

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ им. А.Ю. ИШЛИНСКОГО
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

ЧАПЛИНА ТАТЬЯНА ОЛЕГОВНА

**ПЕРЕНОС ВЕЩЕСТВА В ВИХРЕВЫХ И ВОЛНОВЫХ ТЕЧЕНИЯХ
В ОДНОКОМПОНЕНТНЫХ И МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СРЕДАХ**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Москва – 2020

Оглавление

Введение	5
Глава 1 ВИХРЕВЫЕ ТЕЧЕНИЯ В ОДНОРОДНОЙ ЖИДКОСТИ.....	23
1.1 Общие вопросы теории вихревых течений	23
1.2 Экспериментальное моделирование вихревых течений: оборудование, методика лабораторных экспериментов и параметры изучаемых течений	26
1.3 Общая модель вихря в цилиндрическом контейнере	38
1.4 Геометрия поверхностной каверны и критические условия перестройки течения в составном вихре в контейнерах различной геометрии	39
1.5 Формы каверны составного вихря в чистой воде	47
1.6 Характерные процессы на свободной поверхности составного вихревого течения.....	58
1.7 Спиральная структура траекторий жидких частиц вблизи поверхности вихря	63
1.8 Течение вблизи диска	71
Выводы к Главе 1	78
Глава 2 ПЕРЕНОС РАСТВОРИМОЙ ПРИМЕСИ ИЗ КОМПАКТНОГО ИСТОЧНИКА В СОСТАВНОМ ВИХРЕ.....	80
2.1 Экспериментальные исследования переноса растворимых примесей в вихревом течении	81
2.2 Структурная устойчивость картины переноса растворимой примеси из пятна на поверхности составного вихря.....	83
2.3 Перенос смешивающейся примеси в толщу составного вихря.....	92
2.4 Визуализация и качественный анализ течения вблизи кромки диска	100
Выводы к Главе 2	112

Глава 3 ПЕРЕНОС НЕСМЕШИВАЮЩЕЙСЯ ПРИМЕСИ В СОСТАВНОМ ВИХРЕ	113
3.1 Составной вихрь в жидкости из двух несмешивающихся компонент	114
3.2 Экспериментальные исследования переноса несмешивающейся примеси в вихревом течении	120
3.3 Методика сравнения данных и построения аппроксимирующих кривых	152
3.4 Формы частичного распада масляного тела в составном вихре, образование прямых и обратных эмульсий	158
Выводы к Главе 3	168
Глава 4. ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ МАРКЕРОВ В ВИХРЕВОМ ТЕЧЕНИИ.....	170
4.1 Экспериментальные исследования перемещения твердотельных маркеров на поверхности вихря.....	171
4.2 Аналитическое представление движения маркеров по поверхности вихря ...	179
4.3 Экспериментальное исследование переноса смешивающейся примеси с твердотельного маркера на поверхности вихревого течения	197
4.4 Исследование конвективных вихревых течений, формирующихся при таянии льда, в многокомпонентных средах.....	200
Выводы к Главе 4	209
Глава 5 МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗЛИВА УГЛЕВОДОРОДОВ НА ПОВЕРХНОСТИ ВОДЫ.....	212
5.1 Эволюция нефти на поверхности воды.....	215
5.2 Аналитическое и численное моделирование формы пятна углеводородов на поверхности воды.....	223
5.3 Экспериментальное исследование растекания углеводородов на поверхности воды.....	231
5.4 Методы и средства ликвидации разливов нефти в океане.....	236

Выводы к Главе 5	253
Заключение	255
Благодарности	262
Список литературы:	263

Введение

Актуальность темы исследования и степень ее разработанности.

Изучение вихревых и волновых течений – одна из традиционных задач механики жидкости, практическая важность которой существенно выросла в последние годы. Структурные особенности вихревых течений – замкнутые или спиральные геометрии (и такие же траектории выделенных частиц), позволяют идентифицировать отдельные вихри на фоне сложных процессов и разрабатывать их теорию. Вихревые течения наблюдаются в естественных воздушных потоках (торнадо и тайфун) и широко используются в различных технических приложениях, таких как авиация, теплообмен, струйное осушение (spray drying), сепарация, обогащение, горение и т.д. [1].

В Мировом океане наблюдается большое разнообразие вихрей и вихревых движений. Обычно выделяют *фронтальные вихри*, *вихри открытого океана*, возникающие вследствие бароклинной неустойчивости; *топографические вихри*, связанные с обтеканием подводных препятствий водными массами, и *синоптические вихри*, порожденные атмосферными процессами (например, тайфунами). Различают циклонические и антициклонические вихри (по типу вращения), крупномасштабные, промежуточные и мезомасштабные (по пространственным масштабам), а также квазипостоянные, долгоживущие и короткоживущие (по времени существования) (рисунок 01).

Спутниковая информация даёт уникальную возможность увидеть картину вихревых движений в океане. Съёмки из космоса, выполненные в видимом, тепловом инфракрасном и радиодиапазонах, показали, что помимо крупномасштабных, долго живущих квазистационарных вихрей в океане (открытых, кстати, с помощью контактных измерений) существуют разнообразные разномасштабные вихревые образования со временем жизни от нескольких суток до нескольких недель. Удалось получить представление о пространственно-временных масштабах, механизмах формирования, эволюции и диссипации вихревых структур. Одна из проблем использования вихревых

устройств связана с потерей устойчивости осесимметричных закрученных потоков и возникновением в них разного рода сложных трехмерных нестационарных структур, влияющих на все процессы в вихревых аппаратах.



а

б

в

Рисунок 01 – Интенсивные вихри: а) - водяной смерч у побережья Флориды [2]; б) - вихрь, создаваемый авиационным двигателем [3] в) - структура морской среды у острова Готланд в Балтийском море [4].

Исследование вихревых течений представляет большой интерес в научном плане, поскольку в них реализуются различные физические эффекты, в том числе нелинейность, сингулярность, неустойчивость, генерация организованных (когерентных) образований.

Несмотря на многовековую историю гидродинамики, ведущую отсчет с работ Торричелли и Ньютона XVII века [5, 6], многие ее проблемы до сих пор остаются нерешенными. В первую очередь это относится к вихревым течениям. Описывающее движение ньютоновской жидкости уравнение Навье - Стокса, написанное в первой половине XIX века, содержит проблемы, которые на рубеже XX и XXI веков Математическим институтом Клея объявлены одной из семи проблем тысячелетия. Проблема расчетного предсказания характеристик течений, имеющих реальный практический интерес, зачастую далека от решения и чрезвычайно актуальна.

Изучение вихревых движений жидкости, начатое в основополагающей работе Гельмгольца [7] и продолженное выдающимися учеными позапрошлого

и начала прошлого века Кельвином [8, 9], Прандтлем [10], Пуанкаре [11], Жуковским [12] и др., остается актуальным, до настоящего времени, о чем свидетельствует большое количество монографий и статей.

Среди относительно недавно вышедших книг, посвященных аналитическим и численным, исследованиям вихревых течений можно назвать монографию Ф. Дж. Сэффмэна, изданную на русском языке в 2000 году [13], российских авторов С.В. Алексеенко, П.А. Куйбина и В.Л. Окулова [14], Соколовского М.А. [15], Гайфуллина А.М. [16], А.И. Головкина М.А., Головкина В.А. и Калявкина В.М. [17] и др.

Общая теория вихревых течений достаточно полно изложена в монографиях Ламба [18] и Вилля [19]. Родоначальником теории вихревого движения считается Г. Гельмгольц, который опубликовал в 1858 году свою работу «Об интеграле гидродинамических уравнений, соответствующих вихревому движению», в которой он впервые дал формулировку теоремы сохранения вихрей [20]. По этой теореме, при возникновении сил, которые удовлетворяют закону сохранения энергии, нельзя создать или исключить существующий вихрь, тем более изменить напряжение последнего.

Интегралы гидродинамических уравнений, которые являются основой появления теоремы сохранения вихрей, были выведены в 1815 году известным физиком Коши [21]. Однако нельзя не упомянуть об участии в создании частных случаев в данной теореме сохранения вихрей известного физика Лагранжа. В своей «Аналитической механике» (1788 г.п.) он доказывает, что движение идеальной жидкости, которая обладает потенциалом скоростей в определенный момент времени, остается неизменным на всем протяжении движения. В дальнейшем Коши и Стокс доказали, что любая частица идеальной жидкости не может получить вращательное движение при содействии окружающей среды, если она не обладает им в начальной точке отсчета времени.

На основе теорем Гельмгольца, итальянский ученый Бельтрами, вывел правило определения скоростей частиц сжимаемой жидкости, которая

находится в вихревом движении и замкнутом конечном объеме. Данное правило получило название теоремы Бельтрами и устанавливает электродинамические аналогии. Венгерский ученый Теодор фон Карман был первым, кто в 1911 г. обнаружил образование особой последовательности вихрей при обтекании кругового цилиндра, ось которого перпендикулярна встречному потоку, и описал условия ее формирования [22]. Вихревые дорожки Кармана продолжают изучать до сих пор, поскольку периодические выбросы подобных вихрей бывают настолько мощными, что могут вызвать колебания (резонанс) в самых разных объектах. Подтверждением их опасности служит разрушение таким вихрем в 1940 г. моста Такома-Нэрроуз (штат Вашингтон, США).

Вихревые течения имеют различную структуру в толще и на свободной поверхности жидкости, где они сосуществуют и взаимодействуют с волнами различной природы. Хотя факт существования вихрей различного типа, контактирующих со свободной поверхностью (таких как вертикальный вихрь Рэнкина [25] или полукольца Гельмгольца [20]), известен достаточно давно, важные вопросы их динамики и влияния на перенос вещества требуют более глубокого анализа.

Особый практический интерес представляет изучение процессов переноса вещества в атмосфере и океане. По мере роста экономики и развития производства в природную среду попадает все большее количество химически активных веществ и соединений, в том числе экологически опасных, которые попадают и в воздушный бассейн, и в гидросферу. Для контроля уровня загрязненности и обеспечения экологической безопасности или даже для планирования эвакуации людей необходимо оценивать перенос вещества из компактного источника в сложившихся гидрометеорологических условиях. На перенос вещества влияют течения в гидросфере – аналог ветра в атмосфере, вихри и волны (стоксов дрейф).

В настоящее время актуальной проблемой является описание перемещения в концентрированном вихре какого-либо объекта. Поскольку плавучий объект

обладает присущими ему физико-химическими характеристиками, отличающимися от характеристик жидкой среды, при описании его движения необходимо вводить поправки, учитывающие взаимодействие среды с объектом. Применительно к геофизике такие поправки могут оказаться полезными, например, при исследованиях, связанных с проблемой накопления пластикового мусора в центрах вихревых образований в открытом океане, а также для корректировки показаний различных зондов-дрифтеров, передающих информацию о морских и океанских течениях.

Рассмотрение процессов переноса вещества в таких сложных системах, какими являются природные водоемы, сопряжено со многими трудностями методического и принципиального характера: чрезвычайной сложностью проведения натурного эксперимента, сложностью и изменчивостью гидрофизических полей океана и гидрометеорологических условий во время исследований, а также в ряде случаев – сложностью и изменчивостью свойств переносимой субстанции. В этой связи особый интерес представляет изучение переноса маркеров в стационарных вихревых и волновых течениях, которые могут формироваться в лабораторных установках с неизменными внешними условиями. В этом случае можно избежать проблем, связанных с пространственной и временной изменчивостью природных источников вихревых образований и непосредственно проследить зависимости характерных параметров течения или характеристик перемещения твердотельных или иных объектов, помещенных в течение.

Цель диссертационной работы – экспериментальное исследование и создание теоретического описания динамики и структуры многофазных вихревых течений и характера переноса трех типов маркеров: твердотельных (льда, пластика), несмешивающихся с водой (нефть, масло, дизель) и растворимых (анилиновые красители, уранил).

Для достижения поставленных целей решены следующие задачи:

- выполнены экспериментальные исследования вихревых течений в контейнерах различной геометрии, а также при различных физических

параметрах экспериментов на оригинальных установках, модернизированных для изучения динамики формирования, структуры установившего течения и картины переноса вещества в вихревых течениях в широком диапазоне определяющих параметров. Оработана методика сбора и обработки экспериментальных данных.

