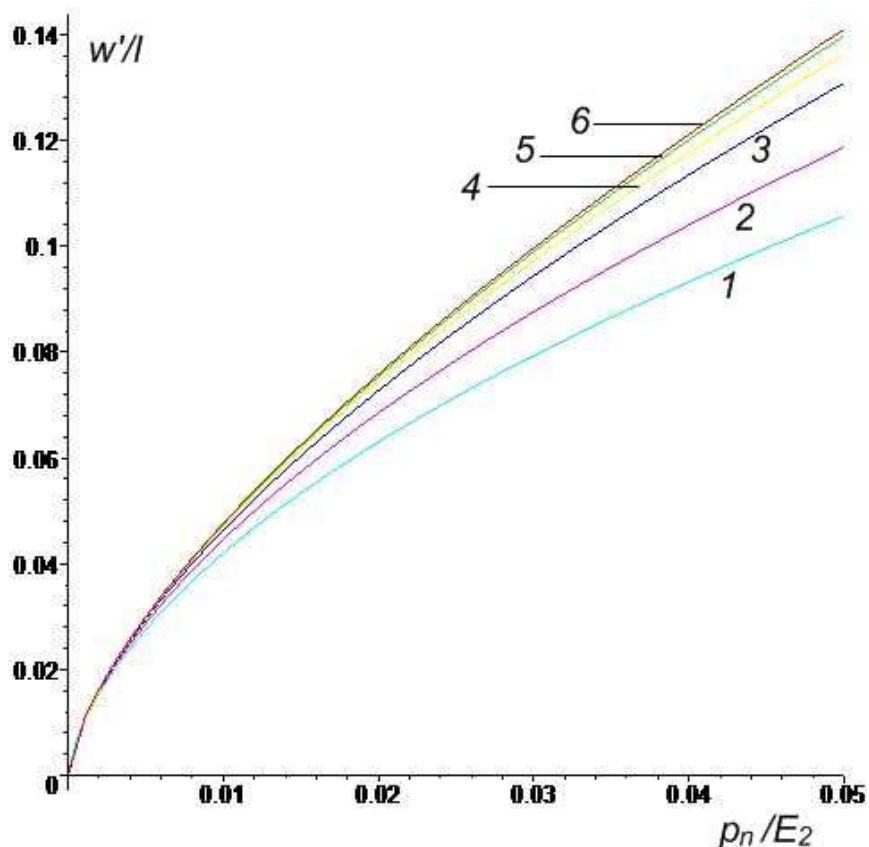
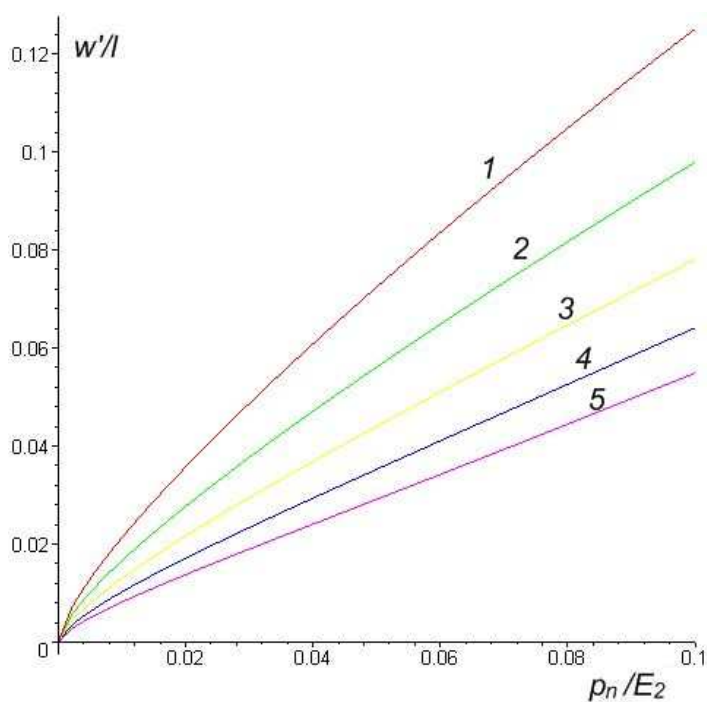
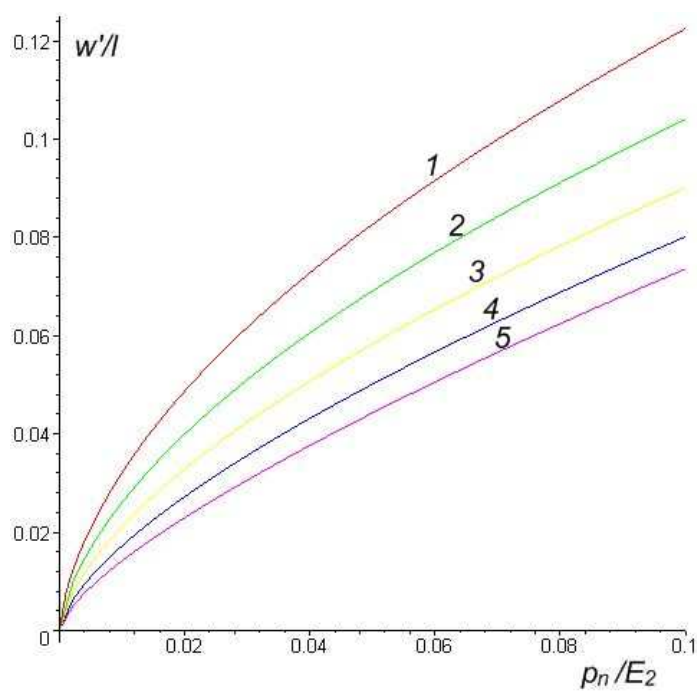


Рис. 2.25 Влияние толщины покрытия на функцию дополнительного смещения для относительно мягких покрытий:
 $\chi = 0.5$, $R/l = 0.5$, $\nu_1 = 0.4$, $\nu_2 = 0.3$; $\lambda' = 0.1$ (кривая 1), $\lambda' = 0.2$ (кривая 2),
 $\lambda' = 0.5$ (кривая 3), $\lambda' = 1.0$ (кривая 4), $\lambda' = 2.0$ (кривая 5), $\lambda' = 10.0$ (кривая 6)

На рис. 2.26,а и 2.26,б представлены функции дополнительного смещения, полученные для относительно твердых (а) и относительно мягких (б) покрытий для разных значений относительного радиуса микро-индентора. В обоих случаях очевидным результатом является уменьшение дополнительного смещения при увеличении радиуса индентора, менее очевидным является различие в форме кривых для твердых и мягких покрытий. Для твердых покрытий при увеличении нагрузки наблюдается более быстрый рост значений функции за счет усиления влияния более мягкой подложки на условия контакта. Сближение кривых, наблюдающееся при равномерном увеличении радиуса инденторов, вероятно, обусловлено насыщением контакта и усилением взаимного влияния инденторов.



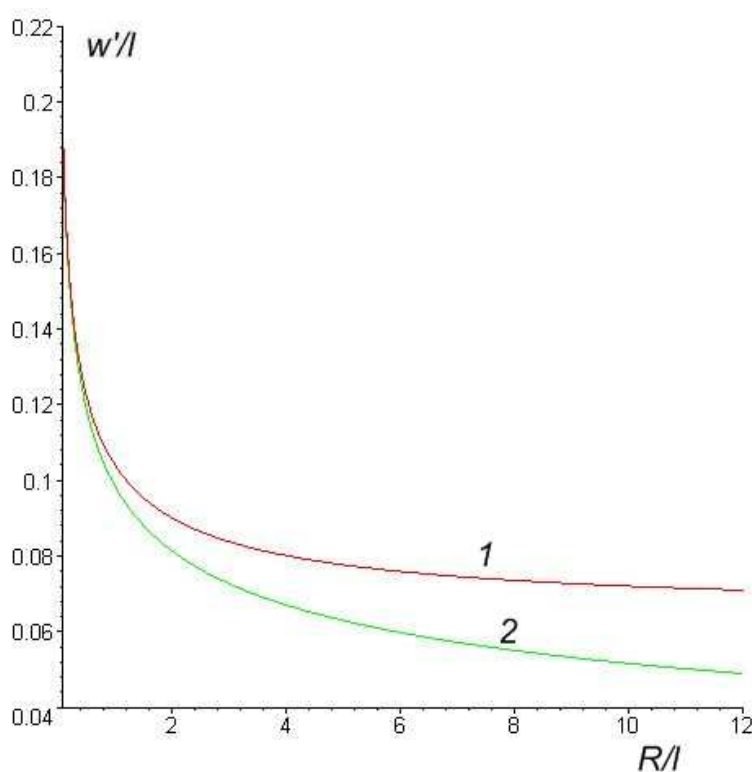
а

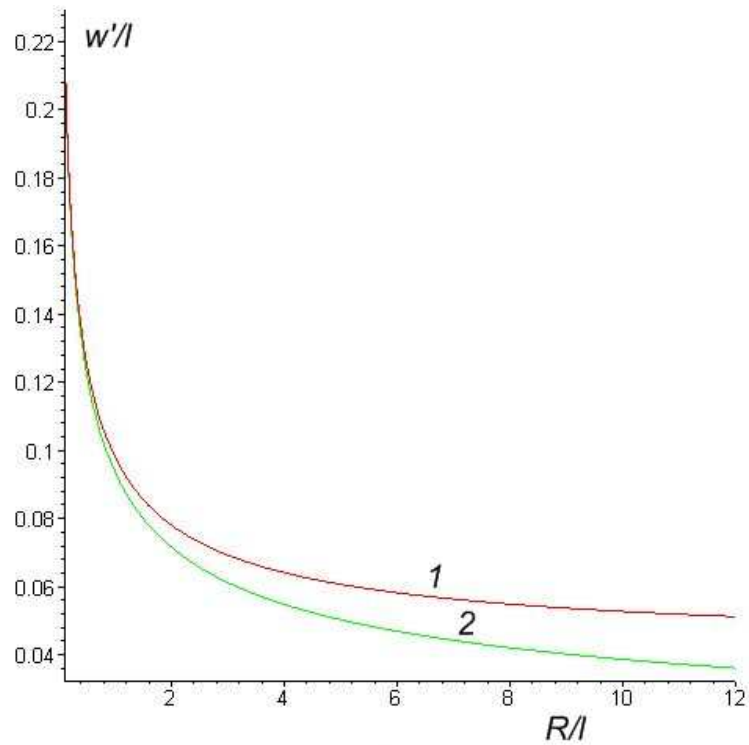


б

Рис. 2.26 Влияние относительного радиуса инденторов на функцию дополнительного смещения для относительно твердых и относительно мягких покрытий: $\chi = 2.0, \nu_1 = 0.25$ (а), $\chi = 0.5, \nu_1 = 0.4$ (б), $\nu_2 = 0.3, \lambda' = 0.1$; $R/l = 0.5$ (кривая 1), $R/l = 1.0$ (кривая 2), $R/l = 2.0$ (кривая 3), $R/l = 4.0$ (кривая 4), $R/l = 8.0$ (кривая 5)

Усиление взаимного влияния инденторов для случая однородного полупространства наблюдается при увеличении нагрузки на систему инденторов [20]. В данном случае этот эффект менее очевиден, поскольку с увеличением нагрузки и увеличением размера произвольного пятна контакта происходит уменьшение относительной толщины покрытия и усиление влияния подложки. Чтобы сравнить эффект взаимного влияния для относительно твердых и относительно мягких покрытий были получены зависимости функции дополнительного смещения для относительно твердых и относительно мягких покрытий от радиуса инденторов при фиксированном значении нагрузки (рис. 2.27). Для сравнения на рисунках приведены кривые, полученные для единичного контакта при аналогичных условиях нагружения. Как и следует предполагать, при малых радиусах взаимное влияние инденторов пренебрежимо мало, но при больших радиусах пренебрежение взаимным влиянием приводит к существенной погрешности. Также можно отметить, что при данных значениях параметров расчета взаимное влияние более существенно для относительно твердых покрытий.





б

Рис. 2.27 Зависимость функции дополнительного смещения от относительного радиуса инденторов для относительно твердых и относительно мягких покрытий: $\chi = 2.0, \nu_1 = 0.25$ (а), $\chi = 0.5, \nu_1 = 0.4$ (б) $\nu_2 = 0.3, \lambda' = 0.1, p_n / E_2 = 0.1$ (кривая 1), кривая 2 получена для единичного контакта.

2.7 Решение двухуровневой контактной задачи.

Постановка задачи и метод решения.

Рассматривается контакт осесимметричного шероховатого индентора и двухслойного упругого полупространства (рис. 2.28). Условия на верхней границе упругого слоя ($z=0$) можно представить в виде:

$$\begin{aligned}
 w^{(1)}(x, y) &= \tilde{f}(x, y) + D, \quad (x, y) \in \Omega, \\
 \sigma_z^{(1)}(x, y) &= 0, \quad (x, y) \notin \Omega, \\
 \tau_{xz}^{(1)}(x, y) &= \tau_{yz}^{(1)}(x, y) = 0
 \end{aligned}
 \tag{2.20}$$

где $w^{(1)}$ – вертикальное перемещение верхней границы упругого слоя, $\tilde{f}(x, y)$ – функция, описывающая форму поверхности шероховатого индентора, Ω – состоящая из отдельных пятен фактическая область контакта.

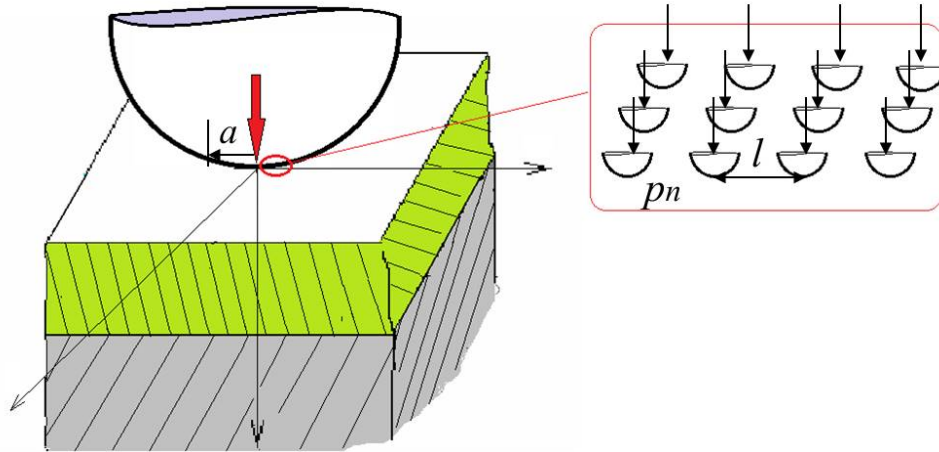


Рис. 2.28 Схема контакта на двух масштабных уровнях.

В предположении, что размер области Ω много больше характерного расстояния между неровностями l , можно разделить задачу с граничными условиями (2.20) на две взаимосвязанные задачи о контакте на микро и макро уровне. Следуя [19, 20] запишем следующее соотношение для определения номинальных давлений и неизвестного радиуса номинальной области контакта Ω :

$$w(x, y) = C[p(x, y)] + A[p(x, y)] \quad (2.21)$$

Здесь $p(x, y)$ – неизвестное номинальное давление, $C[p(x, y)]$ – зависящая от номинального давления функция дополнительного смещения, которая определяется в результате решения задачи о множественном контакте на микроуровне. При отсутствии шероховатостей $C[p(x, y)] \equiv 0$, и задача сводится к рассмотренной в Главе 1 контактной задаче, коротко описанной здесь как $w(x, y) = A[p(x, y)]$.

Функция $C[p(x, y)]$ зависит от параметров микрогеометрии. Одним из способов моделирования шероховатой поверхности является ее представление в виде периодической системы инденторов, в том числе и одноуровневой, описанной в предыдущих разделах данной главы. Таким образом, можно выделить следующие два этапа решения задачи:

- Задача о контакте периодической системы осесимметричных инденторов;
- Использование макрохарактеристик, полученных при решении периодической задачи, для определения распределения номинального давления и номинальной области контакта.

Решение периодической контактной задачи, рассмотренной выше, позволяет получить функцию дополнительного смещения, которая используется при решении двухуровневой контактной задачи. Анализ функции дополнительного смещения, ее зависимость от параметров микрогеометрии, толщины и жесткости покрытия, будет приведен в следующем разделе. Здесь же рассмотрим пример функции, связывающей давление с дополнительным смещением поверхности в области контакта, необходимый для иллюстрации метода ее использования (рис. 2.24).

Особенностью задачи является тот факт, что функция дополнительного смещения определяется численно, то есть для ее использования при решении задачи (2.19) требуется аппроксимация. Другой особенностью задачи является определение номинального давления в виде кусочно-постоянной функции путем решения системы линейных уравнений типа (1.26). Из этого следует, что единственно возможной является аппроксимация функции дополнительного смещения кусочно-линейной функцией:

$$w' = S_m + v_m p_n, \quad p_{m-1} \leq p_n \leq p_m, \quad m = 1 \dots M \quad (2.22)$$

Число линейных сегментов M определяется расчетным модулем в зависимости от полученных для каждого конкретного случая результатов.

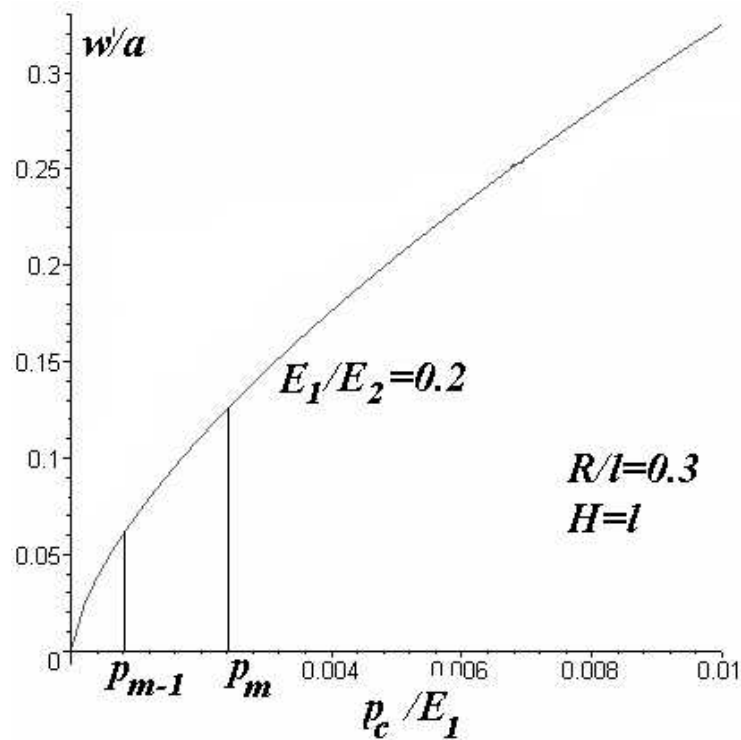


Рис. 2.29 Периодическая контактная задача: зависимость максимального вертикального смещения от номинального давления для относительно мягких ($E_1/E_2=0.2$) покрытий.

Рассмотрим следующую систему уравнений:

$$p_1 k_1^{(i)} + p_2 k_2^{(i)} + \dots + w'(r_i) + \dots + p_N k_N^{(i)} = f(r_i)$$

$$i = 1, 2, \dots, N-1$$

$$\pi \sum_{i=1}^N p_i (r_i^2 - r_{i-1}^2) = P \quad (2.23)$$

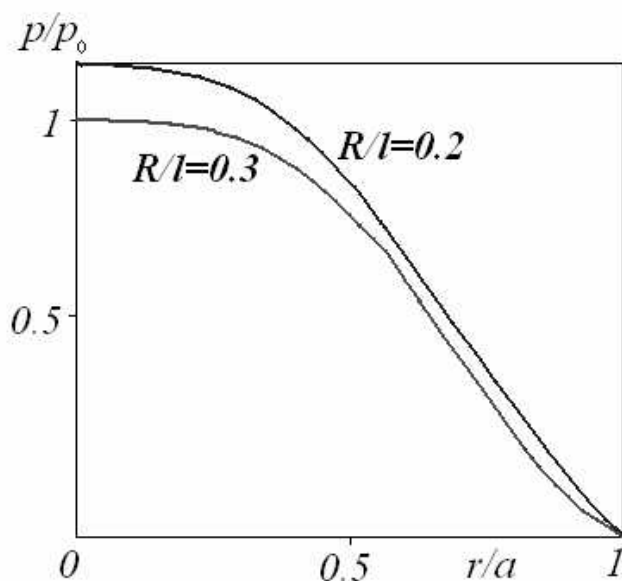
$$w' = S_m + v_m p_i, \quad p_{m-1} \leq p_i \leq p_m$$

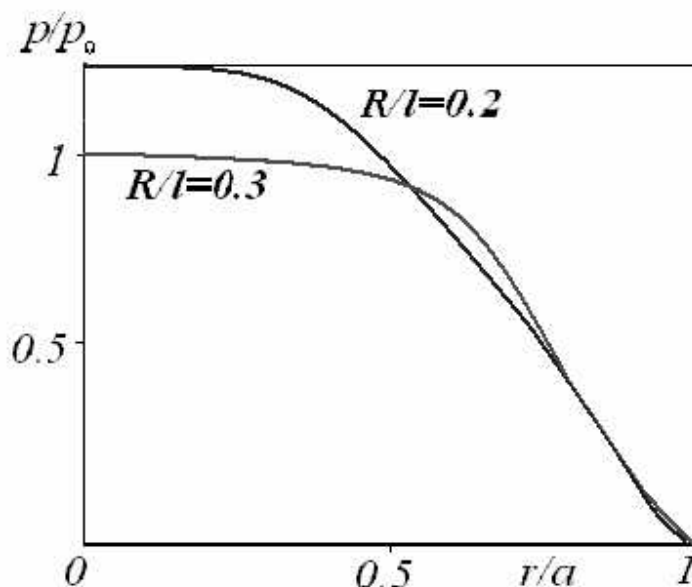
Здесь S_m, v_m - параметры линейного сегмента m . Поскольку априори неизвестно, какой из сегментов описывает функцию дополнительного смещения для неизвестного значения давления p_i , система решается методом итераций. В качестве начального приближения рассматривается решение осесимметричной задачи, полученное для индентора без учета влияния микронеровностей.

Полученные контактные давления могут быть использованы для расчета внутренних напряжений с учетом параметров контактного взаимодействия на макро и микроуровне. Определение максимального значения номинального давления в области контакта позволяет при переходе к периодической задаче рассчитать фактические максимальные давления, реализуемые в контакте. Особый интерес представляют фактические напряжения под шероховатостями, их концентрация может привести к разрушению тонких приповерхностных слоев материала покрытий.

Анализ влияния шероховатости на решение контактной задачи на макро-уровне и распределение напряжений.

Распределение контактных давлений и внутренних напряжений зависит от величин модулей упругости слоя и полупространства E_1 и E_2 , радиуса индентора R' , нагрузки P , а также от параметров периодической задачи – радиуса микро-индентора R и периода решетки l . Наиболее интересным представляется исследование влияния размеров микро-инденторов.