- получена теоретическая зависимость, которая описывает универсальную геометрию вихревых каверн, возникающих в цилиндрических сосудах при вращении соосного диска, и совпадает как с экспериментальными данными, так и с полученной ранее моделью вихревого течения.
- впервые получены аналитические выражения, показывающие, что траектории жидких частиц вблизи поверхности вихря представляют собой трехмерные спирали, по которым происходит течение от периферии к центру вихря. Показано, что рассчитанные и визуализированные траектории жидких частиц хорошо согласуются между собой и относятся к классу пространственных логарифмических спиралей.
 - решена задача о течении вблизи диска, служащего индуктором составного вихревого течения, в предположении, что вращающийся индуктор контактирует только с жидкостью и при условии, что физические поля считаются стационарными и независимыми от азимутального угла φ . Показано, что относительно поверхности диска жидкие элементы движутся по логарифмическим спиральям.
 - проведены экспериментальные исследования переноса растворимой примеси в вихревом течении, которые подтвердили линейный характер зависимости глубины проникновения примеси вблизи вертикальной оси течения от времени. Установлено, что характерные особенности вихревого течения задаются в области

пограничного слоя на диске и затем переносятся с сохранением формы структуры течения во всю область, занимаемую жидкостью. Это подтверждается совпадением типов спирального движения жидких частиц на поверхности и вблизи диска.

- экспериментально изучена тонкая структура поверхностей раздела нефтяное тело – вода и жидкость (вода или несмешивающиеся углеводороды) – воздух в составном вихре, включая режим начала формирования эмульсий. В качестве объекта исследования были выбраны массово используемые жидкости (подсолнечное и авиационное масла, нефть, дизельное топливо, а также их смеси в разных пропорциях).

- впервые рассмотрена задача аналитического определения формы масляного тела в составном вихре на основе анализа уравнений механики разноплотных жидкостей с физически обоснованными граничными условиями. Получены зависимости, отражающие форму границ раздела фаз в вихревом течении жидкости, состоящей из двух компонент. Аналитические выражения, характеризующие форму нулевого приближения для границ раздела фаз в составном вихре, удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

- предложена теоретическая модель, объясняющая движение маркеров, помещенных на поверхность вихревого течения в однокомпонентной жидкости. Получено уравнение, описывающее движение центра масс маркера и представляющее логарифмическую спираль на поверхности вихревой воронки, которая совпадает с траекториями жидких частиц вблизи свободной поверхности. Экспериментальная зависимость угла вращения от угла поворота в области вращения твердого тела хорошо согласуется с теоретической зависимостью, полученной на основе предложенной математической модели.

- получены дифференциальные уравнения, определяющие форму масляного тела в предположении равенства угловых скоростей вращения масляного тела и окружающей жидкости (гипотеза «вмороженности масляного тела»). Получены численные решения для установившейся формы пятна углеводородов на поверхности покоящейся воды. Проведены экспериментальные исследования процесса растекания углеводородов из компактного пятна по поверхности воды при различных физических условиях – температуре и солености.

- проведены экспериментальные исследования сорбирующей способности различных материалов по отношению к нефтепродуктам, их водопоглощения и применения для ликвидации загрязнений поверхности воды углеводородами. Предложен оригинальный способ очистки водной поверхности от нефтяных загрязнений при помощи натуральной овечьей шерсти. Проведенная флуоресцентная диагностика процесса очистки воды показала, что шерсть сорбирует до 89% нефти в зависимости от ее начальной концентрации и количества сорбента.

Методы исследования:

Методы и подходы, использованные в ходе выполнения работы, отличаются высокой степенью оригинальности и новизны. Лабораторные эксперименты выполнялись на трех установках, позволяющих создавать стационарное вихревое течение и контролировать его параметры:

1. Установка «ВТК» (Вихревые течения с кручением) создана в лаборатории механики жидкостей ИПМех РАН для изучения закрученного потока, и входит в комплекс уникальных установок УНУ ГФК ИПМех РАН. Вихревое течение создавалось вращающимся диском, установленным на дне прозрачного цилиндрического контейнера. Для уменьшения оптических искажений контейнер помещался в открытый прямоугольный бассейн.

2. Часть экспериментов проводилась на установках для моделирования течений, вихревой поток в которых создается при помощи магнитного якоря, соединенного с мотором магнитным полем. В качестве индуктора вихревого течения используются магнитные мешалки: Intllab MS-500 и ES-6120 с подогревом. Кроме того, использовались контейнеры различной геометрии и размера. В данных экспериментах свободная поверхность оставалась открытой, что позволяет контролировать введение примеси и регистрировать тонкую структуру течения.

3. Совместно с коллегами из Института теплофизики им. С.С. Кутателадзе Сибирского отделения Российской академии наук часть экспериментов была проведена в замкнутых контейнерах круглого и квадратного сечения.

В экспериментах использовались маркеры трех типов: твердотельные (лед, пластик), несмешивающиеся с водой (нефть, масло, дизель, авиационное топливо, глицерин) и растворимые (анилиновые красители, уранил, спирт). В экспериментах, где для визуализации применялись частицы алюминиевой пудры, освещение исследуемой области течения проводилось с помощью лазерного луча, развернутого в плоскость плоскоцилиндрической линзой.

Была проделана серия экспериментов с твердотельными маркерами различной формы с целью выявить влияние управляемых внешних параметров на закономерности перемещения твердотельного маркера по поверхности вращающейся жидкости. Полипропиленовые объекты различной формы вводились уже в установившееся вихревое течение (как в чистую воду, так и с добавлением углеводов), одновременно с этим начиналась видеозапись эксперимента. Была разработана методика автоматической обработки результатов поведения маркера на свободной поверхности вихревого течения, основанная на преобразовании растрового изображения в векторное представление, которая позволяет значительно ускорить процесс обработки результатов проводимых экспериментов.

Также в работе представлены математические модели переноса различных типов маркеров в однофазных и многофазных жидкостях.

Рассмотрена задача аналитического определения формы масляного тела в составном вихре на основе анализа уравнений механики несмешивающихся жидкостей разной плотности с физически обоснованными граничными условиями. Получены зависимости, отражающие форму границы раздела фаз в вихревом течении жидкости, состоящей из нескольких компонент. Считалось, что все физические поля вблизи этих поверхностей не зависят ни от времени, ни от азимутальной координаты, эффекты поверхностного натяжения считаются малыми и не принимаются во внимание.

Кинетическая энергия вихря, возникающего в экспериментальной установке, сосредоточена главным образом в его вращении вокруг вертикальной оси, что учитывалось при получении аналитических зависимостей форм границ раздела фаз, выполненное в приближении отсутствия пограничных слоев и вертикальных потоков в объеме течения, ввиду значительно меньшего вклада этих течений в суммарную энергию вихря. Хорошее согласование построенных аппроксимирующих кривых и зарегистрированных в эксперименте форм границ раздела фаз свидетельствует в пользу применимости предложенного представления формы границ раздела фаз.

Аналитически исследована структура течения вблизи вращающегося диска, в предположении, что вращающийся индуктор контактирует только с жидкостью. Определены формы траекторий движущихся жидких частиц в толще воды вблизи диска. Совпадение типов спирального движения жидких частиц на поверхности и вблизи диска указывают на то, что характерные особенности вихревого течения задаются в области пограничного слоя на диске и затем переносятся во всю пространственную область, занимаемую жидкостью. Экспериментальное и теоретическое изучение вихревого течения показало, что траектории движущихся жидких частиц вблизи поверхности воды представляют собой пространственные спирали, по которым эти частицы движутся от периферии к центру вихря.

Обоснованность и достоверность результатов. Обоснованность и достоверность полученных результатов обеспечивается корректной постановкой задач, подтверждается воспроизводимостью результатов в пределах точности эксперимента, согласием результатов проведенных экспериментов с данными независимых опытов в диапазоне совпадения параметров, а также удовлетворительным согласием с расчетами по моделям, основанным на фундаментальных уравнениях механики жидкостей.

Научную новизну составляют следующие положения, выносимые на защиту:

Разработанная методика экспериментальных исследований динамики формирования, структуры установившего течения и картины переноса вещества в вихревых и волновых течениях в широком диапазоне определяющих параметров.

Результаты экспериментальных исследований динамики и структуры многофазных вихревых течений и характера переноса трех типов маркеров: твердотельных (льда, пластика), несмешивающихся с водой (нефть, масло, дизель) и растворимых (анилиновые красители, уранил).

Результаты экспериментальных исследований тонкой структуры поверхностей раздела нефтяное тело – вода и жидкость (вода или несмешивающиеся углеводороды) – воздух в составном вихре, включая режим начала формирования эмульсий.

Теоретическая модель, которая описывает универсальную геометрию вихревых каверн, показывающая, что траектории жидких частиц как вблизи поверхности вихря, так и относительно поверхности диска, представляют собой трехмерные логарифмические спирали, по которым происходит течение от периферии к центру вихря.

Аналитическая модель определения формы масляного тела в составном вихре, полученная на основе анализа уравнений механики разноплотных жидкостей с физически обоснованными граничными условиями.

Теоретическая модель, описывающая движение маркеров, имеющих центральную симметрию, помещенных на поверхность вихревого течения и подтверждающая экспериментальные наблюдения.

Научная новизна диссертационных исследований подтверждается публикациями в ведущих научных журналах РАН и зарубежных изданиях квартилей Q1 и Q3.

Теоретическая и практическая значимость. Актуальность исследований в данной области науки обосновывается необходимостью разработки аналитической и физической моделей процессов переноса различных примесей в многофазных вихревых течениях для решения физических, гидрофизических и экологических проблем. Полученные результаты позволяют более детально описать течение в толще составного вихревого течения. Результаты диссертационной работы важны, прежде всего, для лучшего понимания поведения различных примесей в циркуляционных течениях и более точного прогнозирования их распространения в природных условиях (в стратифицированной гидросфере и атмосфере), а также создадут основу для разработки обоснования выбора признаков перехода природных процессов в катастрофические состояния и локализации областей максимальной интенсивности протекающих процессов. Помимо фундаментального основания, данная работа имеет определенную прикладную направленность. Результаты исследований могут быть применены для усовершенствования многочисленных установок по разделению водонефтяных смесей и способов сохранения качества окружающей среды.

Полученные результаты вошли в отчеты по проектам РФФИ №14-01-00015 «Экспериментальное исследование динамики и картины переноса примесей в установившемся вихревом течении», РФФИ №18-01-00116 «Исследование переноса вещества в вихревых и волновых течениях в многокомпонентных средах».

Результаты работы включены в учебные пособия и методические указания лабораторного спецкурса физического факультета МГУ имени М.В.

Ломоносова, а также входят программу курсов «Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах», «Оптические лабораторные методы гидродинамики», «Методы лабораторного моделирования в геофизике».

Апробация работы. Результаты диссертации были представлены в виде докладов на Международных и российских конференциях: “Физические проблемы экологии” (Москва, 2007), «Потоки и структуры в жидкостях» (Санкт-Петербург, 2007; Москва, 2009; Владивосток, 2011, Санкт-Петербург, 2013), EGU (Вена, 2009, 2010, 2011), «Механика и наномеханика структурно-сложных и гетерогенных сред» (Москва, 2009), «Фундаментальные и прикладные аспекты инновационных проектов Физического факультета МГУ» (Москва, 2009; 2011), Коллоквиуме ЕвроМех531: «Вихри и волны: идентификация и взаимное влияние» (Москва, 2011), Международная научная школа молодых ученых и специалистов «Вихри и волны в сложных средах» (Москва, 2011; 2012; 2013, Калининград, 2015, Москва, 2016, 2017), Симпозиум IUTAM 12-3 «Волны в жидкостях: эффекты нелинейности, вращения, стратификации и диссипации» (Москва, 2012), XXIII Международный конгресс по теоретической и прикладной механике (ICTAM) (Пекин, 2012), Вторая всероссийская конференция по прикладной океанографии (Москва, 2013), IUTAM Modeling and Control of Transitional and Turbulent Flows (Даболим, 2014), Ломоносовские чтения (2015-2017), 8-ая Всероссийская конференция «Необратимые процессы в природе и технике» (Москва, 2015), Международная научная школа молодых ученых «Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах» (Москва, 2015 – 2019), «Новый форум наука и инновации – современные концепции» (Москва, 2019).