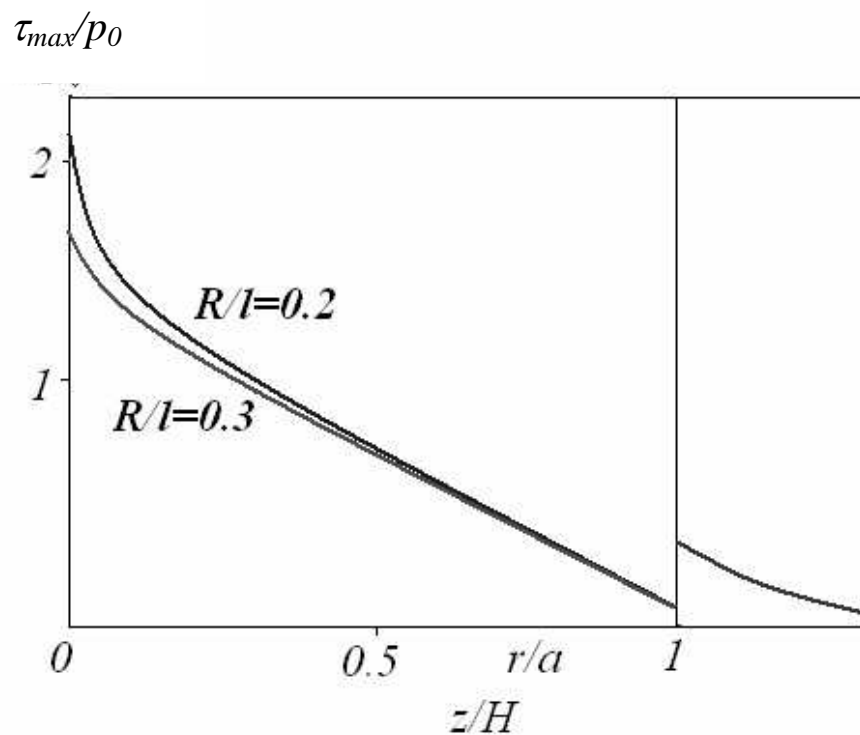
б

Рис. 2.30 Контактные давления $p(r)$, полученные для двух величин плотности контакта в случае относительно мягких покрытий ($E_1/E_2 = 0.05$, $E_1 = 1.01$ ГПа, $H/R' = 0.01$, $P = 10$ Н) (а) и относительно жестких покрытий ($E_1/E_2 = 2.5$, $E_1 = 300$ ГПа, $H/R' = 0.01$, $P = 10$ Н) (б).

Рис. 2.30 иллюстрирует влияние плотности контакта на микроуровне на контактное давление для относительно мягкого (рис.30,а) и относительно твердого (рис.30,б) упругого слоя. Уменьшение плотности контакта ведет к увеличению максимального контактного давления на макроуровне (величины p_0 и a , использованные для получения безразмерных величин, получены для случая большей плотности контакта).

Максимальные касательные напряжения определялись с учетом микро и макро-характеристик взаимодействия. Распределения напряжений в двухслойном полупространстве, представленные на рис. 2.31 а, б, получены под центром области контакта ($x=0$, $y=0$). Локализация максимальных касательных напряжений вблизи поверхности обусловлена концентрацией напряжений на микроуровне: максимумы напряжений, обусловленные действием микронеровностей, находятся очень близко к поверхности (практически на поверхности в масштабе рассмотренных здесь толщин покрытий). Интересно отметить, что для относительно мягких покрытий

(рис. 2.31,а) влияние плотности контакта существенно вблизи поверхности, на большей глубине кривые сливаются. Для более твердых покрытий разница между напряжениями, рассчитанными для разной плотности контакта, сохраняется по всей толщине покрытия (рис. 2.31,б).



а

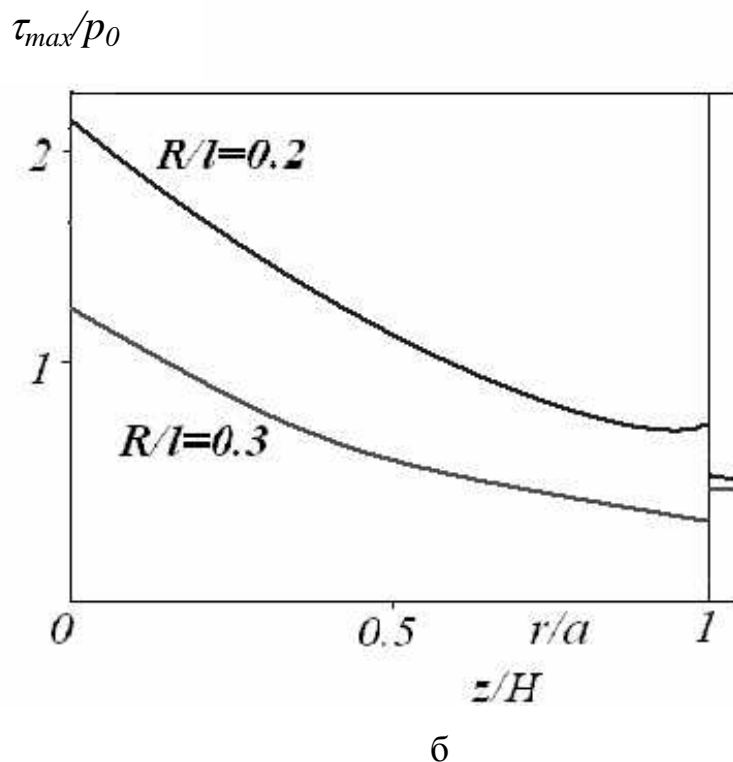


Рис. 2.31 Максимальные касательные напряжения в покрытии и подложке под центром области контакта, полученные для двух величин плотности контакта в случае относительно мягких покрытий ($E_1/E_2 = 0.05$, $E_1 = 1.01$ ГПа, $H/R' = 0.01$, $P = 10$ Н) (а) и относительно жестких покрытий ($E_1/E_2 = 2.5$, $E_1 = 300$ ГПа, $H/R' = 0.01$, $P = 10$ Н) (б).

Данные распределения напряжений существенно отличаются от распределения максимальных касательных напряжений, полученных без учета влияния микронеровностей (рис. 2.32 и 2.33,а). Параметры расчета максимальных касательных напряжений, представленных на рис. 2.32, совпадают с параметрами расчетов для относительно мягких покрытий, приведенных на рис. 2.30,а и 2.31,а.

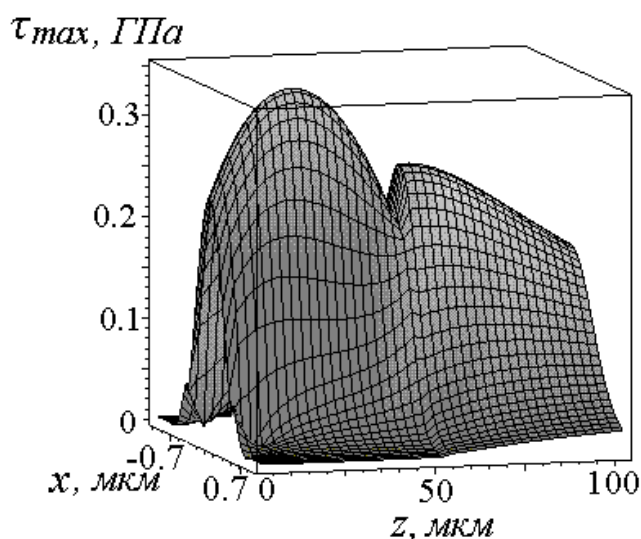
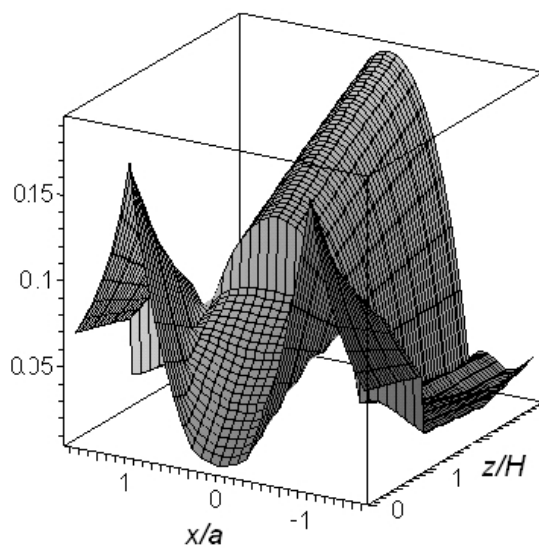
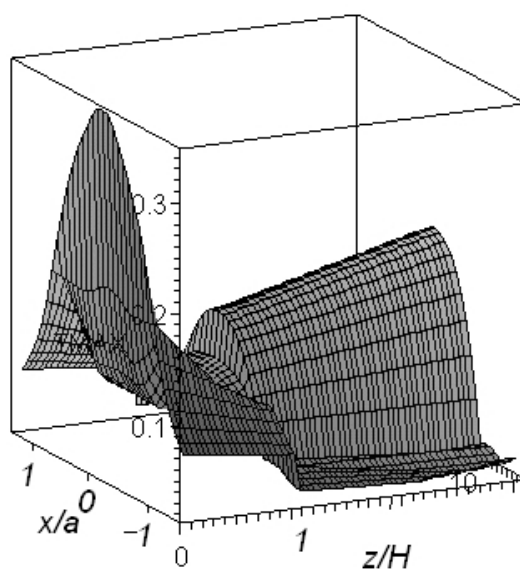


Рис. 2.32 Распределение максимальных касательных напряжений в покрытии и подложке. $E_1/E_2=0.05$ ($E_1=1.01$ ГПа), $H/R^1=0.01$, $P=10$ Н.

На рис. 2.32 проиллюстрировано влияние микронеровностей на внутренние напряжения в слое и полупространстве для случая относительно жестких покрытий. Максимальные касательные напряжения на рис. 2.32,а соответствуют случаю гладкого индентора. Напряжения, представленные на рис. 2.32,б, рассчитаны с учетом микронеровностей (плотность контакта определяется величиной $R/l=0.3$). Здесь, также как и в случае относительно мягких покрытий, наблюдается значительный рост величины подповерхностных напряжений, обусловленный наличием в контакте микронеровностей. При этом напряжения на границе раздела слоя и основания и на большей глубине почти не зависят от влияния микронеровностей для данной толщины покрытия.



а



б

Рис. 2.33 Максимальные касательные напряжения (τ_{max}/p_0) в слое и полупространстве. $E_1/E_2=2.5$, $E_2=120$ ГПа, $H/R'=0.01$, $P=10$ Н, $p_0=0.01E_1$ (а), $R/l=0.3$ (б).

2.8 Задача о контактном взаимодействии гладкого индентора и шероховатого двухслойного упругого полупространства.

Постановка задачи и метод решения.

Результаты, представленные в разделе 2.6, получены в предположении, что шероховатый индентор взаимодействует с гладким покрытием. В ряде случаев более актуальной является другая постановка – о взаимодействии шероховатого покрытия и гладкого индентора. Такого типа контактное взаимодействие может быть в подшипниках качения с керамическими шариками, а также при индентировании покрытий высокотвердыми коническими и сферическими инденторами.

В данном разделе представлена приближенная постановка, позволяющая исследовать макро-характеристики подобного контакта. Рассмотрим двухслойное упругое полупространство, на поверхности которого находятся микронеровности, взаимодействующее со сферическим гладким индентором (рис. 2.34). Предположим, что характерные высота микронеровностей h и расстояние между неровностями l много меньше толщины слоя и радиуса области контакта на макро-уровне.

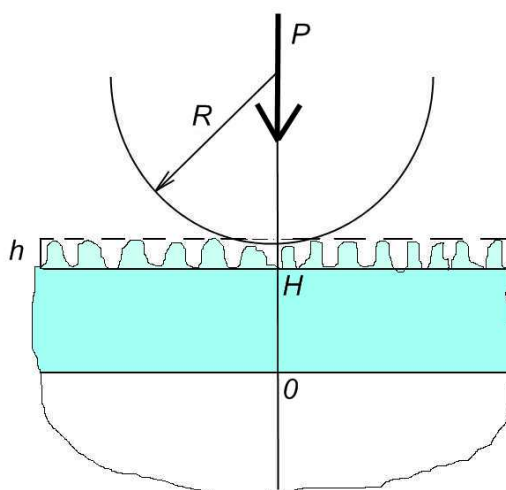


Рис. 2.34 Схема контакта гладкого индентора и упругого тела с шероховатым покрытием

Запишем граничное условие на поверхности в виде, сходном с соотношением (2.19):

$$w(x, y) = \tilde{C}[p(x, y)] + \tilde{A}[p(x, y)] \quad (2.24)$$

Здесь $\tilde{C}[p(x, y)]$ – приближенная функция дополнительного смещения, полученная в предположении, что при достаточно большой толщине покрытия влиянием подложки на функцию дополнительного смещения можно пренебречь. Подобное предположение косвенно подтверждается результатами исследования влияния толщины покрытия на функцию дополнительного смещения, полученными в разделе 2.6. Функция $\tilde{A}[p(x, y)]$ описывает решение на макро-уровне задачи о контакте гладкого индентора с гладким двухслойным полупространством, толщина слоя H . В данном случае это решение также можно считать приближенным. Таким образом, шероховатость представлена в виде дополнительного слоя, обладающего зависящей от номинального давления нормальной податливостью.

Задача о контакте периодической системы инденторов и однородного упругого полупространства подробно исследована в [19, 20]. В частности, получена и исследована функция дополнительного смещения в задаче о контакте периодической одноуровневой системы сферических инденторов, расположенных в узлах гексагональной решетки, и упругого полупространства. Показано, что при малой плотности контакта функция дополнительного смещения может быть описана следующим соотношением:

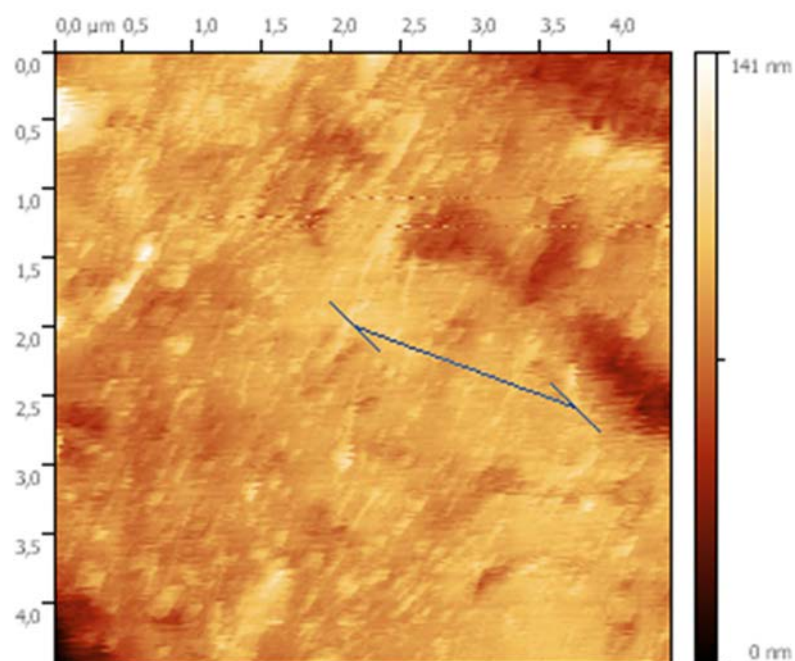
$$\begin{aligned} \tilde{C}[p(x, y)] &= \left(\frac{p(x, y)}{E^*} \right)^{2/3} \gamma_1 \left(\frac{R}{l} \right) \left(1 + \gamma_2 \left(\frac{R}{l} \right) \frac{p(x, y)}{E^*} \right) + B \frac{p(x, y)}{E^*}, \\ \gamma_1 \left(\frac{R}{l} \right) &= \frac{3}{8} \left(\frac{9l}{2R} \right)^{1/3}, \quad \gamma_2 \left(\frac{R}{l} \right) = \frac{R}{l} \left(\frac{2\sqrt{3}}{3\pi} \right)^{1/3}, \\ B &= \frac{6\sqrt{3}}{\pi} - 2\sqrt{\frac{14}{\pi\sqrt{3}}}, \quad E^* = \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_0^2}{E_0} \right) \end{aligned} \quad (2.25)$$

С учетом особенностей решения контактной задачи для тела с покрытием на макро-уровне данная функция также должна быть аппроксимирована как кусочно-линейная. Сложность заключается в том, что при $p(x, y) = 0$ производная функции равна бесконечности. В связи с этим алгоритм построения приближенной кусочно-линейной функции включает выбор начальной точки первого линейного сегмента в окрестности $p(x, y) = 0$, расчет изменения производной и определения точки смены сегментов из условия изменения значения производной на 10% от начала до конца сегмента. Далее решается система уравнений типа (2.21).

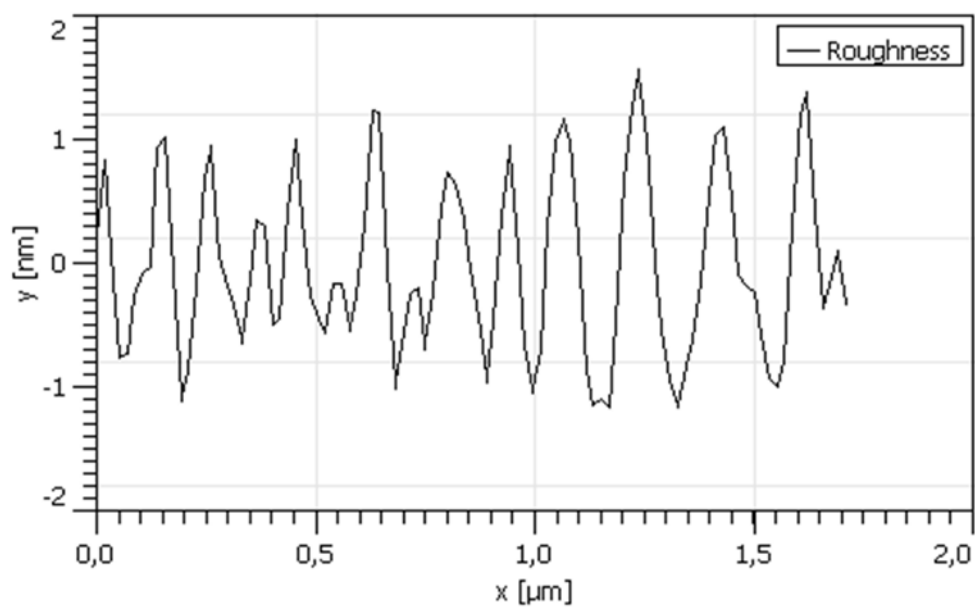
Анализ результатов решения задачи на макро-уровне.

Очевидно, что данная приближенная постановка задачи позволяет исследовать только характеристики контактного взаимодействия на макро-уровне. Наиболее интересным представляется анализ зависимости внедрения от нагрузки для разных параметров микрогеометрии, в рамках рассматриваемой периодической задачи это расстояние между инденторами и радиус микро-индентора.

В качестве примера рассмотрим реальную композицию керамическое покрытие-подложка, в которую вдавливается гладкий алмазный сферический индентор с радиусом закругления 1 мм. Покрытие имеет толщину 3 мкм, модуль упругости покрытия – 410 ГПа, модуль упругости стальной подложки – 210 ГПа. Проведено химическое полирование поверхности покрытия. В результате шероховатость поверхности такова, что может быть с достаточной степенью адекватности описана периодической моделью. На рис. 2.34 приведены фотография поверхности покрытия и профиль поверхности, полученные на атомно-силовом микроскопе в Лаборатории трибологии ИПМех РАН.



а



б

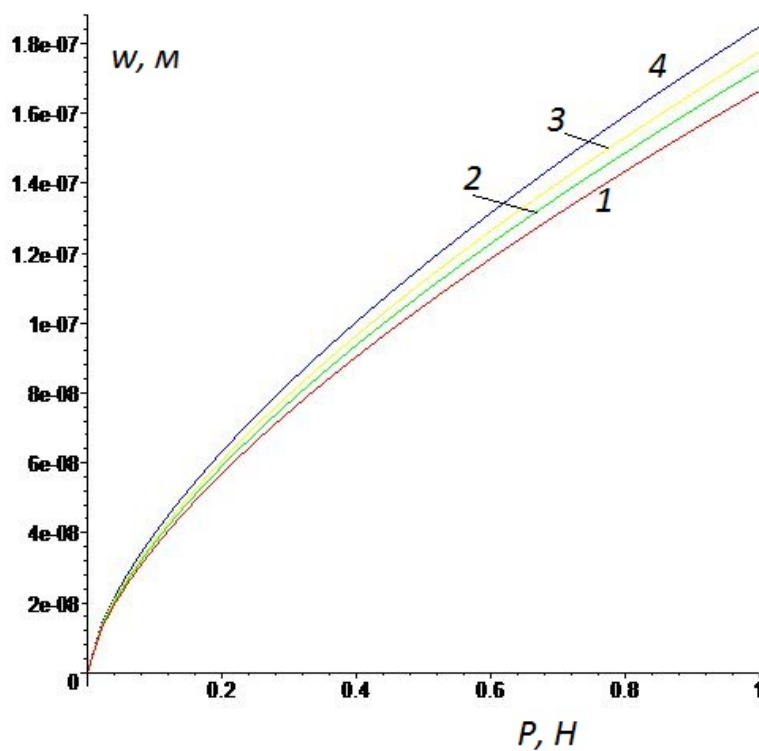
Рис. 2.35 Фотография поверхности керамического покрытия и профиль поверхности, полученные на атомно-силовом микроскопе

Среднее расстояние между неровностями составляет 0.15 мкм, разброс вычисленных радиусов отдельных неровностей достаточно велик, что может быть связано с поточечным измерением высот. Представленные выше данные послужили основой для расчетов. Варьируемыми параметрами являлись расстояние между инденторами и радиус микро-индентора.

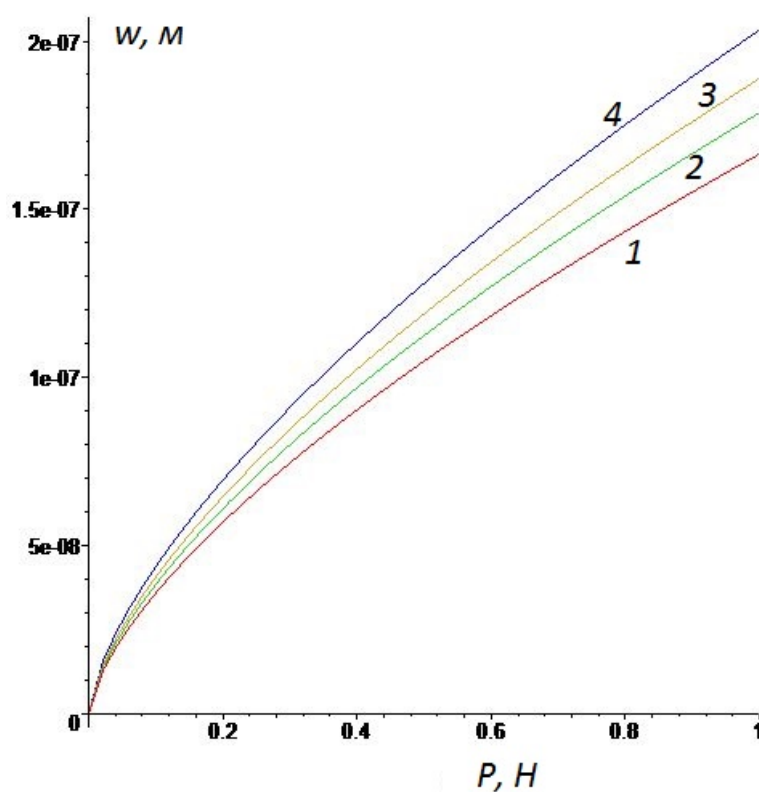
На рис. 2.36 приведены зависимости внедрения от нагрузки для двух характерных значений периода гексагональной решетки l (рис. 2.36 а и б) и трех значений безразмерного радиуса микро-индентора R/l . На рисунках также для сравнения приведены результаты, полученные для гладкого покрытия (кривые 1). Сравнение кривой 1 с кривыми 2-4 показывает, что шероховатость делает систему более податливой.

Следует отметить, что для рассмотренных входных параметров задачи влияние радиуса неровности на смещение макро-индентора меньше, чем влияние расстояния между неровностями. Так, относительный радиус единичной неровности меняется в 5 и в 4 раза при переходе от кривых 2 к кривым 3 и от кривых 3 к кривым 4 соответственно, при этом рост дополнительного смещения за счет уменьшения плотности контакта относительно невелик. В то же время увеличение в два раза расстояния между неровностями приводит к заметному увеличению внедрения при аналогичных нагрузках.

Таким образом, чем более дискретным является контакт, тем важнее принимать во внимание шероховатость поверхности покрытий. Упругое вдавливание (индентирование) является одним из методов определения модуля упругости покрытия, материал которого часто не существует в больших объемах, неучет шероховатости поверхности при интерпретации результатов экспериментов по индентированию может привести к заниженным расчетным модулям упругости покрытия.



а



б

Рис. 2.36 Зависимость внедрения индентора в двухслойное упругое полупространство от нагрузки:
 $E_1 = 410 \text{ ГПа}$, $E_2 = 210 \text{ ГПа}$, $E_0 = 1141 \text{ ГПа}$, $\nu_1 = 0.25$, $\nu_2 = 0.3$, $\nu_0 = 0.2$, радиус макро-индентора 1 мм

Выводы по главе 2.

В главе 2 рассмотрена периодическая контактная задача для системы инденторов и двухслойного упругого полупространства, разработан алгоритм решения задачи и проведено исследование влияния геометрических и механических параметров задачи, в особенности плотности расположения инденторов, на решение контактной задачи и распределение напряжений в слое и полупространстве. Показано, что множественный характер нагружения особенно существенно сказывается на напряжениях в относительно жестких тонких покрытиях.

Предложена постановка и метод решения двухуровневой контактной задачи, моделирующей контакт тела с покрытием и шероховатого контр-тела. Метод основан на использовании функции дополнительного смещения, полученной при решении периодической контактной задачи, при формулировке контактной задачи на макро-уровне. Показано, что микро-геометрия влияет на распределение номинального контактного давления на макро-уровне. Проведен анализ влияния плотности контакта на микро-уровне на контактные характеристики для относительно жестких и мягких покрытий.

Для контакта шероховатого покрытия и гладкого индентора предложен приближенный метод решения контактной задачи, который использован для получения макро-характеристик контактного взаимодействия. Этот метод может быть полезен для решения задачи идентификации упругих свойств относительно жесткого шероховатого покрытия по результатам упругого индентирования.

Глава 3.

Моделирование контактно-усталостного разрушения двухслойного упругого полупространства.

Одним из распространенных видов разрушения тел с покрытиями является поверхностное изнашивание, наиболее часто проявляющееся при использовании относительно мягких покрытий; в случае относительно жестких покрытий помимо поверхностного изнашивания может иметь место нарушение связи покрытия с подложкой и его отслаивание вследствие контактно-усталостного разрушения [101.].

Поэтому актуальным является моделирование контактно-усталостного разрушения покрытия при его многоцикловом фрикционном нагружении. Общий подход к моделированию контактно-усталостного разрушения шероховатых тел изложен в [20, 32]. Этот подход основан на построении функции поврежденности поверхностных слоев материалов, зависящей от амплитудных значений напряжений в каждой точке. Процесс накопления контактно-усталостной поврежденности на макро-уровне может заканчиваться удалением материала в количествах, не позволяющих в дальнейшем полноценно использовать деталь с дефектной поверхностью. На микро-уровне накопление контактно-усталостной поврежденности приводит к массовому отделению частиц малого размера, так называемому усталостному изнашиванию. Характерной особенностью усталостного разрушения поверхностей является то обстоятельство, что после единичного акта разрушения, произошедшего в некоторый момент времени, оставшаяся часть материала, характеризующаяся известной функцией распределения повреждений, вновь вступает в контакт, т.е. материал несет в себе следы истории процесса.

В данной работе предложена модель для исследования процесса накопления контактно-усталостных повреждений, а также кинетики

усталостного разрушения двухслойного упругого полупространства на основе подхода, разработанного в [20, 31]. Поле внутренних напряжений, необходимое для расчета функции поврежденности, рассчитывается с учетом сил трения.

3.1 Моделирование накопления контактно-усталостных повреждений в двухслойном полупространстве при неполном сцеплении слоев (единичный контакт)

В ряде случаев при нанесении покрытия на границе раздела покрытия с подложкой образуется дефектный слой, который характеризуется наличием пор, микротрещин [59]. Подобный слой может образоваться и при нанесении покрытия из материала, аналогичного основному (например, при восстановлении изношенных поверхностей). В условиях многоциклового фрикционного нагружения покрытия (в особенности твердые) могут разрушаться вследствие накопления контактно-усталостных повреждений на границе раздела с подложкой [101]. Вероятное наличие дефектов, обусловленных технологией нанесения, может объяснить различную устойчивость к разрушению покрытий из одного материала, нанесенных при разных температурных и механических условиях [102].

В [20, 29] показано, что при контактном взаимодействии наличие дефектов вблизи поверхности одного из взаимодействующих тел влияет на внутренние и контактные напряжения. В данном разделе рассматривается влияние дефектности границы раздела покрытия с основным материалом на поле напряжений, возникающее при фрикционном нагружении для покрытий разной толщины. Приводится пример расчета накопления контактно-усталостных повреждений в материале колеса, к которому применена технологическая операция наплавки [50].

Постановка задачи и метод решения.

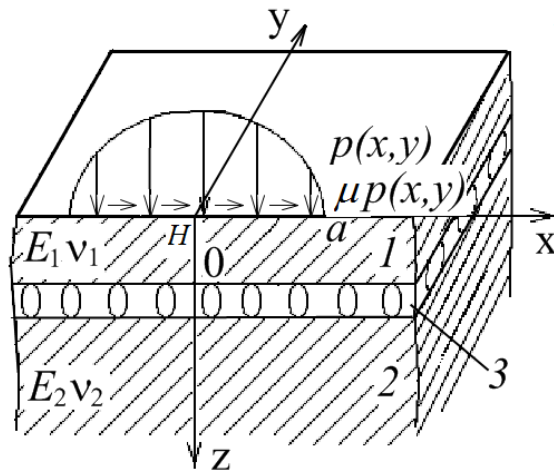


Рис. 3.1 Схема нагружения двухслойного полупространства с системой дефектов на границе раздела

Рассмотрим задачу о нагружении двухслойного упругого полупространства распределенными нормальной $p(x, y)$ и тангенциальной $\mu p(x, y)$ нагрузками, действующими внутри области Ω (рис. 3.1). Слой (1) и полупространство (2) характеризуются различными упругими постоянными (E_1, ν_1 для слоя и E_2, ν_2 для полупространства). Условия на верхней границе слоя имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_z^{(1)}(x, y) &= p(x, y), & \tau_{xz}^{(1)} &= -\mu p(x, y), & (x, y) &\in \Omega \\ \sigma_z^{(1)} &= 0, & \tau_{xz}^{(1)} &= 0, & (x, y) &\notin \Omega \\ \tau_{yz}^{(1)} &= 0. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Здесь $\sigma_z^{(i)}, \tau_{xz}^{(i)}, \tau_{yz}^{(i)}$ – напряжения в упругом слое ($i=1$) и упругом полупространстве ($i=2$). Данные условия соответствуют фрикционному нагружению при движении в направлении оси Ox .

Между слоем толщины H и полупространством расположена система дефектов (3 на рис. 3.1). Было показано [20], что наличие системы дефектов

между слоями можно учесть, поставив следующие граничные условия при $z=0$:

$$\begin{aligned} \sigma_z^{(1)} &= \sigma_z^{(2)}, \quad \tau_{xz}^{(1)} = \tau_{xz}^{(2)}, \quad \tau_{yz}^{(1)} = \tau_{yz}^{(2)}, \\ \sigma_z^{(1)} &= \frac{1}{k_1^{(1)}}(w^{(1)} - w^{(2)}), \quad \tau_{xz}^{(1)} = \frac{1}{k_1^{(2)}}(u_x^{(1)} - u_x^{(2)}), \quad \tau_{yz}^{(1)} = \frac{1}{k_1^{(2)}}(u_y^{(1)} - u_y^{(2)}) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Здесь $u_x^{(i)}, u_y^{(i)}, u_z^{(i)}$ ($i=1, 2$) – упругие перемещения в слое и полупространстве. Коэффициенты $k_1^{(1)}$ и $k_1^{(2)}$ характеризуют степень поврежденности дефектного слоя. Когда их значения равны нулю, постановка сводится к задаче о нагружении двухслойного упругого полупространства с полным сцеплением на границе раздела. Метод решения подобных задач подробно изложен в Главе 1. Особенностью данной постановки является наличие двух параметров на границе раздела, характеризующих не только тангенциальную податливость сцепления, но и нормальную податливость дефектного слоя. Подобная формулировка граничных условий использовалась в Главе 1 (раздел 1.6) при исследовании возможности замены мягкого промежуточного слоя граничными условиями типа (3.2). Как показано в разделе 1.6 наличие дополнительного параметра, определяющего нормальную податливость дефектного слоя на границе раздела, не усложняет решение контактной задачи; точно также оно не усложняет процесс определения напряжений при фрикционном нагружении.

Предположим теперь, что распределенная нагрузка действует на двухслойное полупространство периодически, в результате нагружения и разгрузки в материале происходит накопление повреждений.

При скольжении периодической системы инденторов происходит циклическое нагружение поверхности, вызывающее неоднородное циклическое поле внутренних напряжений, что является причиной накопления в основании усталостных повреждений и разрушения поверхностных слоев материала.

Для моделирования процесса накопления контактно-усталостных повреждений в материале, подвергнутом описанному выше периодическому воздействию, необходимо провести выбор функции, связывающей скорость накопления поврежденности с напряженным состоянием упругого слоя.

При построении модели контактно-усталостного разрушения поверхности используется макроскопический подход, который состоит в построении положительной неубывающей во времени функции $Q(M,t)$, характеризующей меру повреждения материала в точке $M(x,y,z)$ и зависящей от амплитудных значений напряжений в данной точке. Для исследования накопления поврежденности используется модель линейного суммирования повреждения (в каждый момент времени приращение поврежденности не зависит от величины накопленной поврежденности). Разрушение наступает в момент времени t^* , когда эта функция достигнет заданного порогового значения.

Существуют разные физические подходы к моделированию поврежденности, в которых скорость накопления поврежденности $\partial Q(x,y,z,t)/\partial t$ рассматривается как функция напряжений в данной точке, температуры и других параметров в зависимости от механизма разрушения, вида материала и других факторов [102].

В данном исследовании считалось, что скорость $\partial Q(x,y,z,t)/\partial t$ накопления усталостных повреждений связана с амплитудным значением $\Delta\tau_l$ максимальных касательных напряжений в рассматриваемой точке степенной зависимостью вида

$$q(x,y,z,t) = \frac{\partial Q(x,y,z,t)}{\partial t} = c \left(\Delta\tau_{\max}(x,y,z,t) \right)^m, \quad (3.3)$$

где c и m – некоторые постоянные, определяемые экспериментально, $\Delta\tau_{\max}(x,y,z,t)$ – разница между максимальным и минимальным значениями

максимальных касательных напряжений в точке (x, y, z) за один цикл нагружения.

Разрушение наступит тогда, когда поврежденность в некоторой точке достигает критической величины. В нормированной системе отсчета это условие можно записать в виде

$$Q(x, y, z, L) = 1, \quad (3.4)$$

где L – количество циклов до разрушения.

Поскольку минимальные значения максимальных касательных напряжений τ_{\max} за цикл равны нулю, количество L циклов до разрушения можно рассчитать из соотношения:

$$\int_0^L c\tau_{\max}^m(x, y, z, n)dn + Q_0(x, y, z) = 1. \quad (3.5)$$

Здесь $Q_0(x, y, z)$ - начальная поврежденность в рассматриваемой точке.

Движение нагрузки происходит вдоль оси Ox , поэтому приращение поврежденности, происходящее за один цикл, зависит от значения следующей функции:

$$\tau_1'(y, z) = \max_{x=0..∞} \tau_{\max}(x, y, z), \quad (3.6)$$

которая соответствует максимальному по координате x значению напряжений при любых фиксированных значениях y, z . Тогда поврежденность, накопленная за N циклов, определяется из соотношения:

$$Q(x, y, z) = Nc(\tau_{\max}'(z, y))^m + Q_0(x, y, z) \quad (3.7)$$

Примеры расчета внутренних напряжений и накопления усталостных повреждений.

Ниже приведены результаты расчетов напряжений внутри упругого слоя и упругого основания. Расчеты проведены для частного случая совпадения упругих свойств слоя и полупространства. Этот случай является практически важным, поскольку соответствует условиям, возникающим в подповерхностных слоях изношенных деталей, восстановленных методом наплавки рабочих поверхностей. При подобной модификации возможно возникновение системы дефектов на границе наплавленного и основного материала, а также вблизи этой границы.

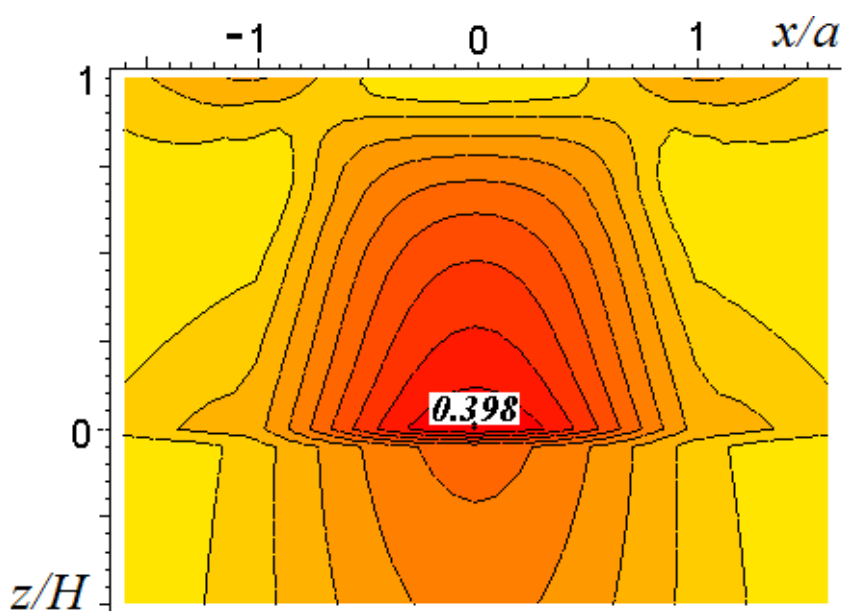
Для расчетов использовалась функция распределения контактного давления вида:

$$p(x, y) = p_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right) \quad (3.8)$$

соответствующая случаю контакта параболического штампа и однородного упругого основания. Известно [20], что дефектный слой влияет на контактные напряжения, но за исключением случаев малых значений h ($h/a \ll 1$) поправкой к функции $p(x, y)$ можно пренебречь. В данном случае для расчетов использовались величины $h/a > 0.3$, которые являются достаточно большими, чтобы можно было не учитывать влияние дефектов на распределение давлений при контакте.

Были использованы безразмерные параметры $K_i = 2k_i p^* / (a + b)$ ($i=1, 2$), где p^* - среднее давление. В данном случае для модельных исследований использовалось два варианта значений, соответствующих разному уровню дефектности. Рассматривались максимальные касательные напряжения τ_1 , являющиеся важной характеристикой при оценке усталостной долговечности.

На рис. 3.2 приведены результаты расчета максимальных касательных напряжений в покрытии и в подложке в плоскости, проходящей через центр области нагружения и параллельной направлению скольжения (вдоль оси $0x$). Трение отсутствует, варьируется относительная толщина покрытия. Значения напряжений являются безразмерными и отнесены к максимальному давлению p_0 . Чтобы оценить влияние приложенных к поверхности тангенциальных сил на напряжения в двухслойном основании, были проведены расчеты для ненулевой силы трения ($\mu=0.3$) (рис. 3.3); другие параметры расчета соответствуют использованным для результатов, представленных на рис. 3.2.



а

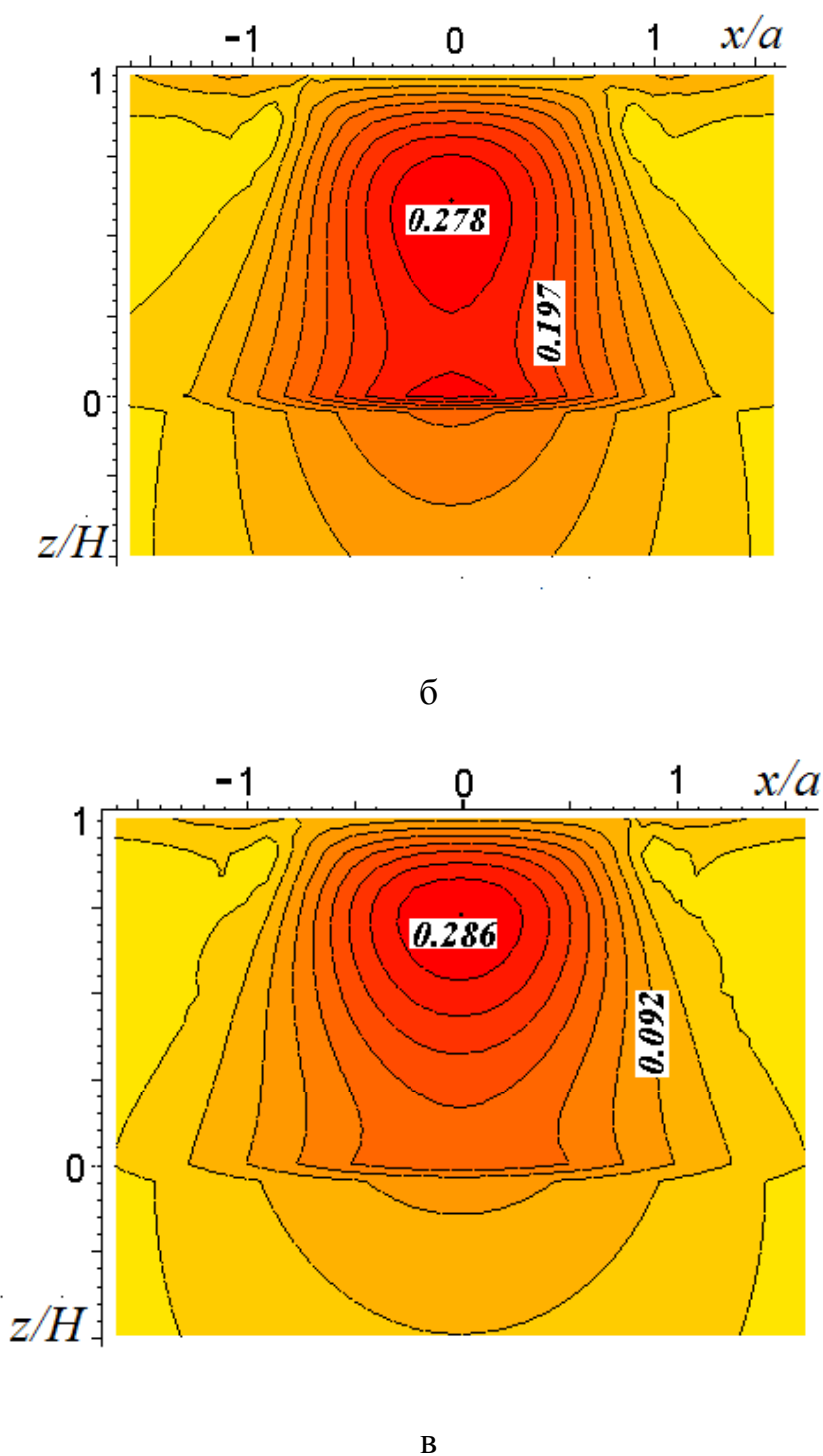
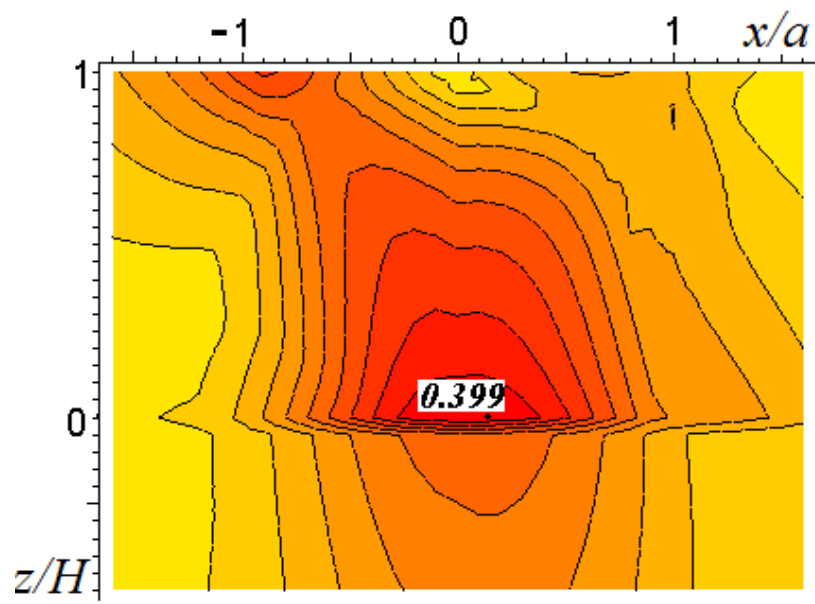


Рис. 3.2 Распределение максимальных касательных напряжений в покрытии и подложке ($y=0$), трение отсутствует: $H/a=0.625$ (а), $H/a=1.0$ (б), $H/a=1.325$ (в); $K_1=0.6$, $K_2=0.8$, $a/b=8/7$

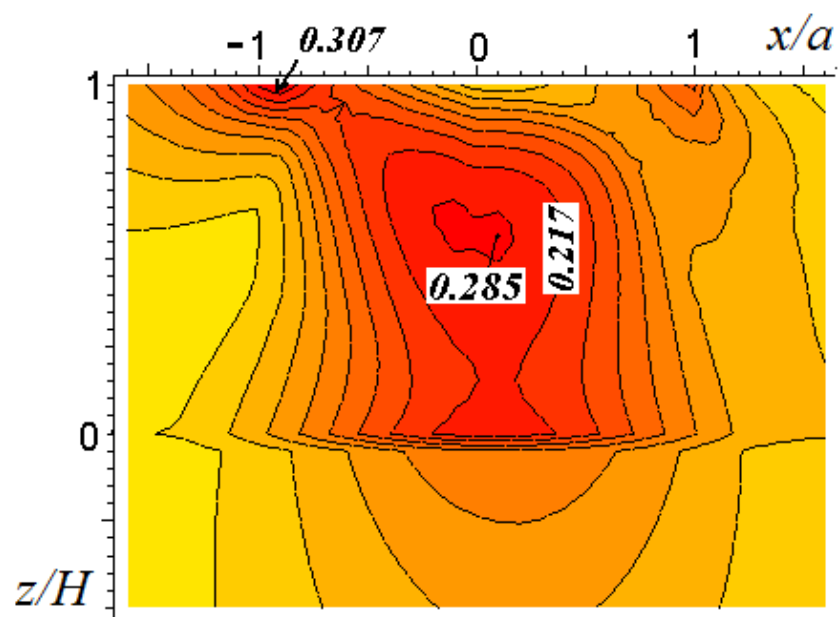
Анализ результатов на рис. 3.2 показывает, что функция $\tau_{max}(x,y)/p_0$ имеет локальные максимумы на поверхности, на нижней границе слоя, а также может иметь локальный максимум внутри слоя. При отсутствии тангенциальных сил на поверхности главным является либо максимум на

нижней границе слоя (рис. 3.2,а) либо, при больших толщинах, максимум внутри слоя (рис. 3.2, б и в). Появление тангенциальной распределенной нагрузки приводит к увеличению значений локальных максимумов, в особенности на поверхности. Максимум на поверхности может стать главным при некоторых значениях параметров как, например, на рис. 3.3,б.