Результаты диссертации были доложены на семинаре «Проблемы механики сплошной среды» под руководством проф. С.В. Нестерова и проф. Д.В. Георгиевского (Москва, 2019).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 118 научных работах, из них: 35 статей в рецензируемых научных журналах, входящих в Перечень ВАК РФ и/или индексируемых в Web of Science/Scopus,

12 статей в рецензируемых научных журналах не из перечня ВАК, 5 монографий; 19 учебных пособий; 3 патента на полезную модель; 47 работ в сборниках тезисов докладов на научных конференциях.

Личный вклад автора:

Все основные результаты, выносимые на защиту и опубликованные в указанных работах, получены автором диссертации. Постановка задач исследования и научная проблематика разрабатывались диссертантом как единолично, так и при участии д.ф.-м.н. Ю.Д. Чашечкина и д.ф.-м.н. А.В. Кистовича, что обеспечило комплексный подход к изучению темы. Разработка измерительных систем на стадиях работы, апробация и их практическая реализация выполнялась сотрудниками научного коллектива под руководством и при непосредственном участии автора.

Работы [56, 71, 83] – написаны единолично автором.

В работах [39, 42, 43, 44, 62, 70, 72 – 75, 78, 79, 84, 88, 89, 91, 96, 131 - 133] автор лично готовила и проводила эксперименты по исследованию закономерностей распространения несмешивающихся примесей в вихревом течении и зависимостей изучаемого течения от физических свойств и объема примеси, от глубины, скорости и других параметров изучаемого течения, участвовала в модернизации и настройке экспериментального оборудования, автор лично выполняла обработку, интерпретацию и анализ экспериментальных данных, а также готовила рукописи статей.

В работах [59, 77, 90] помимо проведения эксперимента, обработки данных и подготовки рукописей статей, автор принимала участие в разработке и валидации математических моделей изучаемых физических процессов на основе полученных экспериментальных данных.

В работах [110, 128, 129, 134,] автором был разработан эскизный проект, создан макет и проведены испытания устройства для сбора углеводородов.

В патентах [135, 136] автору принадлежит идея использовать овечью шерсть, как в виде маркера для визуализации течений, так и в качестве сорбента для ликвидации разливов углеводородов на поверхности воды, автор

провела патентные исследования и участвовала в написании заявки на получение патентов на полезную модель.

Результаты, приведенные в данной диссертационной работе, неоднократно докладывались автором на международных и российских конференциях.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы.

Во **введении** обоснована актуальность темы исследования, приведена информация о степени ее разработанности, сформулированы цель работы и ее научная новизна. Приведена теоретическая и практическая значимость полученных результатов, их новизна, приведены основные положения, выносимые на защиту, и изложено краткое содержание диссертации по главам.

В **Главе 1** приводятся основы теории вихревых течений в жидкости со свободной поверхностью и требования к экспериментам по изучению процессов переноса вещества в установившемся вихревом течении. Приведено описание экспериментальных установок, используемых для моделирования вихревых течений, описано оборудование, методика лабораторных экспериментов и параметры изучаемых течений. Рассмотрена общая модель вихря в цилиндрическом контейнере, определены формы каверны составного вихря в чистой воде, геометрия поверхностной каверны и критические условия перестройки течения в составном вихре в контейнерах различной геометрии. Экспериментально и аналитически изучены процессы на свободной поверхности составного вихревого течения. Приводятся аналитические выражения, показывающие, что траектории жидких частиц вблизи поверхности вихря представляют собой трехмерные спирали, по которым происходит течение жидкости от периферии к центру вихря. Показано, что рассчитанные и визуализированные траектории жидких частиц хорошо согласуются между собой и относятся к классу пространственных логарифмических спиралей.

Решена задача о течении вблизи диска, служащего индуктором составного вихревого течения, в предположении, что вращающийся индуктор

контактирует только с жидкостью и при условии, что физические поля считаются стационарными и независимыми от азимутального угла φ . Показано, что относительно поверхности диска жидкие элементы движутся по логарифмическим спиральям.

В **Главе 2** представлены результаты экспериментальных исследований переноса растворимой примеси из компактного пятна на свободной поверхности жидкости и внутрь покоящейся или вовлеченной в составное вихревое движение жидкости, а также проведена визуализация и качественный анализ течения вблизи кромки диска. Рассчитана скорость изменения опускания красителя в толщу жидкости в зависимости от частоты вращения индуктора. Установлено, что характерные особенности вихревого течения задаются в области пограничного слоя на диске и затем переносятся с сохранением формы структуры течения во всю область, занимаемую жидкостью. Это подтверждается совпадением типов спирального движения жидких частиц на поверхности и вблизи диска.

В **Главе 3** представлены результаты экспериментальных исследований переноса несмешивающейся примеси из компактного пятна на свободной поверхности жидкости внутрь покоящейся или вовлеченной в составное вихревое движение жидкости, включая режим формирования эмульсий. В качестве несмешивающейся примеси использовались жидкие ненасыщенные жирные кислоты (касторовое, подсолнечное и авиационное масла), а также дизельное топливо, нефть, мазут и др. В Главе 3 также рассмотрена задача аналитического определения формы масляного тела в составном вихре на основе анализа уравнений механики разноплотных жидкостей с физически обоснованными граничными условиями. Получены зависимости, отражающие форму границ раздела фаз в вихревом течении жидкости, состоящей из двух компонент. Аналитические выражения, характеризующие форму нулевого приближения для границ раздела фаз в составном вихре, удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

Глава 4 посвящена проблеме визуализации вихревых течений путем внесения в движущуюся жидкость различного рода маркеров, а также проблеме измерения характеристик течения на основе наблюдаемых перемещений маркеров. В Главе 4 приведены результаты экспериментальных и теоретических исследований твердотельных маркеров разных форм и размеров в вихревом течении в многофазных жидкостях. Предложена теоретическая модель, объясняющая движение маркеров, помещенных на поверхность вихревого течения в однокомпонентной жидкости. Получено уравнение, описывающее движение центра масс маркера и представляющее логарифмическую спираль на поверхности вихревой воронки, которая совпадает с траекториями жидких частиц вблизи свободной поверхности. Экспериментальная зависимость угла вращения от угла поворота в области вращения твердого тела хорошо согласуется с теоретической зависимостью, полученной на основе предложенной математической модели. Также в Главе 4 приведены результаты экспериментальных исследований спонтанного вращения ледяных блоков разных размеров, помещенных как на твердую поверхность (алюминий, полиметилметакрилат, стекло, пенопласт, керамика), так и на поверхность бассейна с покоящейся водой определенной глубины при заданной температуре и предложено объяснение механизма возникновения самопроизвольного вращения льда.

В **Главе 5** классифицированы возможные источники разливов нефти и нефтепродуктов, вероятные риски разливов нефти при ее добыче на суше и на морском шельфе, а также при хранении и транспортировке нефти и нефтепродуктов вследствие аварий. Приводятся результаты исследования процесса растекания углеводородов с различными физико-химическими свойствами по поверхности воды. Впервые получены дифференциальные уравнения, определяющие форму масляного тела и их численные решения для установившейся формы пятна углеводородов на поверхности покоящейся воды.

В Главе 5 также приводится обзор существующих методик и сорбентов для ликвидации углеводородов с поверхности воды, изучены их

характеристики и принцип работы устройств, которые в настоящее время используются для ликвидации разливов нефти. Предложен оригинальный способ ликвидации разливов углеводородов с помощью природного сорбента – натуральной овечьей шерсти. Эффект формирования течений в покоящейся жидкости при сорбции нефтепродуктов и масел на волокнистых материалах, и в частности натуральной овечьей шерсти, может использоваться для повышения эффективности технологий ликвидации разливов углеводородов и очистки природных водоемов.

В заключении кратко перечислены основные результаты диссертации. Количество страниц диссертации – 275, в том числе таблиц – 27, иллюстраций – 116, источников – 136.

Глава 1 ВИХРЕВЫЕ ТЕЧЕНИЯ В ОДНОРОДНОЙ ЖИДКОСТИ

1.1 Общие вопросы теории вихревых течений

В последние годы большое внимание уделяется исследованию формирования вихрей, их тонкой структуры, внутренней динамики и распада. Результаты экспериментальных исследований не укладываются в единую модель, что затрудняет их сравнение и выделение общих свойств.

Особый интерес представляют вихревые течения, допускающие прямое сравнение с расчетами на основе фундаментальных уравнений, среди которых основным служит течение, генерируемое вращающимся диском в свободном пространстве [23], в узком неподвижном кожухе или в цилиндрической камере ограниченного объема, полностью заполненной жидкостью [24]. Изучение течений в прозрачном цилиндрическом контейнере, частично заполненном жидкостью, индуцируемых вращающимся диском, существенно расширяет диапазон применения различных методов исследования. Форма свободной поверхности отражает картину распределения давления, ее возмущения – характеристики крупномасштабных (инерциальных) и коротких спиральных волн, особенно трудных для исследования в заполненных контейнерах, где они также устойчиво регистрируются, как на поверхности диска, так и в толще жидкости.

Несмотря на продолжительную историю теоретических и экспериментальных исследований вихревых движений, многие вопросы остаются нерешенными. Существенное достижение в области теоретического описания вихря, примыкающего к свободной поверхности полубесконечной идеальной жидкости, принадлежит В. Рэнкину [25]. Полученное решение для профиля давления на свободной поверхности в жидкости с заданной завихренностью является одним из немногих, которые включают в себя изменение формы свободной поверхности, в то время как большинство решений предполагает их пренебрежимо малыми.

Для более полного и точного описания вихревых течений приведем определение завихренности. Завихренность - это характеристика течения

жидкости или газа, при котором мгновенная скорость вращения элементарных объемов среды не равна нулю всюду. Количественной мерой завихренности служит вектор $\Omega = \text{rot } \mathbf{v}$, где \mathbf{v} – скорость жидкости.

Если в безграничной жидкости имеется цилиндрическая вихревая трубка, поперечным сечением которой является круг радиуса a , то сечение вихря плоскостью движения представляет собой круг. Область твердотельного вращения, где сохраняется постоянная завихренность, обычно называется ядром вихря, внешняя область потенциального течения – оболочкой вихря. В вихре такого вида все вихревые линии являются прямыми, параллельными друг другу; все вихревые трубки – цилиндрами, образующие которых перпендикулярны плоскости движения. Такие вихри называют прямолинейными вихрями. В плоскости, перпендикулярной вихревым линиям, такое течение можно рассматривать как круговой вихрь. В предположении, что завихренность Ω в области радиуса a имеет постоянную величину, а вне этой области равна нулю, запишем уравнения для скорости движения жидкости.

$$(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\nabla p \quad (1.1.1)$$

$$\nabla \mathbf{v} = 0,$$

где p – нормированное на плотность давление.

Решение (1.1.1) для скорости является непрерывной функцией от координат, но состоит из двух частей

$$v = \frac{1}{2}\Omega r, \text{ при } r < a \text{ и, соответственно, } v = \frac{1}{2}\Omega \frac{a}{r}, \text{ при } r > a$$

$$\text{или } v = \frac{1}{2} \left(\Omega r \theta(a-r) + \frac{\Omega a}{r} \theta(r-a) \right), \text{ где } \theta \text{ – функция Хевисайда.}$$

Следует заметить, что круговой вихрь не индуцирует скорости в своем центре. Таким образом, центр кругового вихря, существующего в покоящейся жидкости, остается неподвижным.

Следующий шаг к построению модели вихря в поле тяжести – комбинированный вихрь Рэнкина. Это стационарный вихрь, примыкающий к поверхности полубесконечной идеальной жидкости (течение считается

независимым от азимутального угла, радиальная и вертикальная компоненты скорости сразу полагаются равными нулю, дополнительно накладывается условие потенциальности на течение в оболочке вихря). В этом случае, граничные условия системы уравнений (1.1.1) состоят из условия непрерывности давления и равенства нулю нормальной компоненты скорости на контактной поверхности.