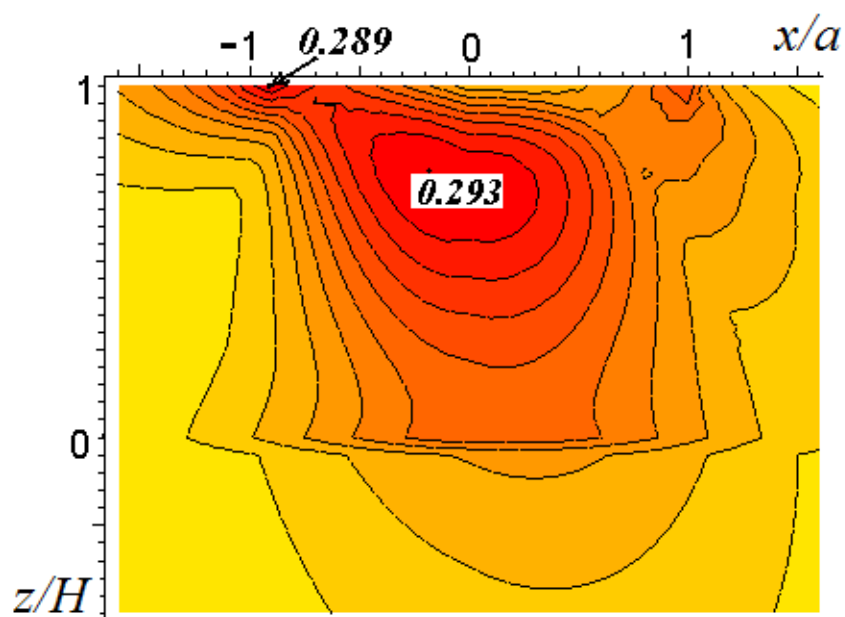
Результаты расчетов максимальных значений напряжений в зависимости от толщины слоя обобщены на рис. 3.4. При этом рассмотрены два варианта значений коэффициента K_1 и K_2 ; рис. 3.4,а получен при $K_1=0.6$, $K_2=0.8$, а рис. 3.4,б – при $K_1=0.2$, $K_2=0.27$, что соответствует меньшей поврежденности дефектного слоя. Кривые 1 и 1' построены для максимальных значений τ_{\max} / p_0 на нижней границе слоя ($z=0$), кривые 2 и 2' – внутри слоя $0 < z < H$ (эти максимумы возникают для $H > H^*$, в данном случае $H^* \approx 0.8$), кривые 3 и 3' – на верхней границе слоя ($z = H$). При этом кривые 1, 2, 3 построены для случая отсутствия касательных напряжений на поверхности, а кривые 1', 2', 3' – при наличии сил трения ($\mu=0.3$). При относительно больших значениях коэффициентов K_i значения максимумов на нижней границе тонкого слоя могут достигать значений, существенно превышающих максимально возможные в однородном упругом полупространстве.



a

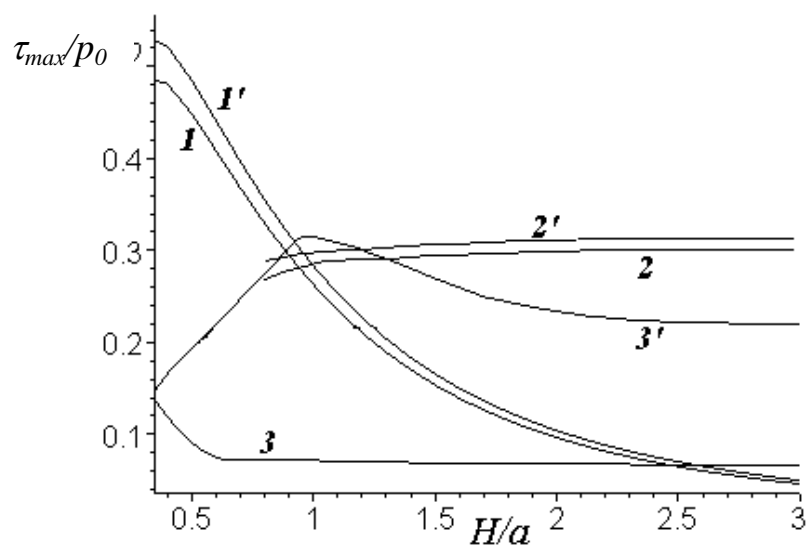


b



в

Рис. 3.3 Распределение максимальных касательных напряжений в покрытии и подложке ($y=0$): $\mu=0.3$, $H/a=0.625$ (а), $H/a=1.0$ (б), $H/a=1.325$ (в); $K_1=0.6$, $K_2=0.8$, $a/b=8/7$



а

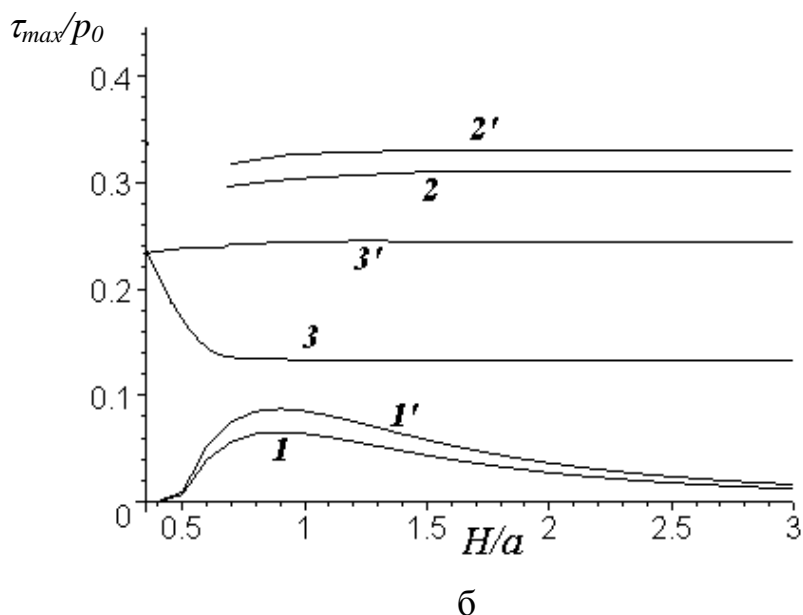


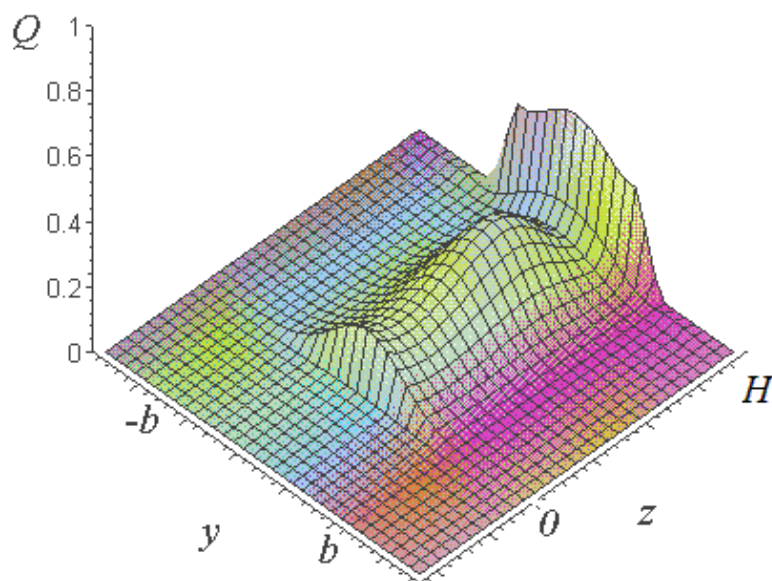
Рис. 3.4 Зависимость величин локальных максимумов максимальных касательных напряжений от толщины упругого слоя: $K_1=0.6$, $K_2=0.8$ (а), $K_1=0.2$, $K_2=0.27$ (в); на границе раздела (кривые 1, 1'), в слое (кривые 2, 2'), на поверхности (кривые 3, 3'); $\mu=0$ (кривые 1, 2, 3), $\mu=0.3$ (кривые 1', 2', 3')

Зависимость максимальных касательных напряжений на нижней границе слоя от толщины немонотонна, т.е. существует толщина упругого слоя, при которой вероятность отслаивания является наибольшей. Дефектность промежуточной области, определяемая в модели параметрами K_1 и K_2 , также влияет на распределение напряжений и на степень их концентрации на границе перехода. Таким образом, анализ показал, что даже при отсутствии трения на поверхности в межслойной границе возникают значительные максимальные касательные напряжения, которые могут стать источником разрушения слоя.

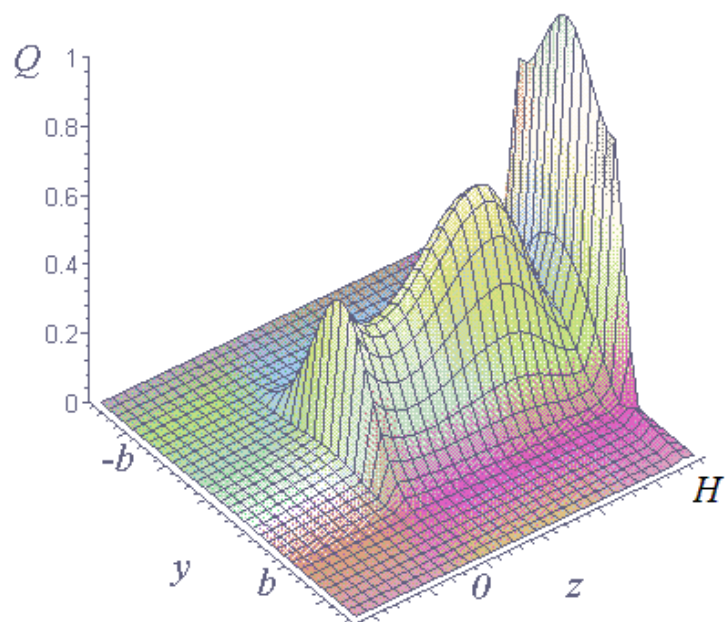
Распределения максимальных касательных напряжений являются основой для определения функции накопления повреждений Q . В качестве примера рассмотрим изменение функции Q в зависимости от числа циклов нагружения для колеса, направленного по поверхности катания. Начальная поврежденность предполагалась равной нулю. Механические свойства материала, выраженные в значениях параметров s и t в соотношениях (3.3), (3.5), (3.7), определялись для колесной стали на основе экспериментов, в ходе

которых исследовалось контактно-усталостное разрушение поверхностных слоев материала [50, 41]. Для расчетов использовались следующие значения параметров [41]: $m=9.94$, $c=0.6 \cdot 10^{-32}$, $p_0=1010\text{МПа}$, $a=8\text{мм}$, $b=6\text{мм}$. Распределение функции $Q(y,z,N)$ в зависимости от числа циклов нагружения N представлено на рис. 3.5.

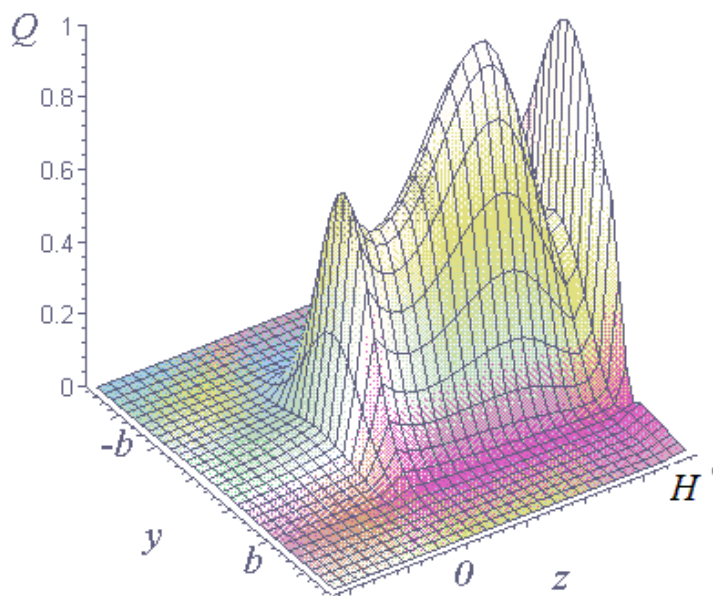
В данном случае разрушение инициируется на поверхности (рис. 3.5,б), т.е. происходит поверхностный износ и контактная поверхность смещается вглубь тела. Одновременно с износом происходит накопление усталостных повреждений внутри слоя, что приводит к акту подповерхностного разрушения (рис. 3.5,в построен с учетом смещения границы в результате поверхностного износа, h' – новая толщина слоя).



а



б



в

Рис. 3.5 Распределение функции $Q(y, z, N)$ в зависимости от числа циклов нагружения N : $N=0.44 \cdot 10^6$ (а), $N=1.1 \cdot 10^6$ (б), $N=1.7 \cdot 10^6$ (в) ($K_1=0.6$, $K_2=0.8$, $h/a=1.0$, $\mu=0.3$).

Результаты, представленные на рис. 3.6, позволяют оценить влияние величины коэффициентов K_1 и K_2 на процесс накопления поврежденности. Кривые 1 и 2 построены для оси Oz при $N=1.1 \cdot 10^6$, когда поврежденность на

поверхности достигает предельного значения при $K_1=0.6$, $K_2=0.8$ (кривая 1). При $K_1=0.2$, $K_2=0.27$ поврежденность в слое меньше, особенно на поверхности и на нижней границе, в то же время ее значения несколько больше в основном материале.

Следует отметить, что в данном случае начальная поврежденность Q_0 полагалась равной нулю, что маловероятно при наличии дефектного слоя на глубине H . Можно предположить, что при рассматриваемом распределении напряжений и наличии начальной поврежденности разрушение произойдет на нижней границе упругого слоя.

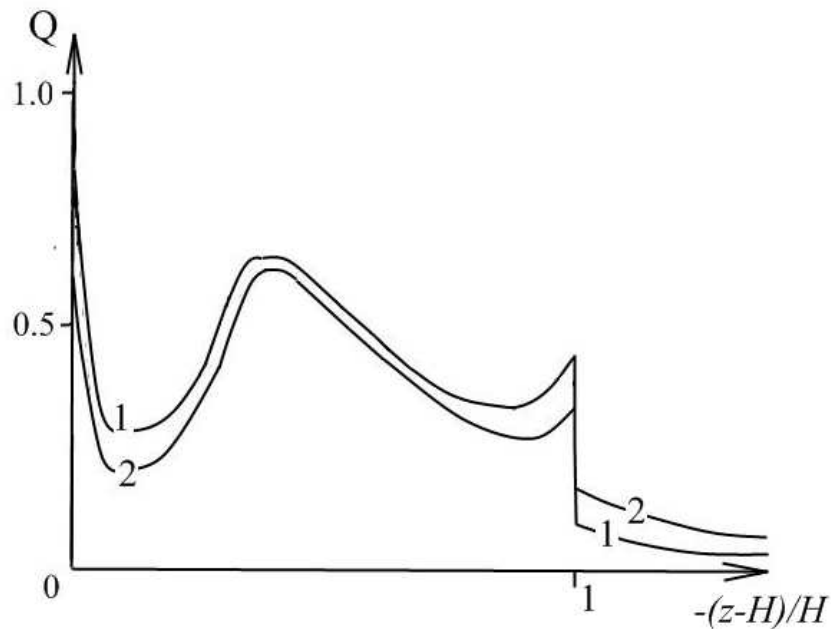


Рис.3.6 Распределение функции поврежденности вдоль оси Oz при $N=1.1 \cdot 10^6$; $K_1=0.6$, $K_2=0.8$ (кривая 1), $K_1=0.2$, $K_2=0.27$ (кривая 2).

3.2 Моделирование контактно-усталостного разрушения двухслойного упругого полупространства

В данном разделе предложена модель для исследования кинетики усталостного разрушения двухслойного упругого полупространства периодической системой инденторов, моделирующих микронеровности поверхности.

Постановка задачи и метод решения.

Рассматривается скольжение по границе двухслойного упругого полупространства периодической системы сферических инденторов с радиусом R (рис. 3.7). Инденторы расположены в узлах гексагональной решетки с периодом l . Направление движения совпадает с направлением оси (Ox) . Предполагается, что на систему действуют средние по периоду давление p_n и касательные напряжения τ_n , уравнивающие тангенциальные напряжения, действующие на площадках контакта, которые связаны между собой законом Кулона-Амонтона, т.е. $\tau_n = \mu p_n$, где μ - коэффициент трения скольжения.

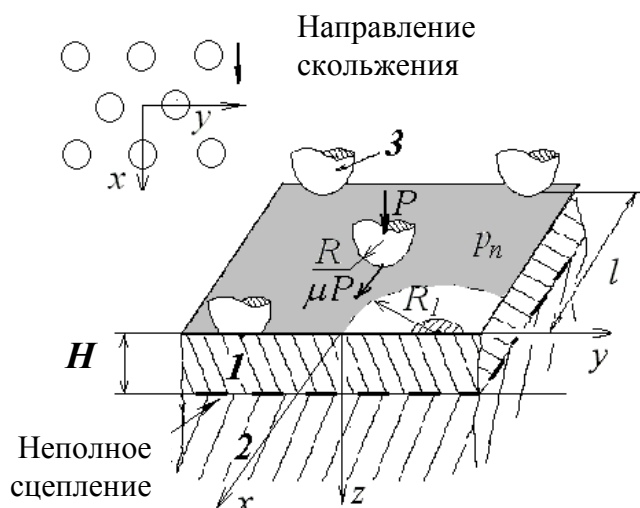


Рис.3.7 Схема фрикционного контакта периодической системы инденторов и двухслойного упругого полупространства

При скольжении периодической системы инденторов происходит циклическое нагружение поверхности, вызывающее неоднородное циклическое поле внутренних напряжений, что является причиной накопления в материалах усталостных повреждений и разрушения поверхностных слоев.

Для моделирования разрушения верхнего слоя, подвергнутого описанному выше периодическому воздействию, предложен следующий алгоритм исследования:

расчет контактных давлений в периодической контактной задаче для двухслойного полупространства;

расчет внутренних напряжений с учетом сил трения для множественного контакта;

выбор функции, связывающей скорость накопления поврежденности с напряженным состоянием упругого слоя и расчет поврежденности;

исследование кинетики разрушения.

Расчет контактных давлений, имеющих место для отдельного пятна контакта в периодической контактной задаче, подробно описан в Главе 2. Там же исследовано напряженное состояние, имеющее место при множественном нагружении упругого полупространства без учета сил трения. В данном разделе аналогичная задача рассматривается для условий фрикционного контакта.

Напряжения внутри упругого слоя находились из следующих условий на верхней границе слоя ($z = 0$), заданных в напряжениях:

$$\begin{aligned} \sigma_z^{(1)}(x, y) &= p_s(x, y), & \tau_{xz}^{(1)} &= -\mu p_s(x, y), & (x, y) &\in \omega_i \\ \sigma_z^{(1)} &= 0, & \tau_{xz}^{(1)} &= 0, & (x, y) &\notin \omega_i \\ \tau_{yz}^{(1)} &= 0, & & & -\infty < x, y < \infty \end{aligned} \quad (3.10)$$

На нижней границе слоя ($z = 0$) граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} \sigma_z^{(1)} &= \sigma_z^{(2)}, & \tau_{xz}^{(1)} &= \tau_{xz}^{(2)}, & \tau_{yz}^{(1)} &= \tau_{yz}^{(2)}, & w^{(1)} &= w^{(2)} \\ \tau_{xz}^{(1)} &= \frac{1}{k}(v_x^{(1)} - v_x^{(2)}), & \tau_{yz}^{(1)} &= \frac{1}{k}(v_y^{(1)} - v_y^{(2)}) \end{aligned}, \quad (3.11)$$

то есть учитывается степень сцепления покрытия с подложкой

Для определения внутренних напряжений использовался принцип суперпозиции. Напряжения рассчитывались внутри одного периода. Рассматривались три нагруженных пятна контакта, расположенных по углам треугольной области со сторонами, равными периоду решетки l , и давление p_n , а также касательные силы, распределенные вне круга радиуса $R_2 = \sqrt{3P/\pi p_n}$, которое позволяет учесть вклад в напряженное состояние остальных пятен контакта. Расчет напряжений проводился с помощью метода, основанного на двойных интегральных преобразованиях Фурье. Этот метод позволяет для некоторых граничных условий (в частности, для кусочно-постоянного распределения нагрузки на верхней границе слоя) получить аналитические функции, которые можно численно проинтегрировать и таким образом рассчитать все внутренние напряжения.

Также как и в предыдущем разделе при построении модели контактно-усталостного разрушения поверхности используется макроскопический подход, то есть определяется положительная неубывающая во времени функция $Q(M,t)$, характеризующая меру повреждения материала в точке $M(x,y,z)$ и зависящая от амплитудных значений напряжений в данной точке. Используется модель линейного суммирования повреждения, разрушение наступает в момент времени t^* , когда функция поврежденности достигнет заданного порогового значения.

Также полагалось, что скорость $\partial Q(x,y,z,t)/\partial t$ накопления усталостных повреждений связана с амплитудным значением $\Delta\tau_t$ максимальных касательных напряжений в произвольной точке полупространства зависимостью (3.3)

В силу периодичности рассматриваемой здесь задачи функция поврежденности не зависит от координат x и y и является функцией только координаты z и времени t , которое можно выразить через число циклов N , т.е. $Q = Q(z,N)$.

На основании (3.3) можно рассчитать поврежденность $Q(z, N)$, накопившуюся в произвольной фиксируемой точке z в течение N циклов, используя следующее соотношение:

$$Q(z, N) = \int_0^N q_n(z, n) dn + Q_0(z), \quad (3.11)$$

где $Q_0(z)$ – распределение начальной поврежденности в материале, а $q_n(z, n)$ – скорость накопления поврежденности, не зависящая от координат x, y .

Разрушение наступит тогда, когда поврежденность в некоторой точке достигает критической величины. В нормированной системе отсчета это условие можно записать в виде

$$Q(z, N^*) = 1, \quad (3.12)$$

где N^* – количество циклов до разрушения.

Расчет распределения напряжений в упругом слое позволяет определить максимальные амплитудные значения максимальных касательных напряжений вдоль оси (Ox), которая совпадает с направлением скольжения системы инденторов. Предполагалось, что максимальные амплитудные значения имеют место в плоскости, проходящей через геометрический центр области контакта (x_c, y_c). Это предположение было проверено путем расчета напряжений при комбинации параметров, обеспечивающей относительно большую плотность контакта. Такими параметрами являются радиус индентора R , период гексагональной решетки l , среднее давление p_n , действующее на период. Таким образом, можно ввести функцию $\tilde{\Delta}\tau_1(z, n)$, которая определяет максимальные амплитудные значения максимальных касательных напряжений, не зависит от координат x, y и изменяется с изменением толщины покрытия при разрушении.

Подставляя (3.3) в (3.11) и учитывая условие (3.12), получим следующее соотношение, позволяющее рассчитать количество N^* циклов до разрушения при переменных максимальных касательных напряжениях:

$$\int_0^L c(\Delta\tilde{\tau}_1(z,n))^m dn + Q_0(z) = 1 \quad (3.13)$$

Начальную поврежденность Q_0 будем считать равной нулю, хотя обычно зона сцепления упругого слоя с основанием предполагает некоторую начальную поврежденность, обусловленную технологией создания двухслойных тел.

Расчет функции поврежденности $Q(z,N)$ проводился путем последовательного суммирования. Так, для определения числа циклов до первого разрушения, происходящего на глубине h_1 , использовалось следующее соотношение, вытекающее из (3.13):

$$\begin{aligned} N^* &= (c(\max \Delta\tilde{\tau}_1(z,n))^m)^{-1}, \quad 0 \leq z \leq H \\ Q^*(z) &= N^* c(\Delta\tilde{\tau}_1(z,n))^m \end{aligned} \quad (3.14)$$

Здесь N^* – число циклов до первого разрушения, Q^* – поврежденность, которая должна учитываться при дальнейшем исследовании процесса накопления. Акт разрушения приводит к уменьшению толщины покрытия и, следовательно, к изменению вида зависимости от координаты z амплитудных значений максимальных касательных напряжений. Число циклов до следующего разрушения N_1 определяется из соотношения:

$$\max(Q^*(z) + (c(\Delta\tilde{\tau}_1(z,n))^m N_1) = 1, \quad 0 \leq z \leq h_1 \quad (3.15)$$

Поскольку функция $Q^*(z)$ после отслаивания и удаления материала имеет на вновь образовавшейся поверхности значение, предельно близкое

критическому, поверхностное изнашивание, т.е. непрерывное уменьшение толщины упругого слоя обязательно имеет место после первого акта разрушения. Следует отметить, что функция $\Delta\tilde{\tau}_1(z, 0)$ может иметь максимум и на поверхности, тогда значение h_1 определяется только шагом сетки, используемой при расчете.

Помимо поверхностного изнашивания, ввиду дискретного изменения вида функций $\Delta\tilde{\tau}_1(z, n)$ относительно n , возможны еще акты подповерхностного разрушения, т.е. дискретного изменения толщины слоя. Между этими актами также происходит изнашивание.

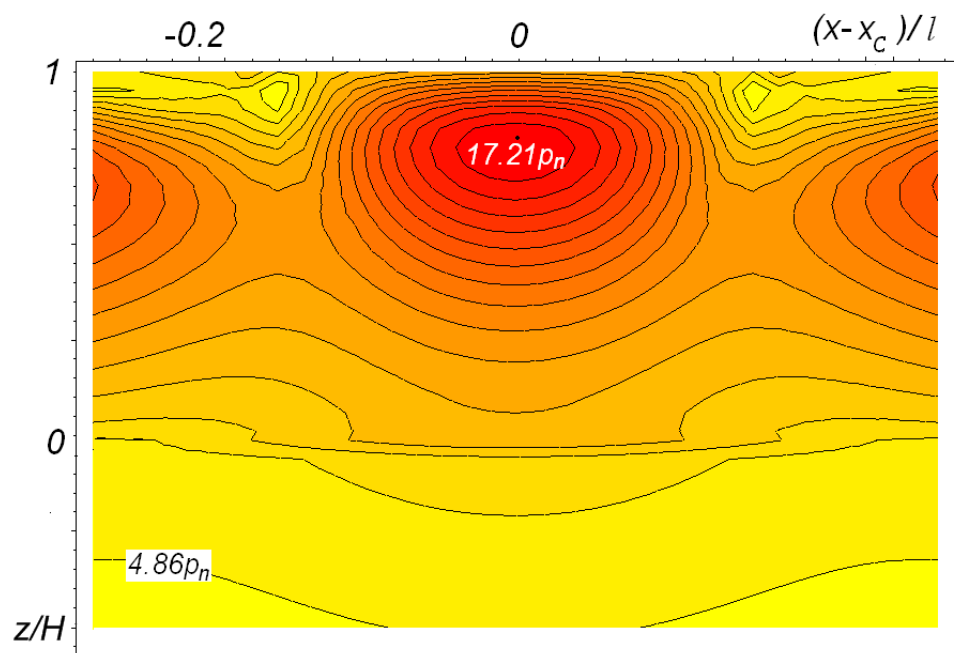
Результаты расчетов при постоянном значении номинальной нагрузки.

Изложенный выше алгоритм был использован для расчета кинетики усталостного изнашивания двухслойного упругого полупространства периодической системой инденторов, расположенных в узлах гексагональной решетки и имеющих сферическую форму. В случае малых деформаций форма индентора описывается функцией $f(r) = r^2 / (2R)$, где R - радиус индентора.

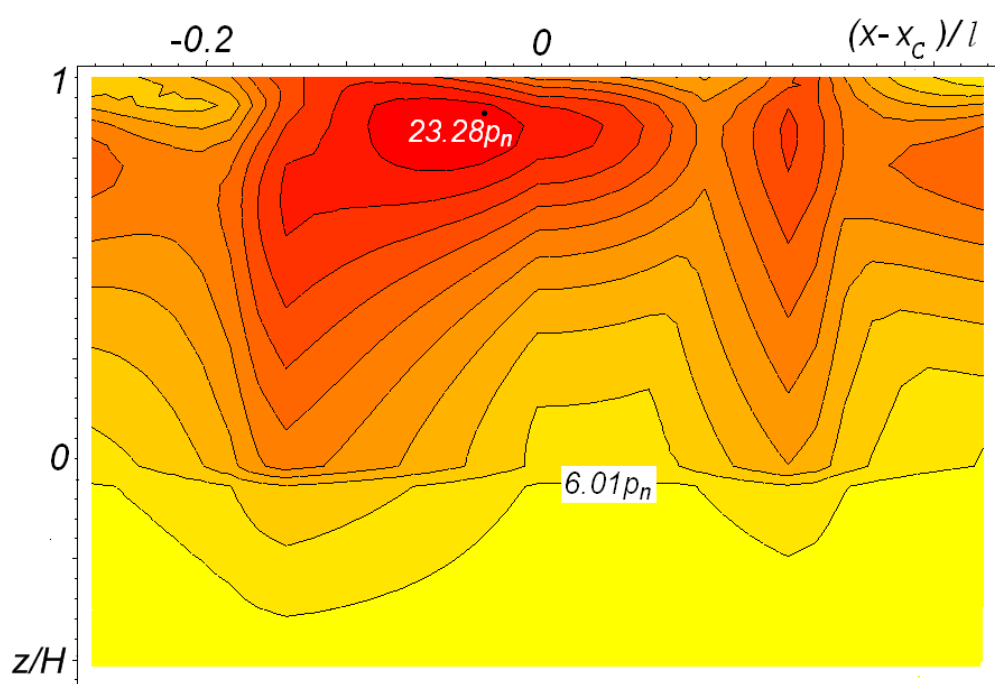
Анализ системы уравнений для определения напряженного состояния поверхностного слоя (покрытия) выявил следующие безразмерные параметры, от которых зависит решение: $\chi = E_1 / E_2$ - относительная жесткость покрытия, $\lambda' = H / l$ - относительная толщина покрытия, R / l - относительный радиус индентора, p_n / E_1 - безразмерное среднее давление, $K = kp_n / l$ - безразмерная величина, характеризующая степень сцепления покрытия с подложкой, μ - коэффициент трения. Наибольший интерес для исследования кинетики усталостного разрушения поверхностного слоя при выбранной выше функции скорости накопления повреждений представляет анализ распределения максимальных касательных напряжений $\tau_{\max}(x, y, z)$. Как показано в Главе 2 для контакта без сил трения, характер напряженного состояния внутри слоя и полупространства и, в частности, распределения

$\tau_{\max}(x, y, z)$, существенно зависит от значения параметра χ . Покрытия разделяются на относительно жесткие ($\chi > 1$) и относительно мягкие ($\chi < 1$) в зависимости от относительных механических характеристик поверхностного слоя. Расчеты максимальных касательных напряжений, приводимые ниже, проведены для относительно жесткого покрытия.

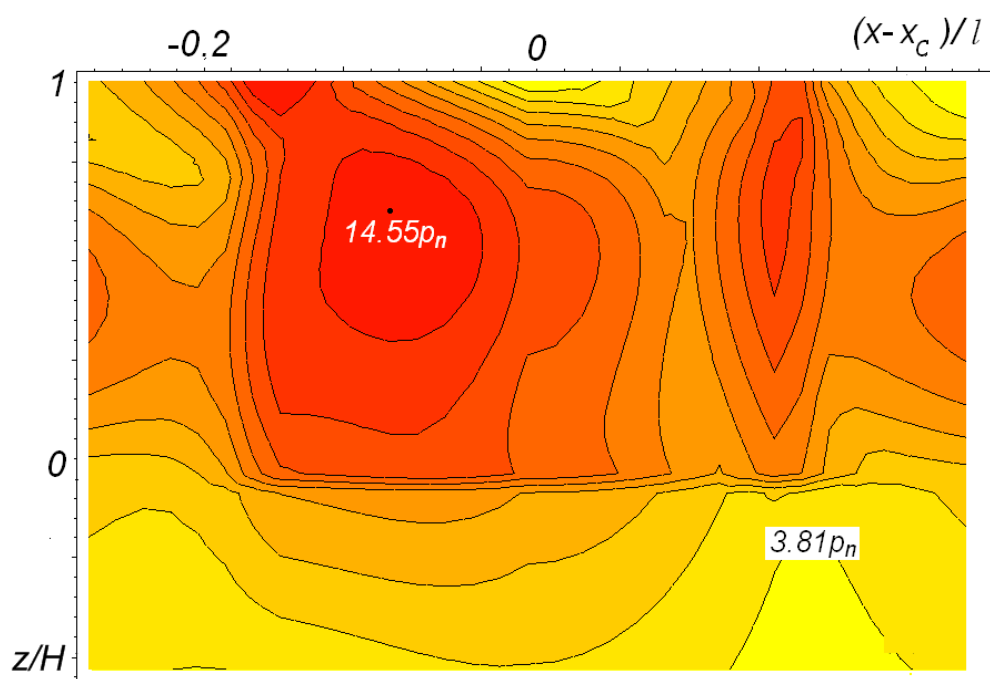
Рис. 3.8 иллюстрирует распределение изолиний функции $\tau_1(x, y, z)$ в плоскости $y = 0$ (рис. 3.7) для разных значений относительной толщины поверхностного слоя и коэффициента трения ($\chi = 2$, $R/l = 8$, $p_n/E_1 = 0.001$, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, $\lambda' = 0.3$ (а, б), $\lambda' = 0.15$ (в), $\mu = 0$ (а), $\mu = 0.4$ (б, в)).



а



б



в

Рис. 3.8 Распределение максимальных касательных напряжений в покрытии и в подложке: $K=0$, $\chi=2$, $R/l=8$, $p_n/E_1=0.001$, $\nu_1=\nu_2=0.3$, $\lambda=0.3$ (а, б), $\lambda=0.15$ (в), $\mu=0$ (а), $\mu=0.4$ (б, в).

Результаты, представленные на рис. 3.8,а и 3.8,б относятся к случаю относительно толстых покрытий, поскольку, как показали расчеты размера

области контакта для указанных значений параметров, толщина покрытия в 2.05 превышает радиус области контакта. Тем не менее, на границе раздела слоя и основания можно проследить скачок напряжений, обусловленный разницей механических свойств материалов. Сравнение результатов, представленных на рис. 3.8,а и 3.8,б, позволяет оценить влияние значения коэффициента трения на распределение максимальных касательных напряжений. Трение приводит к смещению области максимальных значений напряжений в сторону, противоположную направлению движения (такой же эффект был отмечен для контакта с трением сферического индентора и однородного упругого полупространства [119]). Кроме того, величина максимума, находящегося под поверхностью, возрастает от $17.21p_n$ для контакта без трения до $23.28 p_n$ при $\mu=0.4$.

На рис. 3.8,в представлено распределение напряжений для покрытия, толщина которого в два раза меньше. В этом случае радиус области контакта $a=0.921H$. Максимальное значение напряжений составляет $14.55p_n$ и достигается при $z=0.351H$. При этом на поверхности также имеется локальный максимум $\tau_1(x_c - 0.156l, 0, 0) = 13.02p_n$, но его значение меньше. Следует отметить, что для однородного полупространства при значениях коэффициента Пуассона 0.3 (такое же значение использовалось в приведенных здесь расчетах) и коэффициента трения 0.4 максимум выходит на поверхность. В случае относительно жесткого покрытия, как было показано выше, такой эффект не является обязательным, что может быть объяснено дополнительным сжатием верхней границы упругого слоя вследствие его изгиба под действием локальной нагрузки.

Полученные распределения максимальных касательных напряжений $\tau_1(x, y, z)$ были использованы для построения функции $\Delta\tilde{\tau}_1(z, 0)$, представляющей собой разницу между наибольшим и наименьшим значениями максимальных касательных напряжений на фиксированной глубине (функция амплитудных значений $\tau_1(x, y, z)$). На рис. 3.9 представлены распределения амплитудных значений максимальных

касательных напряжений, позволяющие оценить влияние сил трения, толщины упругого слоя и плотности контакта на вид функции $\Delta\tilde{\tau}_1(z,0)$. Учет сил трения (кривые 1', 2', 3' в сравнении с кривыми 1, 2, 3) приводит к увеличению амплитудных значений максимальных касательных напряжений, в особенности вблизи поверхности. Кривые 2, 2' построены для случая более тонкого покрытия, чем кривые 1, 1', 3, 3'. Уменьшение толщины ведет к уменьшению амплитудных значений, что может быть объяснено уменьшением максимальных значений контактного давления и увеличением радиуса отдельного пятна контакта. Сравнение кривых 1, 1' с кривыми 3, 3' позволяет проанализировать влияние относительной плотности контакта. Уменьшение радиуса индентора при сохранении расстояния между ними (уменьшение плотности контакта) приводит к тому, что амплитудные значения в точках, близких к поверхности, совпадают с максимальными значениями максимальных касательных напряжений, т.е. эффект взаимного влияния пятен контакта становится пренебрежимо малым.

На рис.3.10 амплитудное значение максимальных касательных напряжений на границе раздела покрытия с подложкой представлено как функция безразмерного коэффициента K , характеризующего степень сцепления покрытия с подложкой. Амплитуда максимальных касательных напряжений увеличивается с уменьшением степени сцепления покрытия с подложкой. Для больших значений коэффициента K (приближение к случаю отсутствия сцепления) эта функция стремится к асимптотическому значению, величина которого зависит от значения коэффициента трения и относительной толщины покрытия. Сравнение кривых 1 и 2 показывает, что амплитудное значение напряжений уменьшается при увеличении толщины слоя, таким же образом влияет уменьшение значения коэффициента трения (кривые 1 и 3).

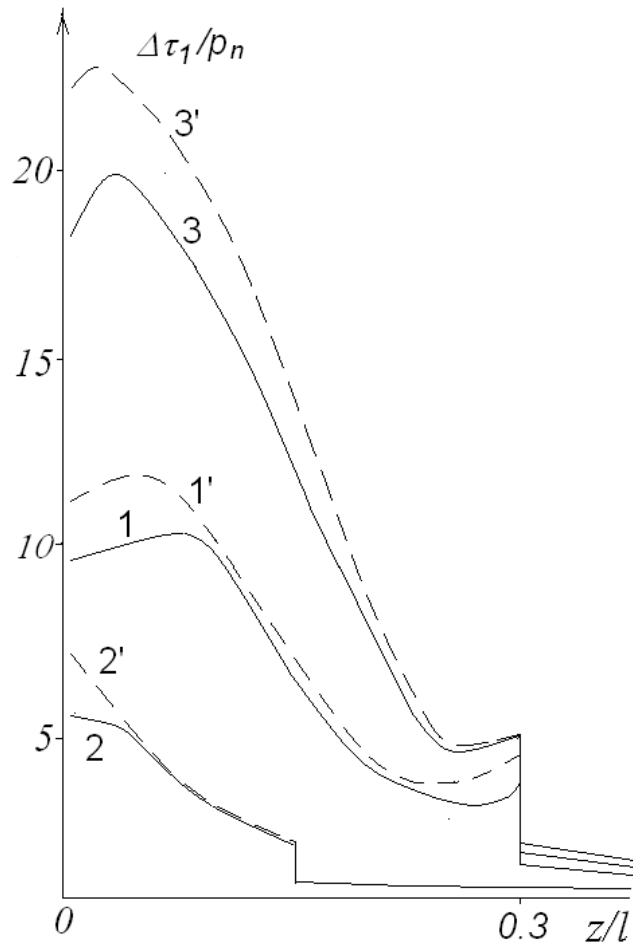


Рис. 3.9 Амплитуда максимальных касательных напряжений: $K=0$, $\chi=2$, $p_n/E_1=0.001$, $\nu_1 = \nu_2=0.3$, $\lambda=0.3$ (кривые 1, 1', 3, 3'); $\lambda=0.15$ (кривые 2, 2'); $\mu=0$ (кривые 1, 2, 3); $\mu=0.3$ (кривые 1', 2', 3'); $R/l=8$ (кривые 1, 1', 2, 2'); $R/l=2.5$ (кривые 3, 3').

Для исследования эволюции поврежденности материала покрытия был рассмотрен случай фрикционного нагружения, соответствующий кривой 1' Рис 3.9. Как следует из (3.14), поврежденность зависит от показателя степени m и множителя c . В условиях, когда амплитудные значения максимальных касательных напряжений являются функцией расстояния от поверхности слоя, можно исключить из рассмотрения множитель c , если рассматривать временные отрезки относительно N^* – числа циклов до первого разрушения. Тогда показатель степени m становится единственным параметром, определяющим вид функции поврежденности.

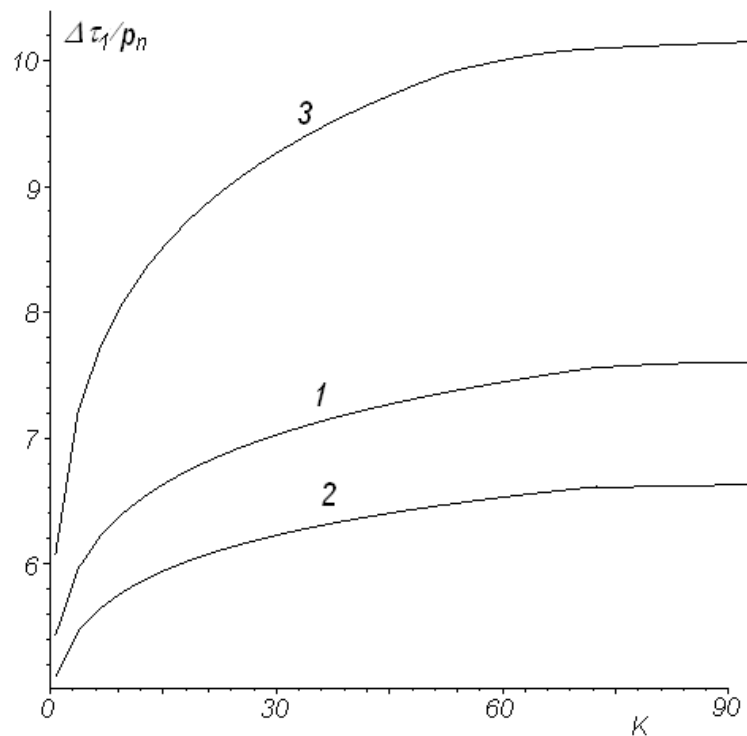
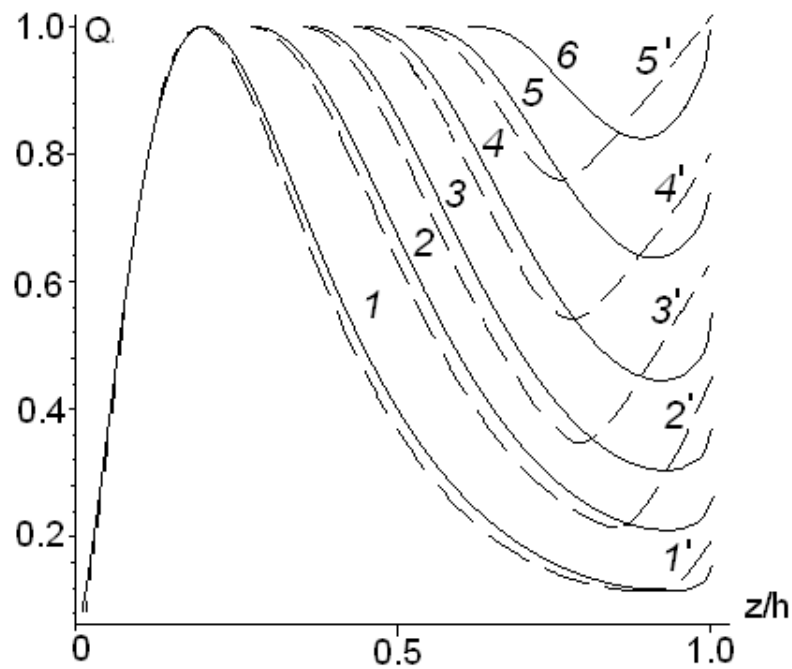


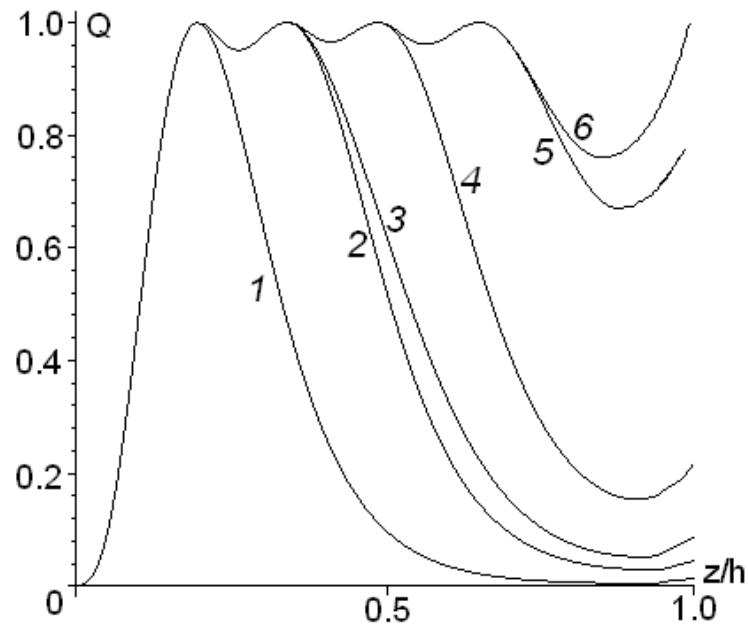
Рис. 3.10 Зависимость амплитуды максимальных касательных напряжений на границе раздела покрытия с подложкой от степени их сцепления: $\chi=2$, $p_n/E_1=0.001$, $R/l=8$, $\nu_1=\nu_2=0.3$, $\lambda=0.15$ (кривые 1, 3); $\lambda=0.3$ (кривая 2); $\mu=0$ (кривые 1, 2); $\mu=0.3$ (кривая 3).