Распределение тангенциальной компоненты скорости течения в вихре Рэнкина и профиль давления вдоль радиальной координаты, взятые из [25], приведены на рисунке 1.1.1.

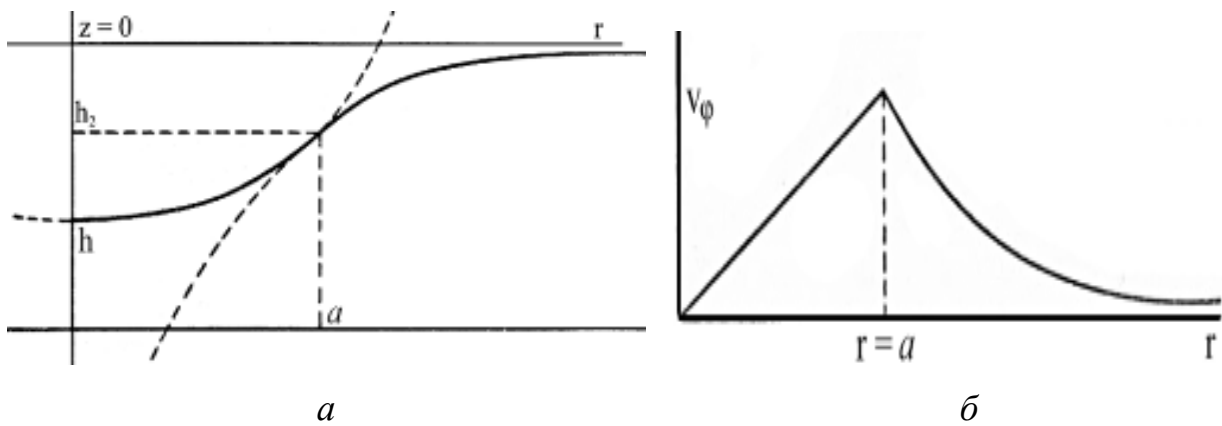


Рисунок 1.1.1 – Вихрь Рэнкина: а) – профиль давления и форма поверхности; б) – распределение тангенциальной скорости жидких частиц; от центра вращения вдоль радиальной координаты

На рисунке 1.1.1 введены следующие обозначения: h_2 – точка смены знака кривизны профиля давления, h – глубина прогиба свободной поверхности, a – радиус ядра вихря.

Редуцированный вид уравнения для давления в оболочке такого вихря ($r > a$):

$$p = p_0 + gz - \frac{\Omega^2 a^4}{2r^2}$$

В то время как в ядре вихря ($r < a$) уравнения движения

$$\frac{\partial p}{\partial r} = r\Omega^2 \text{ и } \frac{\partial p}{\partial z} = g$$

Для выполнения условия непрерывности давления необходимо, чтобы в точке $r = a$ давление во внешней и внутренней частях вихря совпадало. Исходя из этого условия давление в ядре вихря можно записать в виде:

$$p = p_0 + gz - \Omega^2 a^2 \left(1 - \frac{r^2}{2a^2} \right)$$

Следовательно, форма свободной поверхности, где $p = p_0$, определяется по профилю давления:

$$z = \frac{\Omega^2 a^2}{g} \left(\left(1 - \frac{r^2}{2a^2} \right) \theta(a - r) + \frac{a^2}{2r^2} \theta(r - a) \right) \quad (1.1.2)$$

Соответственно, над центром вихря свободная поверхность проседает на глубину $h = \Omega^2 a^2 / g$. Соответственно на графике профиля давления в комбинированном вихре становятся понятны обозначения.

1.2 Экспериментальное моделирование вихревых течений: оборудование, методика лабораторных экспериментов и параметры изучаемых течений

В настоящее время в мире активно работают несколько центров моделирования геофизических течений. В России центры лабораторного моделирования геофизических течений располагаются в Москве (Институт проблем механики Российской академии наук (ИПМех РАН), МГУ им. М.В. Ломоносова, Институт океанологии им П.П. Ширшова Российской академии наук, Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова Российской академии наук, Санкт Петербурге, Новосибирске (Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН), Нижнем Новгороде (Институт прикладной физики Российской академии наук).

Эксперименты, проделанные в цилиндрическом сосуде ограниченного объема, где течение создавалось вращением как верхней, так и нижней крышек

[26 - 28], дали результаты, по структуре и основным особенностям схожие с полученными в работах, где источником завихренности являлся только один из торцов цилиндрической камеры [24].

Реализация в лабораторных условиях стационарных вихревых течений также описана в [29] (контейнер с вращающимися индукторами с замкнутой жидкостью), а также в работах [30, 44], где в контейнере с различными вращающимися индукторами исследуется течение со свободной поверхностью. Работа [31] посвящена исследованию вихревого течения, возникающего при истечении жидкости из вращающегося цилиндра.

Серии экспериментов, проведенных с использованием цилиндрических контейнеров, движение жидкости в которых инициировалось вращением сразу обеих крышек [32 - 34], показали результаты схожие с данными экспериментальных работ, где источником завихренности являлся только один из торцов цилиндрической камеры [35]. Эксперименты с использованием смешивающейся примеси в качестве маркера проводились группой Т. Левеке и были опубликованы в [36]. Исследования поведения несмешивающейся примеси в цилиндре с вращающимся дном и сравнение с численным моделированием [37] показали возможность использования составного вихревого течения в качестве сепаратора для нефтепродуктов. Отсутствие данных о свойствах вихревых течений со свободной поверхностью и свойствах самой поверхности течений такого рода делает тему исследования актуальной.

Экспериментальные установки для моделирования вихревых течений

В ходе выполнения работы эксперименты проводились на трех установках, позволяющих создавать стационарное вихревое течение и контролировать его параметры.

1. Установка «ВТК» (Вихревые течения с кручением) создана в лаборатории механики жидкостей ИПМех РАН для изучения закрученного потока, и входит в комплекс уникальных установок УНУ ГФК ИПМех РАН, который создал профессор Ю.Д. Чашечкин. Экспериментальная установка создавалась с учетом следующих требований:

1. Простота механизма генерации вихревого течения;
2. Стационарность условий генерации вихревого течения;
3. Ограниченность объема жидкости, вовлеченной в вихревое течение, и его неизменность в ходе опыта;
4. Наблюдаемость картины течения оптическими методами во всех проекциях;
5. Практическая доступность максимального спектра областей течения для внесения зондов или маркеров.

Источником вихревого движения является вращение индукторов – гладких дисков, дисков с ребрами различной формы, винтов или прочих тел различной геометрии, которые размещаются у дна или поверхности контейнера. Схема экспериментальной установки приведена на рисунке 1.2.1, *а*, фотография – на рисунке 1.2.1, *б*. Вихревое течение создавалось вращающимся диском, установленным на дне прозрачного цилиндрического контейнера. Для уменьшения оптических искажений контейнер помещался в открытый прямоугольный бассейн из прозрачного полиметилметакрилата размерами $0.6 \times 0.45 \times 0.7 \text{ м}^3$. Все грани параллелепипеда выполнены из листового органического стекла толщиной 20 мм. Сквозь геометрический центр нижней грани проходит вал, соединенный напрямую с электромотором, ось вала совпадает с осью вращения электромотора. Для сохранения жесткости всей конструкции, она заключена в раму из металлического швеллера. Бассейн закрепляется внутри рамы при помощи винтов. Внутри бассейна вставлена цилиндрическая обечайка 2, внутренним диаметром 29.4 см. В центр обечайки через уплотнительный сальник входит ось, на которую устанавливается гладкий рабочий диск 3 толщиной 2 мм и диаметром 5, 10, 15, 20 и 29 см или модель другой формы. Верхняя кромка диска располагается на расстоянии 2 см от дна бассейна. В ряде опытов на уровне верхней кромки может быть установлено фальш-дно 4. Электромотор может вращать индуктор равномерно с различными угловыми скоростями. На оси располагается диск-маска 5 измерителя угловой скорости. Диск приводится во вращение электромотором 6,

работа которого управляется блоком 7. Частота его вращения в диапазоне от 200 до 2500 об/мин. регистрируется при помощи оптического датчика 8 и блока преобразования сигнала 9. Картина течения регистрируется с помощью фото или видеоаппаратуры 10. Управление экспериментом и регистрация данных ведется с помощью ЭВМ 11. Для визуализации течения может использоваться краска, которая вводится в выбранную часть объема при помощи дозирующей пипетки 12. Освещение для фотосъемки производится источником белого света 13 с рассеивающим экраном 14 или лампой ультрафиолетового света 15, бассейн оснащен гидравлической системой 16.

Бассейн заполняется водой. Уровень жидкости задается отдельно для каждой серии экспериментов. Условия освещения (угол и высота расположения прожектора) подбираются так, чтобы при дальнейшей обработке изображения все детали свободной поверхности жидкости были видны и различимы (граница свободная поверхность – воздух должна быть видна очень четко на всем своем протяжении и при каждом значении частоты вращения активатора). Регистрация формы свободной поверхности жидкости на всем протяжении эксперимента ведется с помощью цифровой фото- или видеокамеры [39].

В экспериментах использовались маркеры трех типов: твердотельные (лед, пластик), несмешивающиеся с водой (нефть, масло, дизель, авиационное топливо) и растворимые (анилиновые красители, уранил).

Эксперименты каждого типа проводились сериями. На протяжении всех серий экспериментов единственным неизменным параметром оставался радиус обечайки R_0 . В каждой из них фиксировались глубина слоя жидкости H и радиус диска-активатора R . Проводилась регистрация картины течения для зафиксированных геометрических параметров установки при различных частотах вращения активатора. Основной изменяемый параметр, при переходе от одной серии экспериментов к другой – радиус диска-активатора R . Следующий изменяемый параметр – глубина жидкости H . При каждом значении глубины жидкости менялась частота Ω .

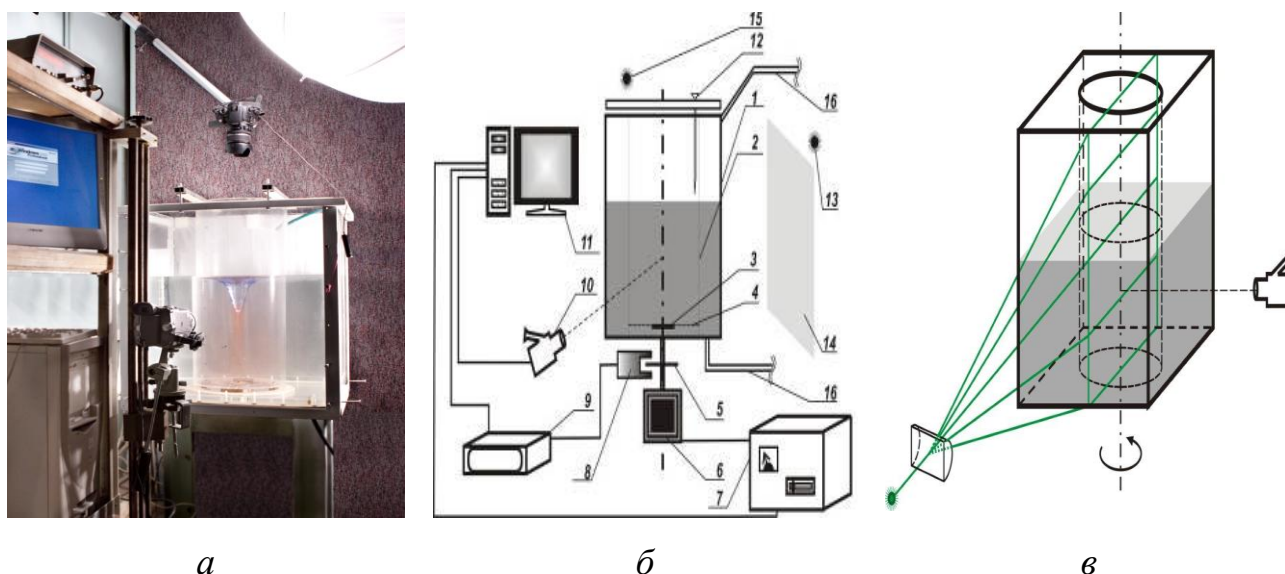


Рисунок 1.2.1 – Общий вид стенда для моделирования вихревых течений с кручением (ВТК) УСУ «ГФК ИПМех РАН»: *а)* – фото, *б, в)* – схема.

В экспериментах, где для визуализации применялись частицы (алюминиевая пудра, частицы которой имели пластинчатую форму $30 \times 30 \times 0.5$ мкм [38]), освещение исследуемой области течения проводилось с помощью лазерного луча, развернутого в плоскость плоскоцилиндрической линзой (для обозначения лазерного луча развернутого в плоскость в дальнейшем будем использовать термин лазерный нож).

В экспериментах использовался твердотельный лазер с диодной накачкой, работавший в непрерывном режиме, длина волны излучения которого равна 532 нм, а мощность – 500 мВт. Выбранное расстояние от лазера до установки и угол разворота луча линзой позволяли создавать измерительную область (область, освещаемая лазерным ножом) размер которой превышал площадь сечения рабочей области установки. Плоскость лазерного ножа могла быть развернута вертикально или горизонтально. В первом случае ее ориентировали таким образом, чтобы она проходила через геометрический центр вложенного в контейнер цилиндра под прямым углом по отношению к стенке внешнего контейнера. В случае горизонтального расположения лазерного ножа его направление выставлялось перпендикулярно стенке внешнего контейнера, а расстояние от дна было изменяемым параметром. Фиксация визуализированной

картины течения велась с помощью видеокамеры, оптическая ось которой была направлена перпендикулярно к плоскости лазерного ножа.

Диапазон изменения параметров задачи ограничен доступными значениями геометрических размеров установки и физических свойств жидкости. Для проведенных экспериментов число Рейнольдса (Re) изменяется от 50 до 100 000 (масштаб подобия течения), число Фруда (Fr) – от 0,1 до 15,0 (отношение скорости течения к скорости гравитационных волн). Характерный масштаб длины δ от 0,2 до 0,6 мм (пограничный слой Стокса – слой в котором на скорость течения влияют вязкие эффекты), отношение радиуса диска к радиусу обечайки R/R_0 , может изменяться от 0,17 до 1,00, отношение радиуса обечайки к высоте столба жидкости R_0/H – от 0,08 до 20,00. Среда не стратифицирована.

Установка Вихревые течения с магнитным индуктором (ВТМИ)

Часть экспериментов проводилась на установках для моделирования течений, вихревой поток в которых создается при помощи магнитного якоря, соединенного с мотором магнитным полем. В качестве индуктора вихревого течения используются магнитные мешалки: Intllab MS-500 и ES-6120 с подогревом.

Мешалки представляют собой корпус, изготовленный из металла или пластика, внутри которого находится электродвигатель, который, в свою очередь, под действием электрического тока приводит в движение магнитные элементы. Необходимое вещество помещается в контейнер из стекла или специального пластика, который кладут на специальную платформу магнитной мешалки. В сосуд помещается якорь, с помощью которого происходит перемешивание жидкости. Якорь для магнитной мешалки представляет собой магнитный стержень с инертным покрытием, выполненным из полиэтилена или тефлона. Якорь (мешальник) приводится в действие вращающимся магнитным полем от привода в корпусе прибора. Магнитная мешалка ES-6120 с

подогревом дополнительно оснащена нагревающим вкладышем, расположенным над электромагнитом.

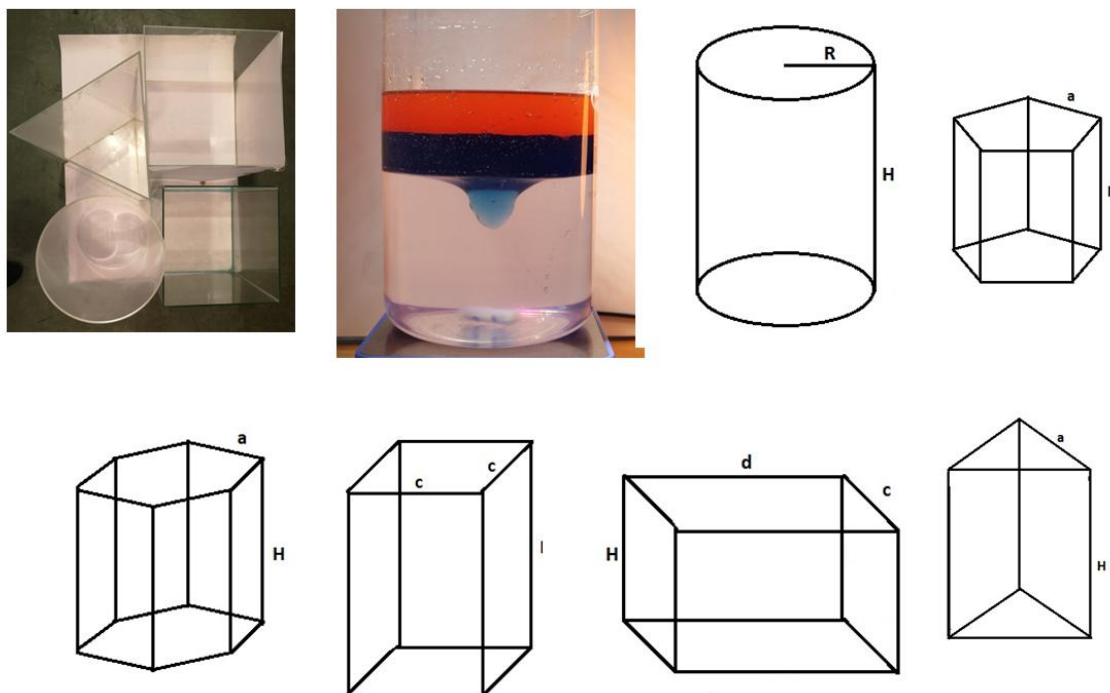


Рисунок 1.2.2 – Установка Вихревые течения с магнитным индуктором (ВТМИ)

В экспериментах использовались контейнеры разной формы и размеров (прямоугольные, квадратные, треугольные, а также цилиндрический) (рисунок 1.2.2). Характеристики контейнеров представлены в таблице 1.2.1.

Очевидно, что объем контейнера увеличивается с уменьшением количества углов в поперечном сечении при одинаковом относительном удлинении. Длина стороны a для всех конфигураций контейнеров, r - радиус окружности, описывающей полигональный контейнер, и отношение площадей многоугольников к площади цилиндра представлены в Таблице 1.2.2. S_N и S_{cyl} – площади поперечных сечений многоугольных и цилиндрического контейнеров соответственно [40].

Опыты проводятся после установления течения и окончания всех переходных процессов. Вначале производится регистрация картины течения и формы каверны на поверхности жидкости.

N	3	4	5	6	Парал.	Цилиндр	
H, мм	1	300	300	300	600	400	300
	2	600	600	600	-	-	600
	3	-	500	-	-	-	300
	4	-	-	-	-	-	300
	5	-	-	-	-	-	300
a, мм	1	300	300	300	300	300	-
	2	300	300	300	-	-	-
	3	-	350	-	-	-	-
b, мм	-	-	-	-	400	-	
R, мм	1	-	-	-	-	-	300
	2	-	-	-	-	-	300
	3	-	-	-	-	-	200
	4	-	-	-	-	-	150
	5	-	-	-	-	-	100
S_N/S_{cyl}		0,14	0,32	0,55	0,83	0,42	1
		0,31	0,72	1,23	1,86	0,95	1
		0,55	1,27	2,19	3,31	1,70	1
		1,24	2,86	4,93	7,44	3,82	1
		-	0,43	-	-	-	-
		-	0,97	-	-	-	-
		-	1,73	-	-	-	-
		-	3,90	-	-	-	-
a/H	1	1	1	1	0,5	0,75	
	2	0,5	0,5	0,5			
	3		0,7				

Таблица 1.2.2 – Геометрические параметры полигональных контейнеров

Совместно с коллегами из Института теплофизики им. С.С. Кутателадзе Сибирского отделения Российской академии наук часть экспериментов была проведена в замкнутых контейнерах круглого и квадратного сечения. Схема и подробное описание установки приведено в [40].

Параметры изучаемого течения

В простом по геометрии эксперименте возникало достаточно сложное течение, включающее как вихревую, так и волновые компоненты и в толще, и на свободной поверхности жидкости. Схема течения, возникающего при наличии свободной поверхности, показана на рисунке 1.2.3.

Равномерно вращающийся диск, вследствие условия прилипания, закручивает жидкость вокруг вертикальной оси и одновременно отбрасывает ее вдоль своей поверхности к стенке контейнера. Ускоренная жидкость поднимается вдоль стенок контейнера, смещается к центру вдоль свободной поверхности и погружается в окрестности оси вращения, формируя подтекающее к центру диска течение, компенсирующее постоянный перенос вещества вдоль его поверхности. Непосредственно над поверхностью диска частицы вращаются и одновременно смещаются от центра к кромке.

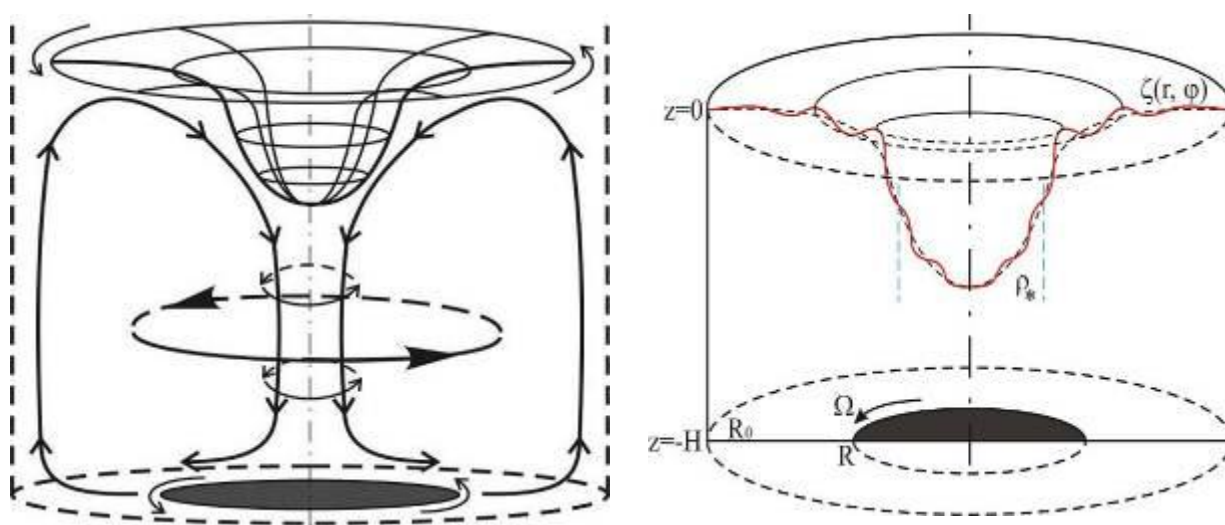


Рисунок 1.2.3 – Постулируемая схема течения, возникающего в цилиндрическом контейнере под действием диска: *а)* – общий вид; *б)* – центральное сечение свободной поверхности составного вихря с волновыми возмущениями

Наблюдаемую картину течения можно схематично свести к комбинации двух вихрей, один из которых вертикальный цилиндрический (вокруг вертикальной оси, угловая скорость ω_c), а другой – тороидальный, с круговой осью, охватывающей центральную вертикальную ось с локальной угловой скоростью ω_t (рисунок 1.2.3, *а*). В результате их совместного действия формируется сложное течение, в котором частицы жидкости движутся по

спиральным и винтовым траекториям. Композиционное течение, образованное наложением двух вихрей, характеризуется суммарной частотой $\omega = \omega_c + \omega_t$.

Вихревое течение формирует поверхностную каверну сложной формы, характеризующей распределение давления в жидкости (рисунок 1.2.3, б). Форма центрального сечения каверны характеризуется функцией $\zeta(r, \varphi)$, на которую накладываются периодические возмущения – волны различного вида (инерциальные, гравитационные, капиллярные), амплитуды и длины. Для их классификации используются характерные пространственно-временные масштабы, позволяющие разделить крупномасштабные (инерциальные волны) и более короткие спиральные волны меньшей амплитуды.