Распределение поврежденности по толщине упругого слоя в разные моменты времени представлено на рис. 3.11 для случаев $m=2$ (рис. 3.11,а) и $m=5$ (рис. 3.11,б) при значениях параметров: $\chi=2$, $R/l=8$, $p_n/E_1=0.001$, $\nu_1=\nu_2=0.3$, $\lambda=0.3$, $\mu=0.3$. Сплошные кривые соответствуют случаю полного сцепления покрытия с подложкой, пунктирные – неполному сцеплению. В обоих случаях кривая 1 соответствует первому акту подповерхностного разрушения. Новая толщина слоя составляет 0.84 от первоначальной. В дальнейшем процесс разрушения проходит различным образом. В случае $m=2$ функция поврежденности при $n>N^*$ всегда имеет два максимума – главный максимум на поверхности и постоянно увеличивающийся локальный максимум на границе раздела слоя и основания. Таким образом, имеет место поверхностное изнашивание и, при достижении функцией поврежденности критического значения на границе раздела, отслаивание покрытия.

При $m = 5$ функция поврежденности после первого акта разрушения образует локальный максимум не только на границе раздела слоя и основания, но и на некоторой глубине внутри слоя. Этот локальный максимум со временем достигает критического значения и происходит следующий акт подповерхностного разрушения. В данном случае имеют место четыре акта подповерхностного разрушения. Между актами разрушения происходит поверхностное изнашивание. Так же, как и в случае $m = 2$, происходит накопление поврежденности на границе раздела слоя и основания, приводящее в итоге к отслаиванию покрытия.



a



б

Рис.3.11 Функция поврежденности в упругом слое; $m = 2$ (а), $m = 5$ (б); число циклов: $n/N^* = 1$ (кривые 1, 1'), 1.298 (кривые 2, 2'), 1.611 (кривые 3, 3'), 1.902 (кривые 4, 4'), 2.209 (кривые 5, 5'), and 2.612 (кривая б) на (а); $n/N^* = 1$ (кривые 1, 1'), 2.133 (кривые 2, 2'), 2.333 (кривые 3, 3'), 3.599 (кривые 4, 4'), 5.783 (кривые 5, 5'), and 6.067 (кривая б) на (б); $K=0$ (кривые 1, 2, 3, 4, 5, б), $K=100$ (кривые 1', 2', 3', 4', 5'); $\chi=2$, $p_n/E_1=0.001$, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, $\lambda'=0.3$, $\mu=0.3$, $R/l=8$.

Результаты расчета кинетики разрушения представлены на рис. 3.12 для $m=2$ (кривая 1), $m=5$ (кривые 2 и 3, отличающиеся степенью сцепления покрытия с подложкой). Для сравнения приведена кривая 4, построенная для однородного полупространства, материал которого обладает теми же упругими и прочностными свойствами ($m=2$), что и материал покрытия. Условия нагружения совпадают с условиями для двухслойного полупространства. Функция h_n/H характеризует смещение верхней границы упругого слоя (уменьшение толщины покрытия) вследствие его разрушения. Скачкообразные изменения функции соответствуют актам подповерхностного разрушения, сопровождающегося послойным отделением материала покрытия. Между ними происходит поверхностный износ, скорость которого не является постоянной. При $m=5$ временной отрезок

перед каждым следующим актом разрушения увеличивается, а толщина отделяемых слоев уменьшается. Сравнение кривых 2 и 3 позволяет сделать вывод о слабом влиянии неполного сцепления покрытия с подложкой на скорость изнашивания при данных значениях параметров.

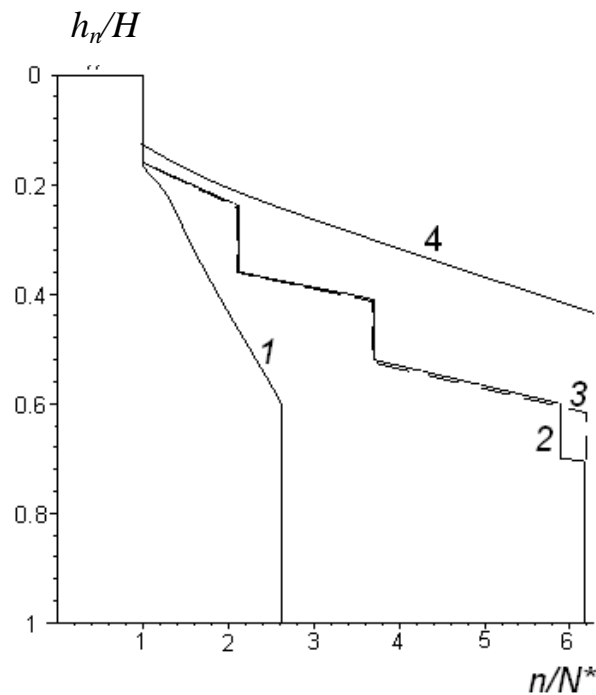


Рис. 3.12 Кинетика изменения толщины слоя; $\chi=2$ (кривые 1-3), $\chi=1$ (кривая 4), $p_n/E_1=0.001$, $\nu_1 = \nu_2=0.3$, $\lambda=0.3$, $\mu=0.3$, $R/l=8$; $m=2$ (кривые 1, 4), $m=5$ (кривые 2, 3), $K=0$ (кривые 1, 2, 4), $K=100$ (кривая 3).

Подобные исследования влияния показателя степени на процесс накопления контактно-усталостной повреждаемости проводились ранее для однородного полупространства при отсутствии трения [31]. Сравнение результатов показало, что характер влияния показателя степени m в законе накопления повреждений на кинетику разрушения (увеличение или уменьшение количества актов подповерхностного разрушения) подобен в обоих случаях. В то же время для случая однородного упругого полупространства при действии на систему постоянного номинального давления было установлено существование установившегося режима

изнашивания, характеризуемого постоянной скоростью поверхностного износа, рассчитываемой аналитически. Акты подповерхностного износа в виде отделения слоя конечной толщины проявлялись только на начальной стадии неустановившегося изнашивания (приработки). Расчеты, проведенные для фрикционного нагружения однородного упругого полупространства (кривая 3) также показали, что скорость изнашивания стремится к постоянному значению.

Таким образом, проведенное выше исследование показало существенное отличие кинетики изнашивания двухслойного полупространства от однородного. При наличии поверхностного относительно жесткого слоя процесс разрушения, как правило, не выходит на установившийся режим, скорость поверхностного изнашивания и толщина отделяемых фрагментов уменьшаются с уменьшением толщины слоя и возрастает поврежденность границы слоя с основанием, в результате чего в определенный момент возникает отслаивание покрытия.

В данных расчетах предполагалось, что начальная поврежденность материала слоя, в том числе и на границе раздела слоя с основанием, равна нулю. Заметим, что при заданной ненулевой начальной поврежденности на границе раздела может произойти более раннее отслаивание поверхностного слоя (покрытия).

Результаты расчетов при изменяющемся номинальном давлении.

Реальные шероховатые поверхности редко имеют структуру, позволяющую моделировать их одноуровневой системой инденторов. Сложное высотное распределение неровностей, волнистость поверхности, различного типа вибрации, имеющие место при фрикционном контакте, влияют на процесс накопления повреждений. Изучить это влияние можно, если рассмотреть нагружение с переменным значением номинального давления. В случае однородного упругого полупространства результаты, полученные для случайного характера распределения нагрузки в заданных

диапазонах [31], позволили объяснить некоторые экспериментальные данные по изнашиванию при трении. В связи с этим для исследования процесса накопления контактно-усталостных повреждений в покрытии также был выбран случайный характер распределения нагрузки. Пример распределения номинального давления во времени представлен на рис. 3.13. Рассматривались колебания номинального давления в пределах $\pm 80\%$ от среднего значения, расчёты перепада максимальных касательных напряжений проводились с шагом 0.1 от среднего номинального давления. Для суммирования поврежденности случайным образом проводилась выборка матрицы с перепадами максимальных касательных напряжений вида:

$$\begin{pmatrix} \Delta \tau_{\max}^{(1,1)} & 0 & & & \\ \Delta \tau_{\max}^{(2,1)} & \Delta \tau_{\max}^{(2,2)} & 0 & 0 & \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ \Delta \tau_{\max}^{(NN,1)} & \cdot & \cdot & \cdot & \Delta \tau_{\max}^{(NN,NN)} \end{pmatrix}, \quad (3.16)$$

где NN – число точек на отрезке от 0 до H (толщина покрытия), которое определяет, в каких точках рассчитывается перепад максимальных касательных напряжений и функция поврежденности. В данном случае для выбранного шага дискретного изменения давления и выбранного диапазона таких матриц было 17. Первый столбец матрицы определяет перепад максимальных касательных напряжений в покрытии начальной толщины, последний столбец, содержащий единственный элемент, получен для случая покрытия, изношенного до минимально возможной толщины H/NN .

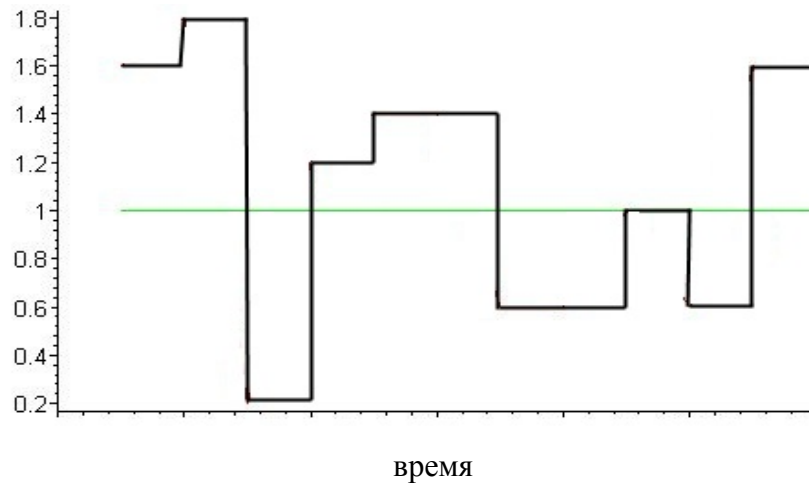


Рис. 3.13 Пример случайного процесса изменения номинального давления при фрикционном контакте.

Для исследования влияния характера изменения давления на процесс накопления поврежденности были проведены расчеты, позволяющие сравнить результаты с полученными в предыдущем разделе. На рис. 3.14 представлено распределение поврежденности по толщине упругого слоя в разные моменты времени при случайном характере распределения нагрузки, а на рис. 3.15 приведено сравнение кинетики изменения толщины слоя при постоянном номинальном давлении и меняющемся случайным образом. Кривые 1 на рис. 3.12 и рис. 3.15 совпадают.

Первое, что стоит отметить при сравнении результатов, что переменный характер нагружения приводит к появлению трех актов отделения слоев конечной толщины вместо одного, далее имеет место только поверхностное изнашивание. Для рассмотренного количества циклов разрушение на границе раздела не наступило, следовательно, имеет место замедление процесса накопления контактно-усталостных повреждений на границе раздела. Толщина первого отделяемого слоя конечной толщины меньше в случае случайно меняющегося номинального давления. Максимумы функции поврежденности в слое и на границе раздела слоя и полупространства являются более размытыми.

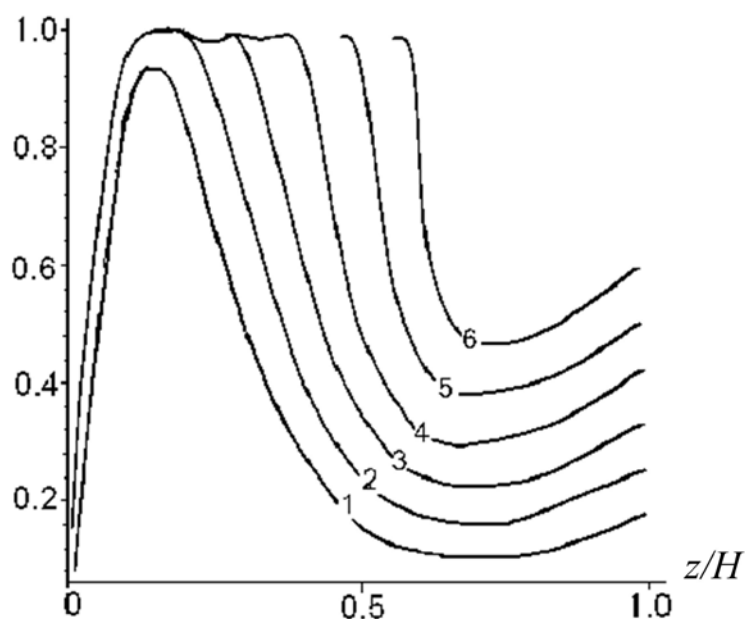


Рис. 3.14 Распределение поврежденности в покрытии (случайный характер распределения номинального давления); $m = 2$; число циклов: $n/N^* = 1$ (кривая 1), 1.298 (кривая 2), 1.611 (кривая 3), 1.902 (кривая 4), 2.209 (кривая 5), 2.612 (кривая 6); $K=0$; $\chi=2$, $p_n/E_1=0.001$, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, $\lambda=0.3$, $\mu=0.3$, $R/l=8$

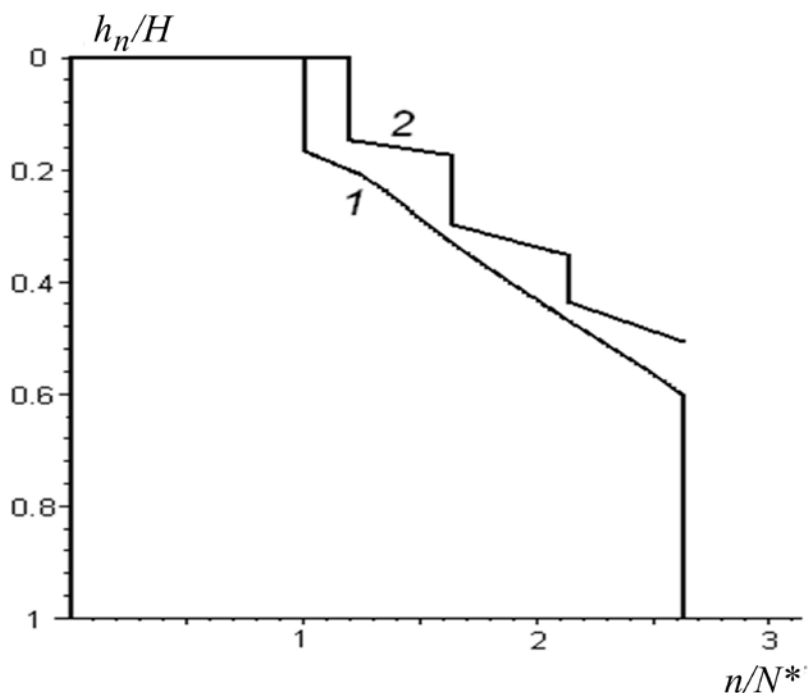


Рис. 3.15 Кинетика изменения толщины слоя; $\chi=2$, $p_n/E_1=0.001$, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, $\lambda=0.3$, $\mu=0.3$, $R/l=8$; $m = 2$, $K=0$, постоянное значение номинального давления (кривая 1), случайный характер распределения номинального давления (кривая 2).

3.3 Исследование контактно-усталостного изнашивания двухслойного упругого полупространства при смещении границы упругого слоя.

3.3.1 Постановка задачи

В предыдущем разделе проводился анализ кинетики контактно-усталостного изнашивания в предположении, что этот механизм изнашивания является единственным либо доминирующим настолько, что другими процессами, происходящими на поверхности, можно пренебречь. Тем не менее, при фрикционном контакте обычно имеют место и другие механизмы изнашивания (адгезионный, абразивный и др.), которые изменяют толщину покрытия и, таким образом, влияют на функцию накопления контактно-усталостных повреждений.

Рассмотрим следующие условия смещения границ упругого слоя во времени (рис.3.16):

$$\begin{aligned} z_1(t) &= H_0 - V_1 t - \Delta H(Q) \\ z_2 &= \text{const} \\ \dot{I} &= z_1(t) - z_2 \end{aligned} \tag{3.18}$$

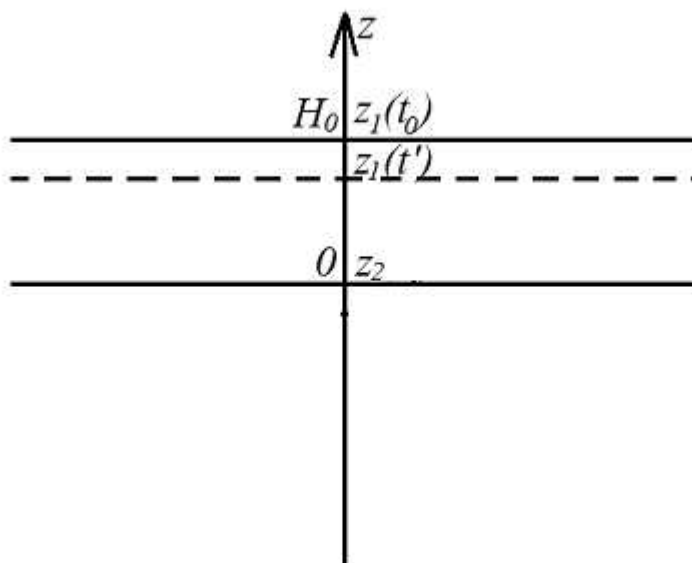


Рис. 3.16 Схема смещения границы упругого слоя.

Здесь H_0 – начальная толщина покрытия, V_1 – постоянная скорость изнашивания, имеющая природу, отличную от усталостной, $\Delta H(Q)$ – зависящее от накопленной поврежденности смещение верхней границы слоя.

Анализ максимальных касательных напряжений, проведенный в Главе 2 для относительно мягких покрытий, показал, что в этом случае напряжения на границе раздела покрытия с подложкой могут быть больше в материале подложки. В таком случае необходимо рассматривать процесс накопления контактно-усталостных повреждений не только в покрытии, но и в подложке. В этом случае повышается количество входных параметров в задаче. Исходные данные, необходимые для расчета напряженного состояния и поврежденности, сведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1. Данные, необходимые для расчета напряженного состояния и поврежденности

Расчет напряженного состояния	Расчет поврежденности
Модули упругости покрытия и подложки	Параметры в законе накопления контактно-усталостных повреждений в покрытии и подложке
Начальная толщина покрытия	Скорость изнашивания покрытия (дополнительные, не контактно-усталостные механизмы изнашивания)
Нагрузка (среднее давление)	
Коэффициент трения	
Геометрия контакта	

Результаты расчетов

Ниже будут приведены данные, которые были использованы для расчета кинетики накопления контактно-усталостных повреждений в относительно мягком слое на поверхности стали и описаны результаты этих расчетов.

Модуль упругости подложки $E_2=162$ ГПа. Модуль упругости поверхностного слоя полагался равным $E_1=70$ ГПа. Номинальное давление – $p_n=66,4$ МПа. Из подборки шероховатых поверхностей, характерных для стали, была выбрана шероховатость, обеспечивающая наиболее быстрое накопление контактно-усталостных повреждений (рис. 3.17), т.е. характеризующаяся относительно большим расстоянием между неровностями и малым радиусом закругления в области контакта. Кроме того данная шероховатость в первом приближении может моделироваться одноуровневой системой инденторов. В предыдущих разделах показано, что увеличение радиуса и уменьшение периода решетки в модели приводит к тому, что поле напряжений становится более равномерным и перепад напряжений, возникающий при скольжении, уменьшается; следовательно, уменьшается и скорость накопления повреждений в материале. Начальная толщина поверхностного слоя H_0 принималась равной 10 мкм, коэффициент трения $\mu=0.1$.

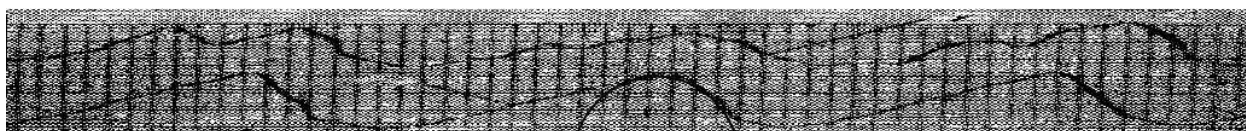


Рис. 3.17 Профили поверхности, использованные при построении модели шероховатости; радиус неровности – 17 мкм, период – 87 мкм

Скорость изнашивания, не имеющего усталостную природу, полагалась равной 0.5 мкм за $0.5 \cdot 10^6$ циклов нагружения, под циклом нагружения здесь следует понимать проскальзывание на расстояние, равное одному периоду решетки в модели.

Для расчета были выбраны следующие параметры в законе накопления поврежденности: для материала подложки $c = 0.3 \cdot 10^{-16}$, $m = 1.1$; для материала слоя использовались два варианта – $c = 3 \cdot 10^{-26}$, $m = 2$ и $c = 4 \cdot 10^{-31}$, $m = 2.5$.

Результаты расчета напряжений. На рис. 3.18 приведены результаты расчета перепада напряжений по толщине слоя и в подложке при разной толщине слоя. Значение 10 мкм соответствует положению границы раздела пленки и подложки, 0 – начальное положение поверхности контакта. При изнашивании либо усталостном разрушении слоя меняется толщина покрытия. Кривые 1-6 соответствуют толщинам 10.0, 8.5, 7.0, 5.5, 4.0, 2.5 мкм. Рост значений напряжений связан с ростом общей жесткости системы пленка-подложка при уменьшении толщины пленки. Точка максимума меняет свое положение относительно границы раздела. При этом всегда на границе раздела есть локальная концентрация напряжений.

Расчет накопления поврежденности ($c = 3 \cdot 10^{-26}$, $m = 2$). Здесь будут приведены и описаны результаты исследования процесса накопления контактно-усталостных повреждений в случае, когда скорость изнашивания, не имеющего усталостную природу, и скорость роста пленки вглубь пренебрежимо малы и не учитываются (I), во втором случае учитывается только смещение границы, связанное с износом (II).

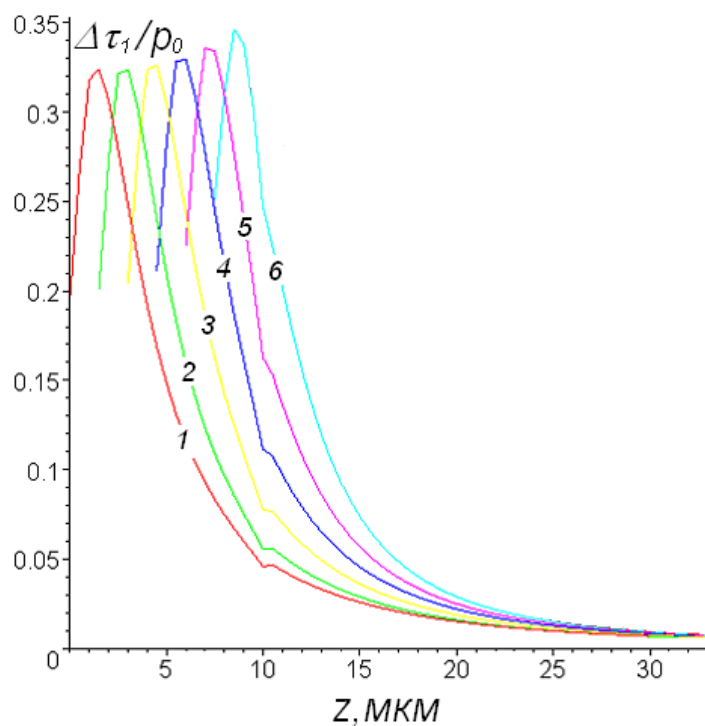


Рис. 3.18 Перепад максимальных касательных напряжений в слое и в основном материале, $p_n = 0.17 \cdot 10^{11}$ Па.