Глубина каверны зависит от радиуса цилиндрического контейнера R_0 , частоты вращения диска-активатора Ω , его размеров R и шероховатости, глубины слоя жидкости H .

Перемещения маркеров регистрировались для двух типов вихревого течения. Первый – течение однородной жидкости (рисунок 1.2.4, а), второй – течение базовой жидкости с небольшой порцией несмешивающейся легкой добавки, образующей в центральной части свободной поверхности «масляное тело» (рисунок 1.2.4, б).

Базовое течение создается вращающимся с заданной угловой скоростью диском. При высоких значениях частоты вращения индуктора на свободной поверхности образуется каверна, при дальнейшем увеличении частоты вращения искажаемая волнами различных типов (рисунок 1.2.4, в). Для первичного изучения закономерностей движения маркеров по поверхности вихревого течения частоты вращения индуктора выбирались таким образом, чтобы поверхностная каверна была наименее выраженной.

Собственные вертикальные колебания слоя жидкости глубиной H в поле силы тяжести g характеризует частота основной моды в приближении мелкой воды $\Omega_H = \sqrt{g/H}$. Равенство гравитационного g и центробежного $\Omega^2 R$ ускорений на кромке диска задает критическое значение инерциальной частоты

$\Omega_I = \sqrt{g/R}$. Другая критическая частота задается условием $\Omega_E = \sqrt{gH}/R$. Приведенные частоты связаны соотношением $\Omega_I^2 = \Omega_H \Omega_E$. При переходе частоты вращения диска через указанные критические значения может меняться картина течения.

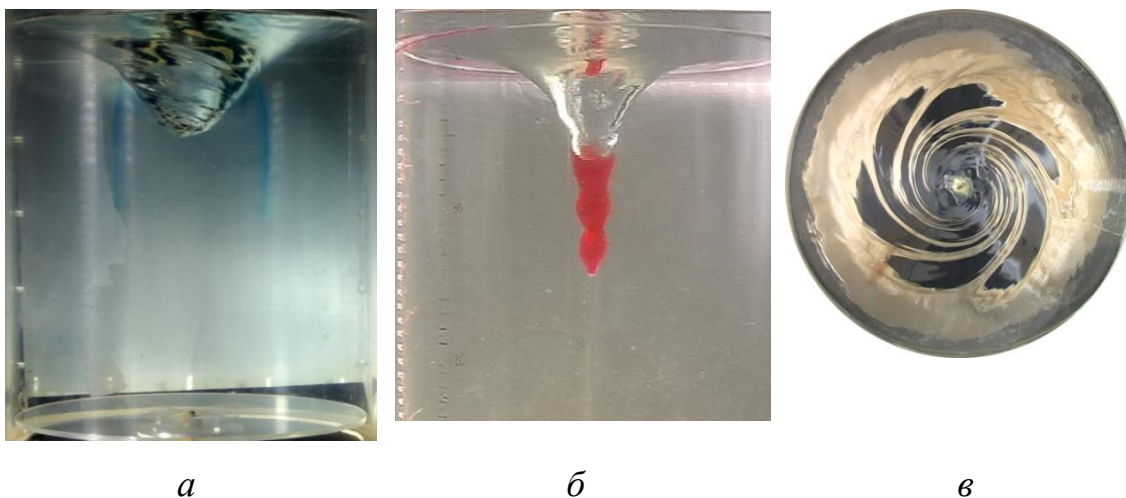


Рисунок 1.2.4 – Картина течения в составном вихре: а), $H = 40$ см, $R_d = 7,5$ см, $\Omega_d = 14.2$ с⁻¹ б) – вид сбоку, с) – вид сверху

Система фундаментальных уравнений для течения однородной несжимаемой вязкой жидкости, включающая уравнения Навье-Стокса и неразрывности Даламбера, а также граничные условия прилипания на твердых стенках и постоянства давления на свободной поверхности, представлена в [41].

В течении с мгновенной угловой скоростью вращения жидкости ω , которое возбуждается диском, вращающимся с угловой скоростью Ω , определяющими служат инерциальные масштабы, задаваемые отношениями ускорения свободного падения к угловой скорости вращения диска – $\Delta_\Omega = g/\Omega^2$ и частиц жидкости – $\Delta_\omega = g/\omega^2$ и микромасштабы, характеризующие сингулярно возмущенные компоненты (пограничные слои Стокса) на диске – $\delta_\Omega = \sqrt{\nu/\Omega}$ и других контактных поверхностях – $\delta_\omega = \sqrt{\nu/\omega}$, в том числе и на свободной поверхности (Таблица 1.2.3).

Параметр	Минимальное значение	Максимальное значение
Число Рейнольдса $Re = (R^2\Omega)/\nu$	50	1×10^5
Число Фруда $Fr = (R^2\Omega^2)/gH$	1×10^{-2}	15
Число Вебера $We = \rho L^3\Omega^2/\sigma$	0.02	300
Число Бонда $Bo = gH^2(\rho_1 - \rho_2)/\sigma$	0.15	2.0
Число Атвуда $A = (\rho_1 - \rho_2)/(\rho_1 + \rho_2)$	15×10^3	40×10^3
$\xi_H = R_0 / H$	0.08	3.0
$\xi_R = R_0 / R$	0.3	1.0
$\xi_b = 2R_0 / h_0$	0.01	3.0
$L_\Omega = g / \Omega^2$	25	4×10^3
$\delta_\Omega = \sqrt{\nu / \Omega}$	2×10^{-4}	6×10^{-4}

Таблица 1.2.3 – Основные параметры течения

Динамические условия опыта характеризуют основные безразмерные параметры – числа Рейнольдса $Re = (R^2\Omega)/\nu$ (также используется число Экмана $Ek = 1/Re$) и Фруда $Fr = (R^2\Omega^2)/gH$. Течение двухслойной среды дополнительно характеризуют числа Атвуда $At = (\rho_1 - \rho_2)/2(\rho_1 + \rho_2)$ и Бонда $Bo = gH^2(\rho_1 - \rho_2)/\sigma$, где ρ_1 и ρ_2 – плотности составляющих жидкостей. Дополнительные безразмерные параметры задачи определяются отношениями характерных линейных размеров: $\xi_H = R_0 / H$ – относительная глубина контейнера, $\xi_R = R_0 / R$ – относительный радиус индуктора. При значениях $\xi_H \gg 1$ контейнер считается мелким, а при $\xi_H \ll 1$ – глубоким.

Варьирование глубины слоя жидкости, размеров и частоты вращения диска позволяет изучать воспроизводимую картину вихревого течения в широком диапазоне параметров (Таблица 1.2.3).

Многообразие характерных размерных и безразмерных параметров задачи свидетельствует о сложности и нестационарности изучаемого течения, что учитывалось при разработке методики эксперимента и конструкции экспериментальной установки.

1.3 Общая модель вихря в цилиндрическом контейнере

В общем случае система уравнений, описывающих течение изотермической жидкости, включает уравнения неразрывности Даламбера и Навье-Стокса [41]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \mathbf{v} = 0 \quad (1.3.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \Delta \mathbf{v} - \mathbf{F}$$

Здесь: \mathbf{v} – вектор скорости, $\boldsymbol{\Omega}$ – вектор угловой скорости вращения среды, p – давление, ρ – плотность жидкости, \mathbf{F} – вектор массовых сил, ν – кинематическая вязкость. Граничными условиями традиционно принимаются условия прилипания и равенства напряжений на контактных поверхностях. Рассматривается течение, индуцированное диском радиуса R , вращающегося с частотой Ω , в слое жидкости глубиной H , находящейся в контейнере радиуса R_0 . Объем жидкости остается неизменным при развитии вихревого течения, несмотря на изменение формы слоя.

Анализ характерных масштабов системы (глубины слоя H , радиуса R и частоты вращения Ω диска, радиуса контейнера R_0) позволяет определить критические значения параметров задачи.

Первый критический масштаб определяется соотношением частот вращения и собственных вертикальных колебаний слоя жидкости в поле силы тяжести и характеризуется частотой $\Omega_H = \sqrt{g/H}$ основной моды вертикальных

колебаний слоя жидкости глубиной H (или частотой осцилляций математического маятника длины H) [42].

Дополнительные частотные масштабы вводятся на основе сравнения инерциальных и энергетических свойств малых жидких элементов. Инерциальное критическое значение частоты вращения $\Omega_I = \sqrt{g/R}$ (соотношение вертикальной и угловой скоростей). В рамках энергетического подхода определяется критическая частота $\Omega_E = \sqrt{gH}/R$ (соотношение энергии вращательного и гравитационного течения).

Полученные критические частоты не являются независимыми, поскольку выполняется соотношение $\Omega_I^2 = \Omega_H \Omega_E$, откуда следует, что инерциальная критическая частота всегда принимает промежуточное значение между двумя остальными выделенными частотами. Поскольку $\Omega_H / \Omega_I = \sqrt{R/H}$, то при $R_0 \gg H$ бассейн определяется как мелкий, а при $R_0 \ll H$ имеет место случай глубокого бассейна.

В число размерных параметров задачи входят плотность ρ и кинематическая вязкость жидкости ν , ускорение свободного падения g , радиус контейнера R_0 , высота слоя жидкости H , радиус R и частота вращения диска Ω .

1.4 Геометрия поверхностной каверны и критические условия перестройки течения в составном вихре в контейнерах различной геометрии

Наблюдения показывают, что на поверхности вращающейся жидкости всегда существуют область прогиба – поверхностная каверна, глубина которой зависит от всех параметров течения.

В данной серии экспериментов радиусы контейнера R_0 и диска-активатора R , также глубина исследуемого слоя жидкости H поддерживались постоянными, последовательно увеличивалась только частота вращения диска Ω . В данном случае размеры и форма поверхностной каверны зависят от

значений радиальной и тангенциальной компонент скорости жидкости у кромки диска.

Типичные изображения свободной поверхности при различных частотах вращения диска приведены на рисунке 1.4.1 в случае тонкого слоя жидкости ($\xi_H = R/H < 1$, а именно $\xi_H = 0.33$). При малых угловых скоростях вращения деформированная центральная часть (воронка) и основная (более плоская) часть поверхности остаются гладкими (рисунок 1.4.1, а, $\xi_0 = R_0/R = 3$). Глубина воронки монотонно растет по направлению к ее центру, нижняя часть имеет параболическую форму, типичную для твердотельного вращения жидкости.

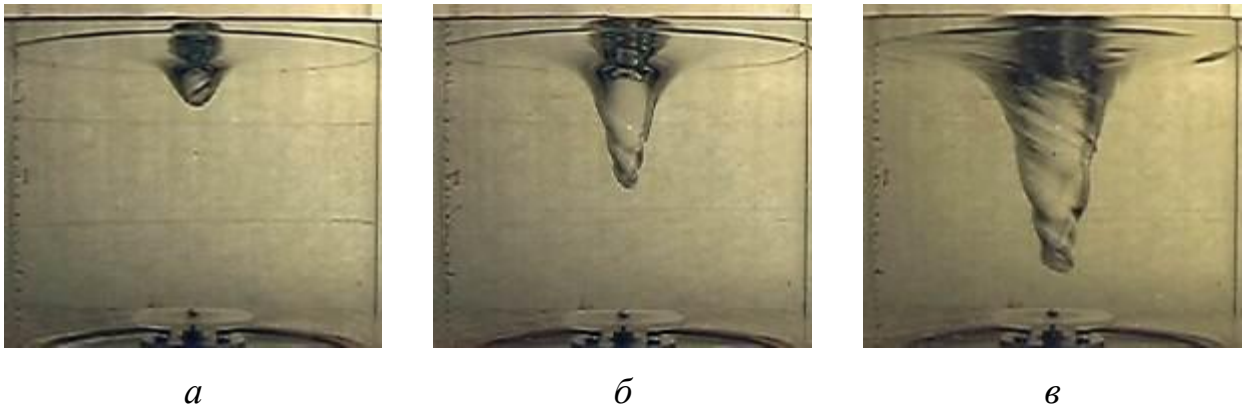


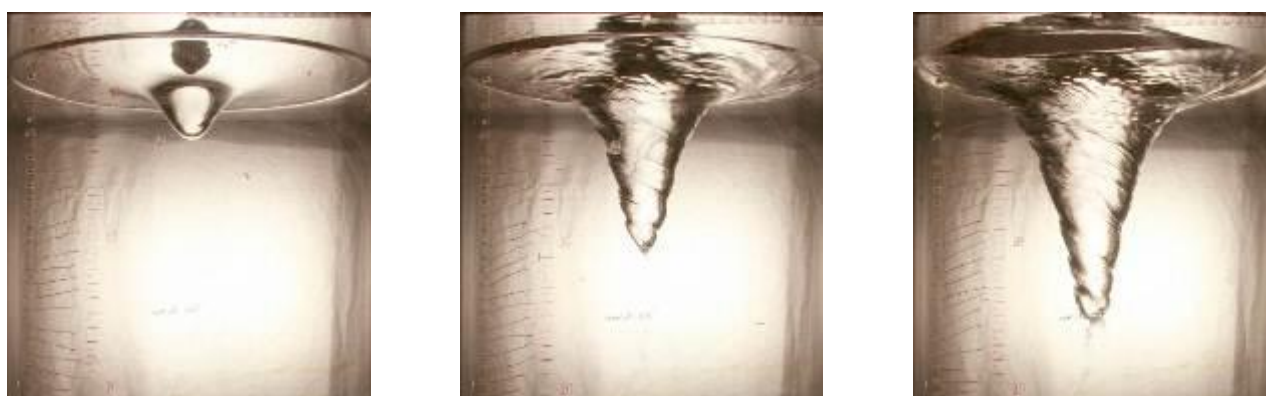
Рисунок 1.4.1 – Характерные формы поверхности чистой жидкости над вращающимся диском ($H = 15$ см, $R = 5,0$ см): *а - в* – $\Omega = 460, 720, 1120$ об/мин [42]

С увеличением частоты вращения диска форма свободной поверхности усложняется и перестает быть гладкой. На поверхности появляются крупномасштабные периодические возмущения, имеющие большую амплитуду, значение которой растет от периферии к центру воронки (рисунок 1.4.1, б, пространственный масштаб составляет $1 \div 2$ см). Гребни возмущений имеют заостренную форму, впадины более пологие. Такие возмущения с масштабом, превышающим $\delta_g^{(\alpha)}$, в дальнейшем именуется инерциальными волнами, следуя [42]. Для данных условий опытов критическое

значение частоты, при котором происходит смена режима течения, проявляющаяся в возбуждении инерциальных волн, равно $\Omega_H = 350$ об/мин.

Если частота вращения диска-активатора превышает $\Omega_I = 850$ об/мин, то на поверхности каверны наряду с крупномасштабными наблюдаются и мелкомасштабные возмущения (рисунок 1.4.1, в). Форма свободной поверхности жидкости во всех трех рассмотренных режимах течения остается гладкой на участках, прилегающих к цилиндрическому контейнеру.

Аналогичные режимы течения наблюдаются и в глубокой жидкости ($\xi_H = R/H \ll 1$, на рисунке 1.4.2 $\xi_H = 0.18$). Гладкая воронка наблюдается при $\Omega < \Omega_H = 250$ об/мин, инерциальные волны при $250 < \Omega < 700$ об/мин, спиральные и инерциальные волны при $\Omega > 700$ об/мин ($\Omega_I = 700$ об/мин). При этом нижняя часть воронки, на дне которой собираются газовые пузырьки, во всех случаях имеет форму параболоида вращения [43].



а

б

в

Рисунок 1.4.2 – Характерные формы воронки в глубокой воде ($H = 40$ см, $R = 7.5$ см): а - в) – $\Omega = 500, 750, 970$ об/мин соответственно

Установка на диски даже небольших прямых ребер в радиальном направлении существенно увеличивает радиальную компоненту скорости, частоту вращения жидкости в тороидальном вихре, а, следовательно, и глубину каверны. Типичный пример такого течения, возбуждаемого диском с тремя радиальными ребрами высотой 1 мм, приведен на рисунке 1.4.3.

Интенсификация тороидального компонента вихревого течения стабилизирует форму каверны, которая остается гладкой в более широком диапазоне параметров задачи (рисунок 1.4.3, *а, б*). При увеличении частоты вращения диска на свободной поверхности наблюдается система коротких кольцевых волн, а у кончика каверны – инерциальные волны (рисунок 1.4.3, *в*). Верхняя часть каверны остается гладкой.

При дальнейшем увеличении частоты вращения растет амплитуда инерциальных волн, спиральные волны проникают внутрь каверны. Регулярная последовательность спиральных волн на поверхности каверны наблюдается даже тогда, когда волнение поверхности жидкости, примыкающей к обечайке, становится нерегулярным.

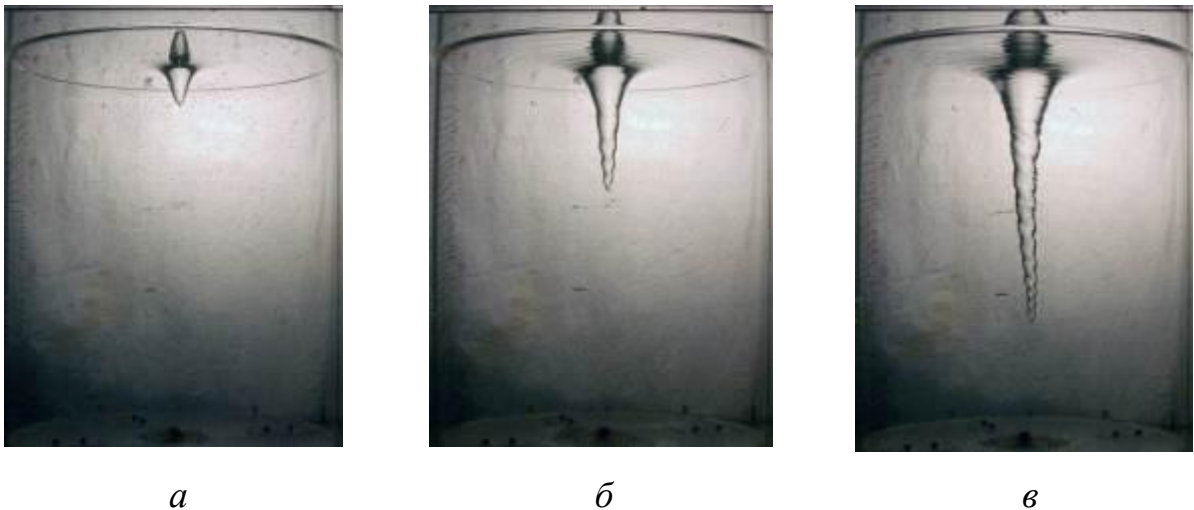


Рисунок 1.4.3 – Характерные формы поверхности жидкости над вращающимся ребренным диском ($H = 40$ см, $R = 2,5$ см, высота ребра 1 мм): *а - в*) – $\Omega = 470, 1134, 1530$, об/мин соответственно

По результатам проведенных опытов, устойчиво регистрируются три типа поверхностной каверны: гладкая; волнистая, когда по поверхности бегут инерциальные волны; каверна с развитыми волновыми возмущениями, когда поверхность деформирована волнами различных масштабов – инерциальными и спиральными.

Наиболее интересным для сравнения с теорией параметром, характеризующим составной вихрь в целом, является глубина поверхностной каверны, которая должна увеличиваться пропорционально квадрату частоты вращения ядра вихря [25, 42].

Обобщенные зависимости глубины поверхностной каверны в глубокой жидкости от частоты вращения для случая гладкого (Γ) или оребренного (P) диска радиусом $R=5.00$ см с радиальными ребрами высотой $h_r = 1$ мм представлены на рисунке 1.4.4 в двойном логарифмическом масштабе. В широком диапазоне параметров данные экспериментов аппроксимируются степенной зависимостью $h = \exp(A) \Omega^B$ [55]. Значения показателя B и коэффициента A приведены в Таблице 1.4.1.

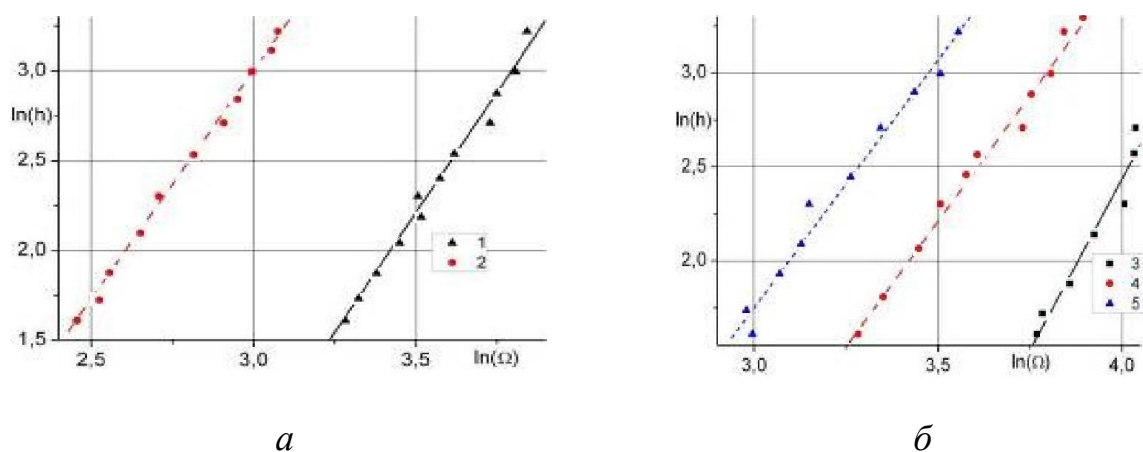


Рисунок 1.4.4 – Зависимость глубины каверны h от частоты вращения диска Ω ($H = 25$ см): а) – $R = 3.8$ см, кривые: 1 – гладкий диск, 2 – $h_r = 1$ мм; б) – гладкие диски, кривые 3, 4, 5 – $R = 2.95, 3.8, 5.0$ см

Во всех случаях темп роста глубины более высокий, чем для модели вихря Рэнкина с плоскими линиями тока ($h \sim R^2$), что отражает совместное влияние на деформацию свободной поверхности как осесимметричного цилиндрического, так и тороидального компонент вихревого течения, усиливающих действие друг друга. Показатель степени B уменьшается с увеличением и радиуса диска R , и высоты ребра h_r .

Диаметр диска, мм	Вид диска	Высота ребер диска, мм	А	В	Глубина жидкости, см
45	Г	-	-12.1 ± 0.14	-4.6 ± 0.46	40
45	Р	1	-9.46 ± 0.95	3.37 ± 0.46	40
45	Р	2	-6.0 ± 0.52	1.37 ± 0.14	40
59	Г	-	-8.7 ± 0.98	-3.63 ± 0.41	40
59	Р	1	-6.43 ± 1.60	2.80 ± 0.17	40
59	Р	2	-3.25 ± 0.40	1.80 ± 0.17	40
76	Г	-	-7.15 ± 0.76	2.67 ± 0.21	40
76	Р	1	-4.63 ± 0.26	2.55 ± 0.09	40
76	Р	2	-2.21 ± 0.11	1.80 ± 0.18	40
100	Г	-	-1.58 ± 0.23	-1.58 ± 0.43	10
100	Г	-	-6.63 ± 0.27	-6.63 ± 0.27	20
100	Г	-	-15.1 ± 0.15	-1.23 ± 0.14	30
100	Г	-	-6.17 ± 0.92	2.64 ± 0.28	40
100	Г	-	-11.29 ± 0.76	2.64 ± 0.15	50
100	Г	-	-13.92 ± 0.59	3.08 ± 0.12	60
100	Р	1	-3.88 ± 0.96	2.45 ± 0.37	40
100	Р	2	-1.67 ± 0.17	-1.96 ± 0.86	40
150	Г	-	-2.96 ± 0.48	-2.96 ± 0.48	10
150	Г	-	-4.03 ± 1.01	-1.03 ± 0.03	20
150	Г	-	-15.9 ± 0.20	-0.87 ± 0.08	30
150	Г	-	-5.09 ± 0.46	10.3 ± 0.12	40
150	Г	-	-6.24 ± 0.68	1.89 ± 0.15	50

Таблица 1.4.1 – Значения коэффициента для гладкого и оребренного дисков

В экспериментах, где в качестве источника вихревого течения использовалось магнитное поле – наблюдались похожие картины (рисунок 1.4.5).