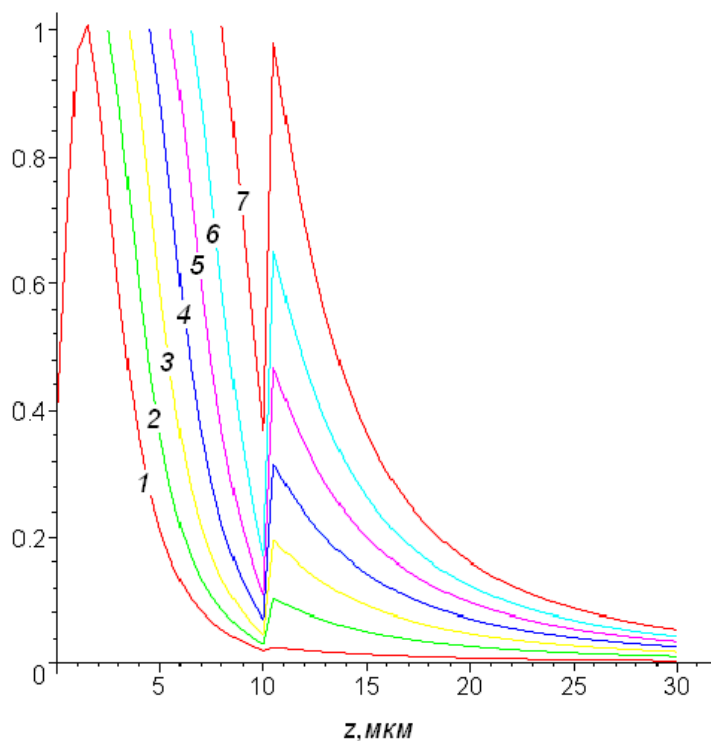


Рис. 3.19 Распределение поврежденности по глубине (I). Кривые 1-7 соответствуют количеству циклов $N=1040000, 1182896, 1519908, 1814781, 2108647, 2395835, 2892943$ соответственно.

На рис. 3.19 приведены распределения функции поврежденности по глубине на разных стадиях процесса. Функция поврежденности достигает максимально возможного значения, соответствующего разрушению под поверхностью на расстоянии 1.5 мкм (кривая 1). Происходит резкое изменение толщины слоя. Поврежденность на новой поверхности также имеет предельное значение, поэтому с каждым новым циклом уменьшается толщина слоя, то есть имеет место изнашивание, обусловленное накоплением контактно-усталостных повреждений. Одновременно с этим происходит накопление поврежденности в области локального максимума напряжений – на границе раздела пленки и основного материала, и когда в этой области поврежденность достигает предела, происходит отслаивание пленки. Результаты расчета обобщены на рис. 3.18, где представлена зависимость толщины пленки от числа циклов.

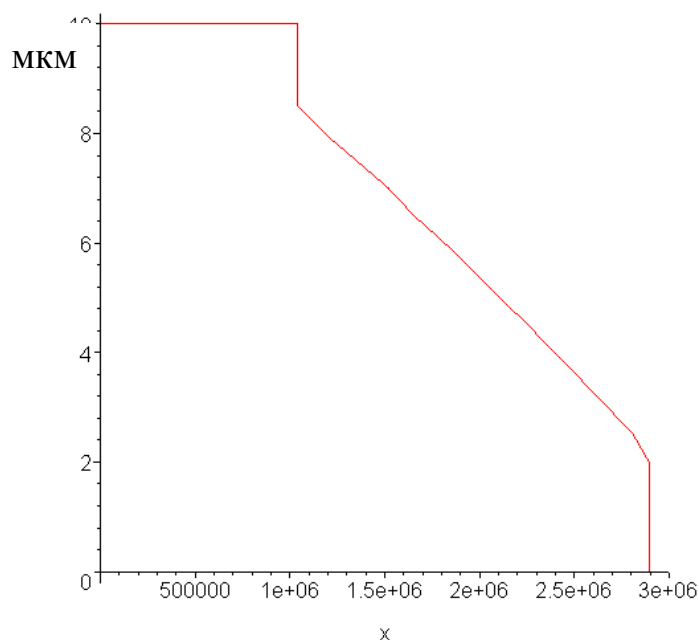


Рис. 3.20 Зависимость толщины пленки от числа циклов (I)

В расчетах, результаты которых приведены на рис. 3.21 и 3.22, учитывалось смещение границы пленки из-за изнашивания, не имеющего усталостную природу. Кривые 1 и 2 получены для относительно малого

числа циклов, когда функция поврежденности не достигает порогового значения, но есть смещение поверхности, обусловленное износом. В отличие от результатов, приведенных на рис. 3.19 и рис. 3.20, нет мгновенного изменения толщины пленки на глубине 1.5 мкм, но скорость изнашивания здесь резко возрастает, а затем опять падает. Более быстрое уменьшение толщины пленки приводит к ускорению полного отслаивания пленки на границе раздела. Следует отметить, что при повышении скорости изнашивания при определенных значениях (при рассматриваемых значениях параметров достаточно, чтобы за 10^6 циклов толщина покрытия уменьшалась на 1.5 мкм), поврежденность внутри пленки не успевает накапливаться и процессы разрушения в материале пленки не реализовываются, что не предотвращает отслаивание пленки.

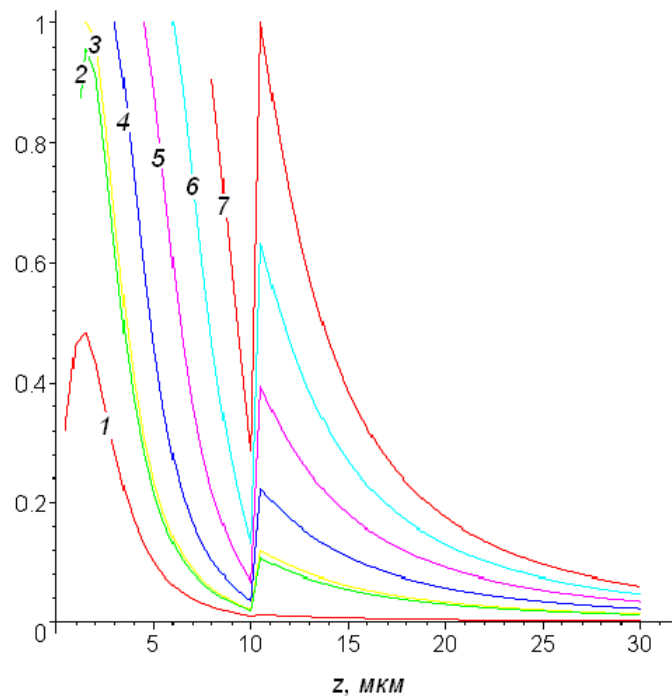


Рис. 3.21 Распределение поврежденности по глубине (II). Кривые 1-7 соответствуют количеству циклов $N = 500000, 1000000, 1063000, 1446000, 1903000, 2340000, 2782000$ соответственно.

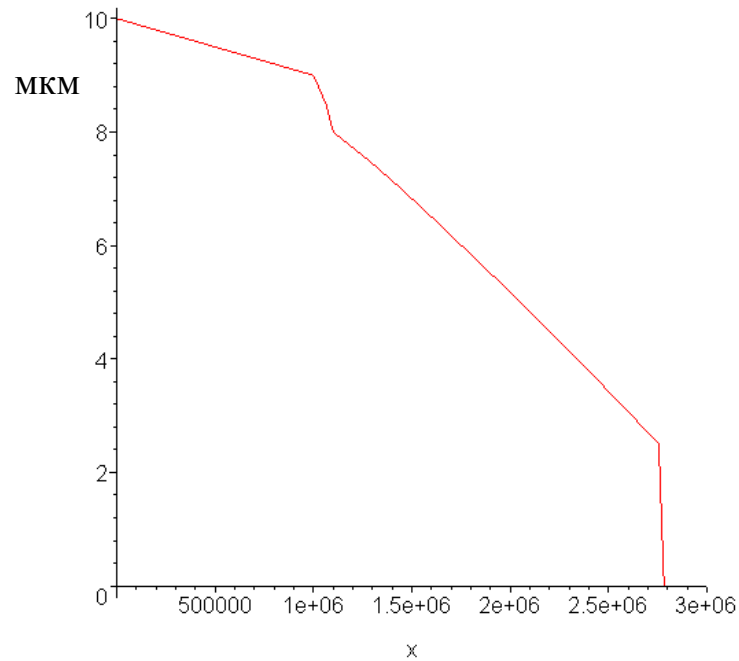


Рис. 3.22 Зависимость толщины пленки от числа циклов (II)

Расчет накопления поврежденности ($c = 4 \cdot 10^{-31}$, $m = 2.5$). Чтобы понять, насколько существенно на результатах расчетов может отразиться изменение параметров в законе накопления контактно-усталостных повреждений, была проведена вторая серия расчетов, все остальные параметры и все стадии расчетов аналогичны параметрам и стадиям первой серии. Параметры изменялись так, чтобы в случае (I) момент первого отделения слоя пленки конечной толщины совпадал для обеих серий расчетов. Тем не менее, результаты двух серий отличаются. Во всех случаях во второй серии меньше скорость изнашивания, обусловленного контактной усталостью, и позже наступает момент отслаивания пленки с границы с основным материалом. Рисунки 3.23, 3.25 иллюстрируют эволюцию функции накопления контактно-усталостных повреждений, рисунки 3.24, 3.26 – изменение толщины пленки для случаев (I) и (II).

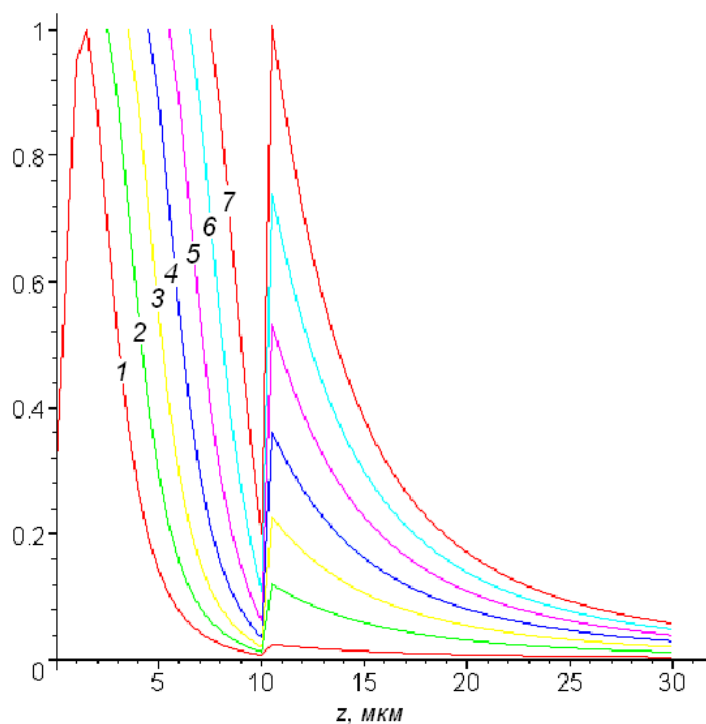


Рис. 3.23 Распределение поврежденности по глубине (I). Кривые 1-7 соответствуют количеству циклов $N=1027000$, 1416491 , 1759622 , 2101215 , 2432201 , 2748491 , 3054110 соответственно.

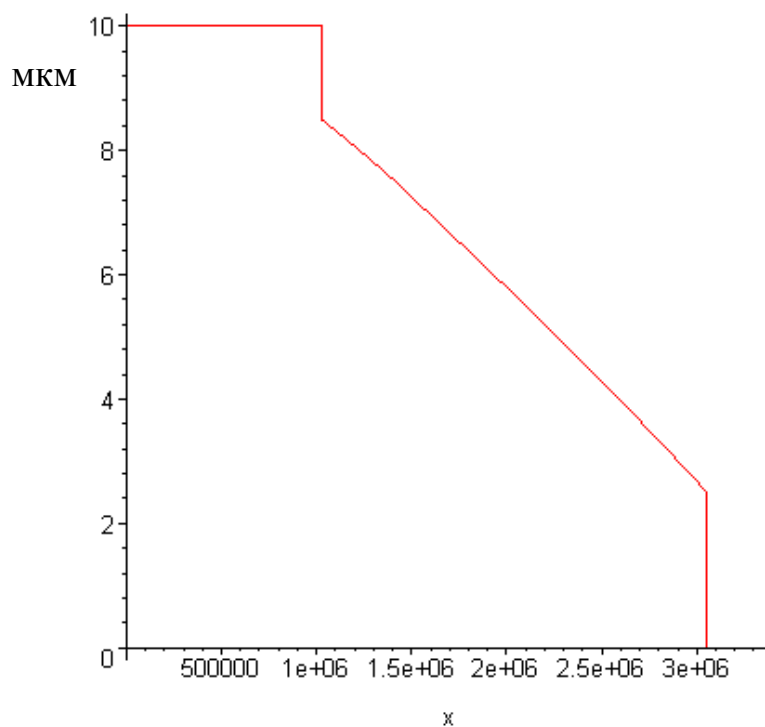


Рис. 3.24 Зависимость толщины пленки от числа циклов (I)

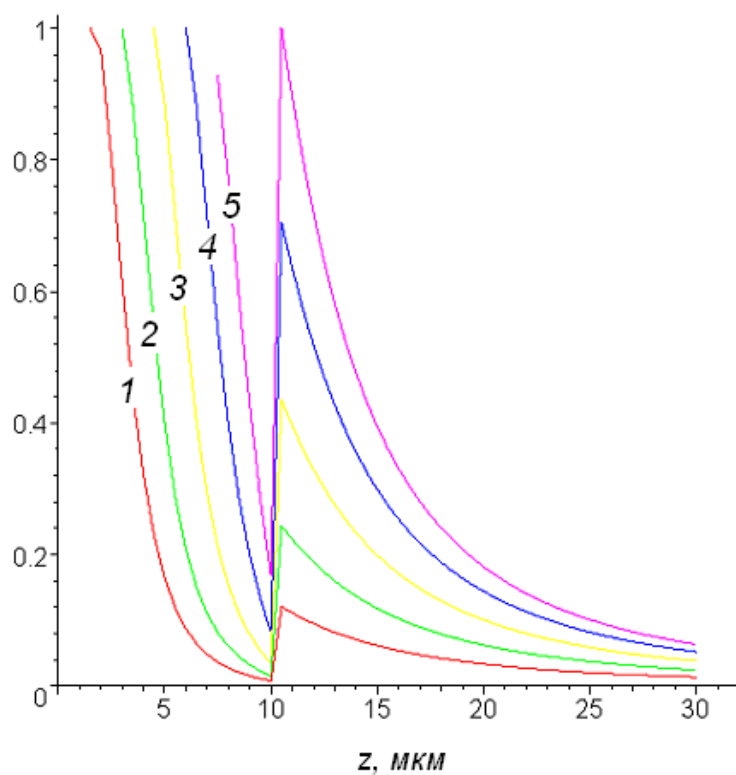


Рис. 3.25 Распределение поврежденности по глубине (II). Кривые 1-5 соответствуют количеству циклов $N = 1065000, 1523000, 2039000, 2531000, 2906000$ соответственно.

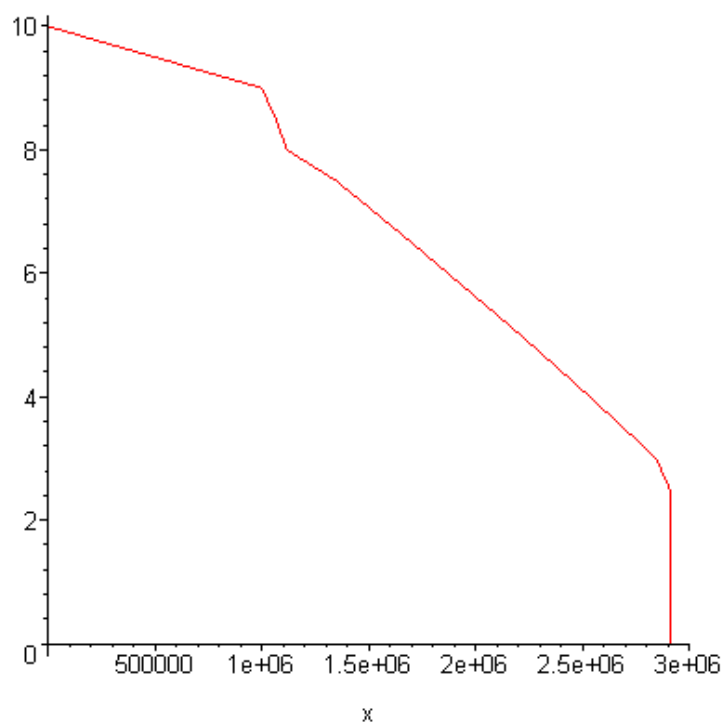


Рис. 3.26 Зависимость толщины пленки (мкм) от числа циклов (II)

Анализ результатов позволяет сделать следующие выводы, что в относительно мягком слое может иметь место послойное ее разрушение в результате развития подповерхностной трещины, поверхностный износ, имеющий усталостную природу, и отслаивание пленки по границе с основным материалом. Преобладание того или иного типа разрушения зависит от прочностных свойств материалов и амплитудных значений напряжений, которые определяются упругими свойствами, толщиной поверхностного слоя, нагрузкой, формой инденторов и плотностью их расположения.

Наличие процессов изнашивания поверхностного слоя, имеющих природу, отличную от усталостной, приводит к ускорению процесса отслаивания пленки, при этом, если эта скорость достаточно велика (при рассматриваемых значениях параметров достаточно, чтобы за 10^6 циклов толщина покрытия уменьшалась на 1.5 мкм), поврежденность внутри пленки не успевает накапливаться и процессы разрушения не реализовываются.

Выводы по Главе 3.

Данная глава посвящена моделированию контактно-усталостного разрушения двухслойного упругого полупространства при циклическом фрикционном нагружении.

Для единичного контакта индентора и тела с покрытием в условиях периодического нагружения исследована зависимость скорости накопления контактно-усталостных повреждений в двухслойном полупространстве в зависимости от степени сцепления слоев. Для случая одинаковых материалов покрытия и подложки (колесная сталь) показано, что концентрация напряжений за счет неполного сцепления слоев приводит к накоплению повреждений вблизи границы раздела.

Поставлена и решена задача об определении распределения напряжений в покрытии и подложке при контакте с периодической системой инденторов в условиях трения скольжения. Исследована кинетика накопления контактно-усталостных повреждений в покрытии и подложке за счет циклического нагружения периодической системой неровностей. Скорость накопления поврежденности зависит от амплитуды максимальных касательных напряжений. Моделируется изменение толщины покрытия за счет усталостного изнашивания, причем рассматриваемый механизм лежит в основе трех процессов: отделение слоев конечной толщины, изнашивание покрытий, отделение покрытия от подложки. Показано, что кинетика изнашивания существенно зависит от значений параметров в законе накопления поврежденности, а также от характера приложенной нагрузки – исследуются случаи постоянного и переменного распределения номинального давления для рассматриваемой периодической системы инденторов.

Анализ влияния поверхностного изнашивания, имеющего механизм, отличный от усталостного, на процесс накопления контактно-усталостных повреждений позволил сделать вывод, что изнашивание тормозит процесс

накопления поврежденности в покрытии, но при этом ускоряет этот процесс вблизи границы раздела.

Заключение

Целью работы является развитие направления механики фрикционного взаимодействия упругих тел с покрытиями, включающее постановки задач фрикционного контакта, совершенствование и адаптацию существующих методов механики контактного взаимодействия и механики разрушения, применение этих методов для анализа процессов, происходящих при трении покрытий, в том числе для ряда материалов – объектов экспериментального исследования.

В работе предложен численно-аналитический метод решения контактных задач и исследования напряженного состояния, возникающего при фрикционном взаимодействии тел с упругими покрытиями; метод основан на использовании интегральных преобразований Ханкеля и двойных интегральных преобразований Фурье, граничных элементов, итераций, и принципе суперпозиции. Преимуществами метода являются высокие точность и скорость расчетов за счет его аналитической составляющей, а также возможность использовать его для экспресс-оценок напряженного состояния и перемещений в выбранной области, например, на границе раздела слоев, без необходимости проведения расчета в других областях.

Разработанный метод был использован для решения ряда задач механики контактного взаимодействия тел с покрытиями с учетом трения и без трения. В частности, изучено влияние степени сцепления покрытия с подложкой на решение контактной задачи и распределение напряжений; рассмотрены контактные задачи для гладких осесимметричных инденторов различной формы; рассматривались задачи для покрытий с разным количеством однородных упругих слоев; изучено влияние трения на напряжения в покрытии, подложке и на границе раздела; последовательно рассмотрены задачи о единичном контакте гладкого осесимметричного индентора и слоистого упругого тела, периодическая контактная задача,

задача о контакте шероховатого индентора с учетом параметров макро- и микро-геометрии.

На основе решения задачи о фрикционном контакте периодической системы гладких инденторов и двухслойного упругого полупространства, а также некоторых подходов механики разрушения, проведено моделирование процесса накопления контактно-усталостных повреждений при циклическом нагружении, возникающем в процессе скольжения системы инденторов. Показано, что данный механизм позволяет описать три разных способа разрушения системы покрытие-подложка: отделение слоев конечной толщины, поверхностное изнашивание, отслоение покрытия от подложки.

Данная диссертационная работа выполнена в Лаборатории трибологии Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук; она была инициирована вопросами, возникавшими при исследовании покрытий в различных условиях фрикционного нагружения. В связи с этим работа содержит ряд теоретико-экспериментальных исследований, выполненных в соавторстве с экспериментаторами-трибологами и разработчиками новых материалов покрытий. В этих исследованиях удалось связать напряженное состояние, возникающее в покрытиях при трении, с механизмом их разрушения, а также определить упругие свойства новых материалов покрытий по результатам упругого индентирования. Таким образом, результаты работы частично использованы и будут использоваться в дальнейшем для решения практических задач трибологии.

Список литературы.

1. Айзикович С.М. Внедрение сферического индентора в полупространство с функционально-градиентным упругим покрытием // Доклады Академии наук, 2008, Т. 418, N. 2. С. 186
2. Айзикович С.М., Александров В.М., Васильев А.С., Кренев Л.И., Трубчик И.С. Аналитические решения смешанных осесимметричных задач для функционально-градиентных сред. М: Физматлит, 2011.
3. Айзикович С.М., Васильев А.С. Двухсторонний асимптотический метод решения интегрального уравнения контактной задачи о кручении неоднородного по глубине упругого полупространства // Прикладная математика и механика, 2013, Т. 77, N. 1. С. 129-137
4. Айзикович С.М., Калайда А.В., Кренев Л.И., Соболев Б.В. Экспериментальное и численно-аналитическое исследование взаимодействия штампа с неоднородным основанием // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки, 2010, N. 5. С. 59-62.
5. Александров В.М. Контактные задачи в трибологии. В кн.: Механика и научно-технический прогресс. М., 1988, Т.3, С. 170-180
6. Александров В.М., Клиндухов В.В. Контактные задачи для двухслойного упругого основания с неидеальной механической связью между слоями // Изв. РАН. МТТ, 2000, N. 3. С. 84-92
7. Александров В.М., Коваленко Е.В. О контактном взаимодействии тел с покрытиями при наличии износа // ДАН СССР, Т.275, N. 4. С.827-831.
8. Александров В.М., Мхитарян С.М. Контактные задачи для тел с упругими покрытиями и прослойками. М.: Наука, 1983. 488с.
9. Альперин И.Г. Задача о бесконечно длинной балке на упругой полуплоскости // ПММ, 1939, Т.2, N. 3.

10. Басков П.Б., Сахаров В.В., Берикашвили В.Ш., Ивкина О.В., Косов Д.Е., Мосягина И.В., Фролов Н.Н., Шарипова М.А.. Оксидная наноуровневая модификация поверхности неорганических материалов. // Рос. хим. ж. 2012, Т. 56, N. 1-2. С.36-43
11. Бируля А.К. Конструирование и расчет нежестких одежд автомобильных дорог. Москва, «Транспорт», 1964 – 168 с.
12. Бураго Н.Г., Журавлев А.Б., Никитин И.С. Модели многоосного усталостного разрушения и оценка долговечности элементов конструкций // Изв. РАН, МТТ, 2011, N. 6. С. 22-33
13. Галеркин Б.Г. Определение напряжений и перемещений в упругом изотропном теле с помощью трех функций. Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1952 – 391 с.
14. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости. М.: Гостехиздат, 1953 – 264 с.
15. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. М., 1980
16. Галин Л.А., Горячева И.Г. Пространственная контактная задача о движении штампа с трением // ПММ. 1982. Т.46, N. 6. С. 1016-1022
17. Горячева И.Г. Контактные задачи в трибологии. Дисс. докт. физ.-мат. наук. 1987
18. Горячева И.Г. Контактная задача теории упругости для системы изнашиваемых штампов // Изв. АН СССР, МТТ, 1987, N. 6, сс.62-68
19. Горячева И.Г. Периодическая контактная задача для упругого полупространства // ПММ, 1998, Т. 62, N.6. С. 1036-1044
20. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. М.: Наука, 2001 – 478 с.

21. Горячева И.Г., Добычин М.Н. Теоретические основы метода расчета жесткости стыка шероховатых тел с учетом взаимного влияния микроконтактов // *Машиноведение*, 1979, N.6, сс.66-71
22. Горячева И.Г., Добычин М.Н. Оценка точности метода расчета жесткости стыка шероховатых тел с учетом взаимного влияния микроконтактов // *Машиноведение*, 1980, N.1, сс.70-77
23. Горячева И.Г., Добычин М.Н. Контактные задачи в трибологии М.:1988.
24. Горячева И.Г., Мышкин Н.К., Торская Е.В., Корнев Ю.В., Гуцев Д.М., Кудрицкий В.Г. Моделирование фрикционного взаимодействия композиционных покрытий триботехнического назначения. // *Трение и износ*, 2012, Т.33, N.6, стр. 557-565
25. Горячева И.Г., Торская Е.В. Анализ напряженного состояния тел с покрытиями при множественном характере нагружения // *Трение и износ*, 1994, Т.16, N.3, сс.349-357
26. Горячева И.Г., Торская Е.В. Периодическая контактная задача для системы штампов и упругого слоя, сцепленного с упругим основанием // *Трение и износ*, 1995, Т. 17, N. 4. С. 642-652
27. Горячева И.Г., Торская Е.В. Напряженное состояние двухслойного упругого основания при неполном сцеплении слоев // *Трение и износ*, 1998, Т. 19, N. 3. С. 289-296
28. Горячева И.Г., Торская Е.В. Моделирование контактно-усталостного разрушения двухслойного основания // *Изв. РАН, МТТ*, 2008, N.3. С.426-436
29. Горячева И.Г., Фельдштейн И.В. Анализ влияния внутренней системы дефектов на напряженное состояние упругих тел // *Изв. РАН МТТ*, 1996, N.5. С.55-61

30. Горячева И.Г., Чекина О.Г. Управление формоизменением поверхностей при изнашивании. // Трение и износ, 1989, Т.10, N. 1. С. 5-12
31. Горячева И.Г., Чекина О.Г. Модель усталостного разрушения поверхностей. // Трение и износ, 1990, Т.11, N. 3. С. 389-400
32. Горячева И.Г., Чекина О.Г. Изнашивание поверхностей: от моделирования микроразрушения к анализу формоизменения // Изв. РАН, МТТ, 1999, N. 5. С.131-147
33. Демкин Н.Б. Фактическая площадь касания твердых поверхностей; Акад. наук СССР. Ин-т машиноведения. М. Изд-во Акад. наук СССР, 1962 – 111 с.
34. Демкин Н.Б. Контактное взаимодействие шероховатых поверхностей. М. : Наука, 1970 – 227 с.
35. Демкин Н.Б., Измайлов В.В. Зависимость эксплуатационных свойств фрикционного контакта от микрогеометрии контактирующих поверхностей // Трение и износ, 2010, Т. 31, N. 1. С. 68-77
36. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989
37. Иванов Н.Н., Зацепин А.Н., Корсунский М.Б., Мотылев Ю.Л., Пузаков Н.А., Тулаев А.Я. Проектирование нежестких дорожных одежд. Москва, Автотрансиздат, 1955 – 250 с.
38. Ионов В.Н., Огибалов П.М. Прочность пространственных элементов конструкций. М.: Высш. шк., 1972 – 752 с.
39. Коллинз Д. Повреждения материалов в конструкциях: Анализ, предсказание, предотвращение. М.: Мир, 1984 – 624 с.
40. Конструирование и расчет дорожных одежд. Под ред. Н.Н. Иванова. Москва, «Транспорт», 1973 – 328 с.

41. Контактно-усталостные повреждения колёс грузовых вагонов. Под редакцией Захарова С. М. М.: Интекст. 2004 – 160 с.
42. Крагельский И.В. Трение и износ, изд. 2-е. – М.: Машиностроение, 1968 – 480 с.
43. Крагельский И.В., Добычин М.Н., Комбалов В.С. Основы расчетов на трение и износ. М.: Машиностроение, 1977 – 576 с.
44. Кузнецов В.И. Упругое основание. М.: Гос. изд-во по науке и архитектуре, 1952
45. Кузнецов Е.А., Гороховский Г.А. О фактическом контактном давлении // Проблемы трения и изнашивания, 1977, вып. 12, С.10
46. Кузнецов Е.А., Гороховский Г.А. Влияние шероховатости на напряженное состояние тел при фрикционном взаимодействии // Прикл. механика, 1978, Т.14, N. 9. С. 62-68
47. Кузнецов Е.А., Гороховский Г.А. Колебательные процессы, сопровождающие внешнее трение шероховатых тел // Проблемы трения и изнашивания, 1979, вып.15, С.8
48. Кузнецов Е.А., Гороховский Г.А. Поля нормальных напряжений под скользящим периодическим индентором, моделирующим микрошероховатость поверхности // Проблемы трения и изнашивания, 1979, вып.16, С.6
49. Кузнецов Е.А., Гороховский Г.А. Влияние сил трения на распределение энергии под синусоидальным индентором // Проблемы трения и изнашивания, 1980, вып.18, С.6
50. Ларин Т.В. и др. Цельнокатанные железнодорожные колеса. М.: Трансжелдориздат, 1956 – 188 с.
51. Ляв А. Математическая теория упругости. М.-Л., ОНТИ НКТП, 1935 – 674 с.

52. Макушкин А.П., Крагельский И.В. Контактное шероховатых поверхностей через полимерный слой. // Трение и износ, 1986, Т.7, N 1. С. 5-15
53. Макушкин А.П. Исследование напряженно-деформированного состояния полимерного слоя при внедрении в него сферического индентора. // Трение и износ, 1984, Т.5, N 5, С. 823-832
54. Макушкин А.П. Напряженно-деформированное состояние упругого слоя при внедрении в него сферического индентора. Сообщение 1. Определение контактного давления // Трение и износ, 1990, Т.11, N 3. С.423-434
55. Макушкин А.П. Напряженно-деформированное состояние упругого слоя при внедрении в него сферического индентора. Сообщение 2. Напряжения в полимерном слое // Трение и износ, 1990, Т.11, N 4. С.602-608
56. Макушкин А.П. Полимеры в узлах трения и уплотнениях при низких температурах. М.: Машиностроение, 1993 – 228 с.
57. Можаровский В.В., Старжинский В.Е. Прикладная механика слоистых тел из композитов. Минск: Наука и техника, 1988 – 271 с.
58. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966 – 707 с.
59. Мышкин Н.К., Григорьев А.Я., Гуцев Д.М., Игнат М., Чайнет Э., Грандваллет В., Саутел Д. Триботехнические свойства тонких гальванических и химически осажденных Ni-P покрытий на меди // Трение и износ, 2010, Т. 31. N. 6. С. 544-551
60. Никишин В.С., Шапиро Г.С. Пространственные задачи теории упругости для многослойных сред. М.: Вычислительный центр АН СССР, 1970 – 258 с.

61. Петришин В.И., Приварников А.К., Шевляков Ю.А. К решению задач для многослойных оснований // Изв. АН СССР, Механика, 1965, N. 2, С. 138-143
62. Петришин В.И., Приварников А.К. Основные граничные задачи теории упругости для многослойных оснований // Прикладная механика, 1965, Т.1, С. 58-66
63. Приварников А.К., Ламзюк В.Д. Упругие многослойные основания. Днепропетровск, 1985 – 162 с.
64. Развитие теории контактных задач в СССР. Под. ред. Л.А. Галина. М.: Наука, 1976 – 496 с.
65. Регель Р.В., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Е. Кинетическая природа прочности твердых тел. М.: Наука, 1974 – 560 с.
66. Раппопорт Р.М. Задача Буссинеска для слоистого упругого полупространства. // Труды Ленинградского политехнического института, N. 5. Л., 1948
67. Раппопорт Р.М. К вопросу о построении решений осесимметричной и плоской задачи теории упругости многослойной среды. // Известия ВНИИГ, 1963, Т.73. С. 193-204
68. Раппопорт Р.М. Равновесие слоистого упругого полупространства при действии поверхностных сил (трехмерная задача) // Изв. ВНИИГ, 1966, Т. 80. С.62-75
69. Раппопорт Р.М. К вопросу о построении решения осесимметричной и плоской задач теории упругости для многослойной среды // Изв. ВНИИГ, 1963, Т. 73. С. 193-204
70. Рафф А.В. Модифицированные поверхностные слои и покрытия // Трибология: исследования и приложения: опыт США и стран СНГ. Под ред. В.А. Белого, К. Лудемы, Н.К. Мышкина. М.: Машиностроение; Нью-Йорк: Аллертон пресс, 1993. С. 190-301

71. Ростовцев Н. А. Храневская И.Е. Решение задачи Буссинеска для полупространства при степенной зависимости модуля упругости от глубины. // ПММ, 1971, вып.6. С.122-131
72. Сахаров В.В., Басков П.Б., Ивкина О.В., Мосягина И.В., Фролов Н.Н., Кочубеева С.Л., Шарипова М.А. Термодеструкционный химический синтез функциональных наноуровневых и микроразмерных оксидных слоев // Тр. 18 Международной научно-технической конференции «Высокие технологии в промышленности России (материалы и устройства функциональной электроники и микрофотоники)». М., 2012. С. 296-304
73. Себра Дж., Берт Д. Влияние волнистости и шероховатости поверхностей на распределение нормального давления при герцевских контактах. // Проблемы трения и смазки, Труды американского общества инженеров-механиков, 1988, N 2, С. 63-71
74. Солдатенков И.А. К решению контактной задачи теории упругости для толстой полосы со сцеплением // ПММ, Т.67, вып.5, 2003, С. 877-884
75. Солдатенков И.А. Внедрение со сцеплением гладкого штампа в упругую полуплоскость при наличии внешней пригрузки // Изв. РАН, МТТ, 2006, N. 1. С.10-15
76. Солдатенков И.А. Периодическая контактная задача плоской теории упругости. Учет трения, износа и сцепления // ПММ, Т. 77, вып. 2, 2013. С. 337-351
77. Горская Е.В. Анализ влияния трения на напряженное состояние тел с покрытиями // Трение и износ, 2002, Т. 23, N. 2. С. 130-138
78. Горская Е.В. Моделирование накопления контактно-усталостных повреждений в двухслойном полупространстве при неполном сцеплении слоев // МТТ, 2011, N. 6. С. 116-124

79. Торская Е.В. Моделирование фрикционного взаимодействия шероховатого индентора и двухслойного упругого полупространства // Физическая мезомеханика, 2012, Т. 15, N. 2, С. 31-36
80. Торская Е.В., Курбаткин И.И., Мезрин А.М., Морозов А.В., Муравьева Т.И., Фролов Н.Н., Сахаров В.В. Механические и трибологические свойства наноструктурированных покрытий на основе многокомпонентных оксидов. // Трение и износ, 2013, Т. 34, N.2. С. 129-137
81. Торская Е.В., Лушников Н.А., Лушников П.А. Анализ напряженно-деформированного состояния многослойных дорожных одежд // Трение и износ, 2008, Т.29, N. 2, С.204-210
82. Торская Е.В., Сошенков С.Н. Влияние износа на процесс накопления контактно-усталостной поврежденности в системе колесо-рельс // Трение и износ, 2006, Т. 27, N. 4, С. 378-387
83. Трубчик И.С., Айзикович С.М., Кренев Л.И. Смешанные задачи теории упругости для градиентных материалов. Федеральное агентство по образованию, Гос. образовательное учреждение высш. проф. образования Донской гос. технический ун-т. Ростов-на-Дону, 2009
84. Усеинов А.С. Измерение модуля Юнга сверхтвердых материалов с помощью сканирующего зондового микроскопа «НаноСкан» // Приборы и техника эксперимента, 2004, N. 1. С. 134-138
85. Усеинов А.С., Кравчук К.С., Львова Н. Измерение износостойкости сверхтонких наноструктурированных покрытий // Наноиндустрия, 2011, N. 4. С. 46-50
86. Усеинов А.С., Кравчук К.С., Русаков А.А. Комплексное исследование физико-механических и трибологических свойств сверхтонких гальванических покрытий // Мир гальваники, 2011, N. 3 (19). С.51

87. Усеинов А.С., Радзинский С.А., Кравчук К.С., Золкина И.Ю., Андреева Т.И., Симонов-Емельянов И.Д. Физико-механические свойства силосанового покрытия на полимерных подложках // Пластические массы, N. 4, 2012. С. 14-18
88. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. Л.: Наука, 1967 – 402 с.
89. Цеев Н.А., Козелкин В.В., Гуров А.А. Материалы для узлов сухого трения, работающих в вакууме. Справочник. М. Машиностроение. 1991 – 192 с.
90. Шапиро Г.С. Напряженное состояние бесконечной цилиндрической оболочки и неограниченной толстой плиты. // Доклады АН СССР, 1942, Т. 37, N. 9. С. 288
91. Шапиро Г.С. О распределении напряжений в неограниченном слое. // Прикладная математика и механика, 1944, 8, N 2. С. 167-168
92. Штаерман И.Я. Контактная задача теории упругости. М.-Л.: Гостехиздат, 1949 – 270 с.
93. Aizikovich S., Krenev L., Sevostianov I., Trubchik I. and Evich L. Evaluation of the elastic properties of a functionally-graded coating from the indentation measurements, ZAMM Z. Angew. Math. Mech., V.91, N. 6, 2011. P. 493-515
94. Aldrich-Smith G. Corrsion-wear of hard coated 316L austenitic stainless steel. PhDThesis, University of Leeds, 2000
95. Aldrich-Smith G., Jennett N. and Housden J. Adhesion of thin coatings // The VAMAS (TWA 22-2) interlaboratory exercise Surface and Coatings Technology, 2005, 197 (2-3). P. 336-344
96. Borodich F. M., Keer L. M. Contact problems and depth-sensing nanoindentation for frictionless and frictional boundary conditions

- // International Journal of Solids and Structures, 41 (9-10), 2004. P. 2479-2499
97. Cai S., Bhushan B. Three-dimensional sliding contact analysis of multilayered solids with rough surfaces // ASME J. Tribol., 129, 2007. P. 40-59
98. Chen W., Angel P. Impact and contact stress analyses in multilayer media // Int. J. Solids Structures, 1972, V. 8, P. 1257-1281
99. Chen W. Computation of stresses and displacements in layered media // Int. J. Engng. Sci., 1971, 9, P. 775-800
100. Cole S.J., Sayles R.S. A numerical model for the contact of layered elastic bodies with real rough surfaces. // Trib. 1991, N 11. P. 334-340
101. Dahm K.L., Torskaya E., Goryacheva I., Dearnley P.A. Tribological effects on subsurface interfaces // Proc. IMechE. Pt J: Engineering Tribology, 2007, V.221, N 3. P. 345-353
102. Dahm K.L., Aldrich-Smith G., & Dearnley P.A. Corrosion and corrosion wear behaviour of sputter-deposited Cr-based coatings // Euromat 99 V. 11 "Surface Engineering", H. Dimigen Ed., Wiley VCH, Weinheim, 2000, P. 65-70
103. Dearnley P.A., Dahm K.L. & Cimenoglu H. The corrosion-wear behaviour of thermally oxidized CP-Ti and Ti-6Al-4V // Wear, 2004, 256 (5) P. 469-479
104. Demkin N.B., Izmailov V.V. Surface topography and properties of frictional contacts // Tribology International, 1991, V. 24. N 1. P. 21-24
105. Erdemir A. Rolling-contact fatigue and wear resistance of hard coatings on bearing-steel substrates // Surf. Coat. Technol., 54/55, 1992. P. 482-489.
106. Fabrikant V.I. Solution of contact problems for a transversely isotropic elastic layer bounded to an elastic half-space // Proceedings of the

- Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2009, V. 223, N 11. P. 2487-2499
107. Fabrikant V.I. Contact problems for several transversely isotropic elastic layers bounded to an elastic half-space // ZAMM Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, 2011, V. 91, N 3. P. 214-246
 108. Gao, H., Chiu, C.H., and Lee, J. Elastic contact versus indentation modeling of multi-layered materials // Int. J. Solids Struct., 1992, 29 (20). P. 2471–2492.
 109. Giannakopoulos A.T., Suresh T. Indentation of solids with gradients in elastic properties. Part I Point force // Int J Solids Struct., 1997, 34 (19). P. 2357-2392
 110. Giannakopoulos A.E., Suresh S. Indentation of solids with gradients in elastic properties. Part II Axisymmetric indenters // Int J Solids Struct., 1997, 34 (19). P. 2393-2428
 111. Goodman L.E. Contact stress analysis of normally loaded rough spheres // ASME J. Appl. Mech., 1962, 29. P. 515-522
 112. Goryacheva I.G. Contact mechanics in tribology. Kluwer Academic Publishers, 1998 – 346 p.
 113. Goryacheva I.G. (2006) Mechanics of discrete contact // Tribology International, V.39. P.381-386
 114. Goryacheva I.G., Soshenkov S.N., Torskaya E.V. Modelling of wear and fatigue defect formation in wheel-rail contact // Vehicle System Dynamics, 2013, V. 51, N 6. P. 767-783
 115. Goryacheva I.G., Torskaya E.V. Modeling of fatigue wear of a two-layered elastic half-space in contact with periodic system of indenters // Wear, 2010, 286 (11-12), P. 1417-1422

116. Goryacheva I.G., Torskaya E.V. Stress and fracture analysis in periodic contact problem for coated bodies // *Fatigue and Fracture of Engng Materials and Structures*, 2003, V. 26. N 4. P. 343-348
117. Goryacheva I., Feldstein I. The method of investigation of defects system influence on stress-strain state of elastic bodies // *ZAMM*, 1996, V. 76, N 5. P. 173–174
118. Greenwood J.A., Williamson J.B.R. Contact of nominally flat surfaces // *Proc.Roy.soc.*, 1966, P. 295-300
119. Hamilton G.M., Goodman L.E. The stress field created by a cylinder sliding contact // *Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics*, V. 33, 1966. P. 371-377
120. Holmberg K., Matthews A. Coatings tribology – properties, mechanisms, techniques and applications in surface engineering // *Tribology and Interface Engineering Series N. 56*, 2009. Elsevier, Amsterdam, The Netherlands – 560 p.
121. Holmberg K., Laukkanen A., Ghabchi A., Rombouts M., Turunen E., Waudby R., Suhonen T., Valtonen K., Sarlin E. Computational modelling based wear resistance analysis of thick composite coatings // *Tribology International*. Elsevier, V. 72 (2014). P. 13-30
122. Houmid Bennani H., Takadom J. Finite element model of elastic stresses in thin coatings submitted to applied forces // *Surface and Coatings Technology*, 1999, V. 111. P. 80-85
123. Keer L.M., Zhou K. Stress field of a cluster of inhomogeneities embedded in an infinite matrix // *Proceedings of the 7-th EUROMECH Solid Mechanics Conference*, September 7-11, 2009. Instituto Superior Technico, Lisbon, Portugal
124. Kuo C.H., Keer L.M. Contact stress analyses of a layered transversely isotropic half-space // *Journal of Tribology*, 1992, V.114. P. 253-262.

125. Lemaitre J., Chaboche J.L. *Mechanics of solid materials*. Cambridge: University Press, 1994 – 556 p.
126. Marmi A.K., Habraken A.M., Duchene L. Multiaxial fatigue damage modeling of Ti6Al4V alloy // *Proc. 9th Int. Conf. of Multiaxial Fatigue and Fracture (ICMFF9) Parma, Italy, 2010*. P. 559-567
127. Marmi A.K., Habraken A.M., Duchene L. Multiaxial fatigue damage modeling at macro scale of Ti6Al4V alloy // *Int. J. Fatigue*, 2009, V. 31, N. 11. P. 2031–2040
128. McCool J.I. Comparison of models for the contact of rough surfaces // *Wear*, V.107, 1976. P. 37-60
129. McCool J.I. Elastic behavior of coated rough surfaces // *Proc. Leeds-Lyon Symposium on Mechanics of Coatings*, 16, 1990. P. 157-165.
130. Nogi T., Kato T. Influence of a hard surface layer on the limit of elastic contact. Part I: Analysis using a real surface model // *ASME J. Tribol.*, 119, 1997. P. 493-500
131. Nyqvist J.T., Kadiric A., Sayles R.S., Ioannides E. Three-dimensional analysis of multilayered rough surface contact // *WTC2013 Proceedings* (in electronic format), ISBN 9788890818509
132. Palmgren A. Sliding friction in ball bearings // *Eng. J.*, V.107, 1919. P. 289
133. Reidel W. *Electroless nickel plating*. Redwood Press, 1991
134. Ronkainen, H., Laukkanen, A., Holmberg, K. Modelling of friction and structural transformations in diamond-like carbon coating. In: Tarja Laitinen & Kim Wallin (Eds.), *Multiscale modelling and design for engineering application*, VTT Technology 77. VTT. Espoo; Espoo, 2013. P. 47-62

135. Sainsot Ph., Leroy J.M., Villechase B. Effect of surface coatings in a rough normally loaded contact // *Mechanics of Coatings (Tribology Series 17)*, 1990. P. 151-156
136. Thom R., Moore L., Sproul W.D., Chang T.P., Rolling contact fatigue tests of reactively sputtered nitride coatings of Ti, Zr, Hf, Mo, Ti–Al, Ti–Zr, Ti–Al–V on 440C stainless steel substrates // *Surf. Coatings Technol*, 62, 1993. P. 423-427
137. Torskaya E.V., Goryacheva I.G. The effect of interface imperfection and external loading on the axisymmetric contact with a coated solid// *Wear*, 2003, V. 254, N 5-6. P. 538-545
138. Zhou K., Keer L.M., Wang Q.J., Ai X.L., Sawamiphakdi K., Glaws P., Paire M., Che F.X. Interaction of multiple inhomogeneous inclusions beneath a surface // *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 2012, V. 217. P. 25-33