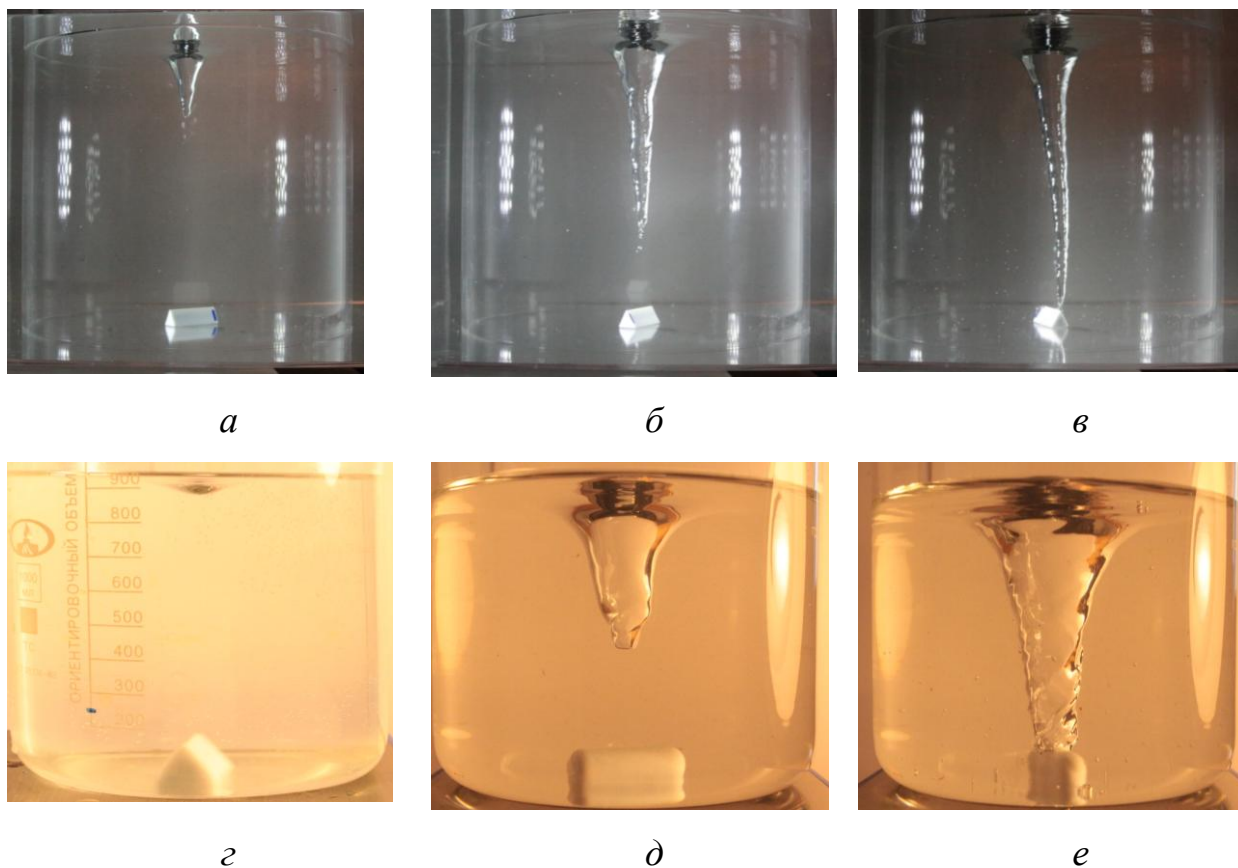


Рисунок 1.4.5 – Характерные формы поверхности жидкости в установке МТК ($\Omega = 120, 250, 500$, об/мин): *a - в*) – объем контейнера – 15 л., *г - е*) – объем контейнера – 1 л

Также в данной работе были проведены экспериментальные исследования вихревых течений в контейнерах с геометрией поперечного сечения в виде многоугольника, которые имеют широкое практическое применение, например, камеры сгорания электростанций спроектированы с квадратным, шестиугольным и восьмиугольным поперечным сечением [45 - 47]. Многоугольная конфигурация контейнера имеет определенные преимущества по сравнению с цилиндрической конфигурацией, так как это менее дорогостояще и значительно проще с точки зрения применения в

крупномасштабных камерах, где дополнительные угловые вихри в многоугольной геометрии увеличивают коэффициент перемешивания [48].

Как и предполагалось, при одних и тех же параметрах эксперимента, глубина каверны в цилиндрическом контейнере значительно превышала глубину каверны в треугольном и квадратном контейнерах (рисунок 1.4.6).

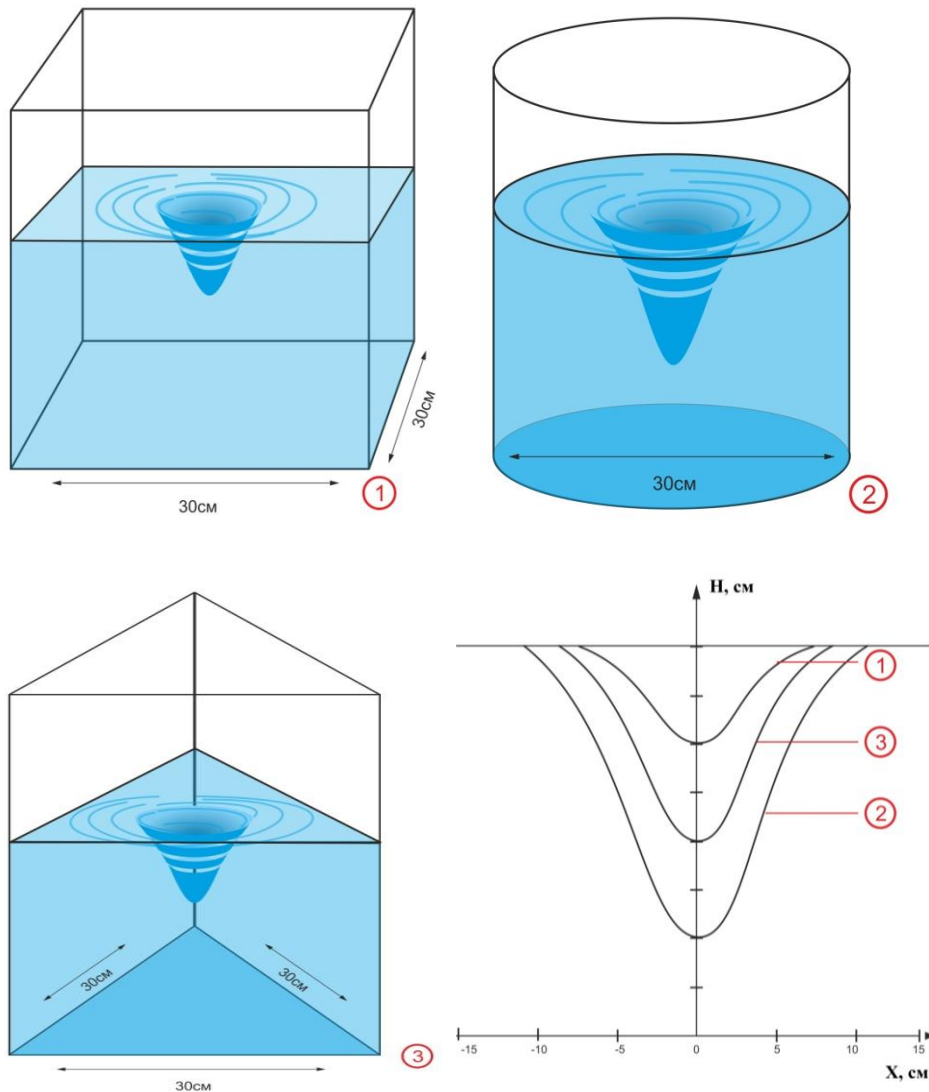


Рисунок 1.4.6 – Вихревое течение в контейнерах с различной геометрией: 1 – квадратный, 2 – цилиндрический; 3 – треугольный контейнеры

Были визуализировано формирование вихрей в углах полигональных контейнеров. В случае контейнера цилиндрической формы вихревое течение, имеет прямой контакт со стенками контейнера. Поток в многоугольном контейнере сглажен на ребрах угловыми вихрями. Следовательно, поток не

имеет прямого контакта со стенками. При уменьшении числа углов в поперечном сечении контейнера основной поток жидкости взаимодействует не только со стенками контейнера, как в случае с цилиндром, но и с периферийными угловыми вихрями. В результате значительная часть энергии рассеивается на угловые вихри.

Конические и кубические конфигурации ограниченного потока были исследованы численно и экспериментально в работах [49 - 53].

1.5 Формы каверны составного вихря в чистой воде

Рассмотрим уравнения течения однородной несжимаемой вязкой жидкости, занимающей цилиндрическую область радиуса R_0 , где вращающийся на дне диск увлекает окружающую жидкость и за счет вязких эффектов передает движение всему объему жидкости вплоть до поверхности.

С учетом геометрии контейнера и инициирующего движения диска, динамическая часть системы уравнений обычно представляется в цилиндрической системе координат (r, φ, z) , центр которой обычно помещают в центре диска или на свободной поверхности. Схема системы координат задачи с обозначениями приведена на рисунке 1.5.1 [42].

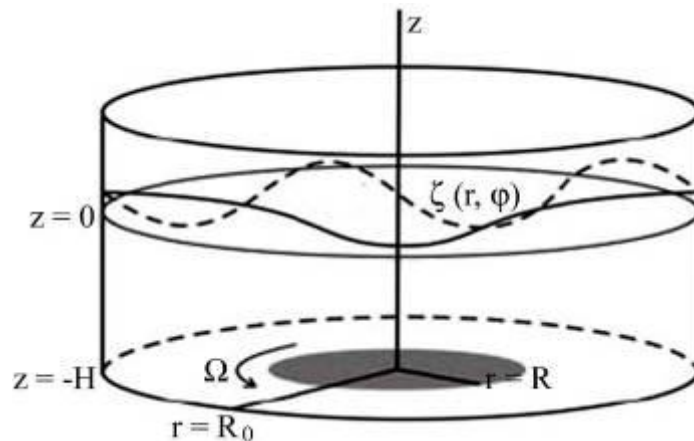


Рисунок 1.5.1 – Система координат задачи с основными обозначениями

В таком случае система уравнений состоит из: (1.5.1) уравнения Навье-Стокса в цилиндрических координатах по компонентам скорости; (1.5.2) уравнения Даламбера; (1.5.3) граничных условий на твердых поверхностях; (1.5.4) условия равенства давлений вдоль свободной поверхности жидкости [42]

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)v_r - \frac{v_\varphi^2}{r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\Delta v_r - \frac{v_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} \right) \quad (1.5.1)$$

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)v_\varphi + \frac{v_r v_\varphi}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \nu \left(\Delta v_\varphi - \frac{v_\varphi}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} \right)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)v_z = -\frac{\partial p}{\partial z} + \nu \Delta v_z - g$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rV_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0$$

(1.5.2)

$$v_r = v_z = 0, \quad v_\varphi = \Omega r \Big|_{z=-H, r \in [0, R]}, \quad v_r = v_\varphi = v_z = 0 \Big|_{z=-H, r \in [r, R_0]} \quad (1.5.3)$$

$$v_r = v_\varphi = v_z = 0 \Big|_{r=R_0, z \in [-H, \zeta]}, \quad v_z - \zeta'_t - v_r \zeta'_r - \frac{v_\varphi \zeta'_\varphi}{r} \Big|_{z=\zeta, r \in [0, R_0]} = 0$$

$$\left(p - p_0 - \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right) n_i - \sigma'_{ik} n_k \Big|_{z=\zeta, r \in [0, R_0]} = 0 \quad (1.5.4)$$

где $\Delta f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$, $(\mathbf{v}\nabla)f = v_r \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{v_\varphi}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} + v_z \frac{\partial f}{\partial z}$.

Здесь давление нормировано на плотность жидкости, диск радиуса R , установленный на дне, вращается с угловой скоростью Ω ; R_1 и R_2 – главные радиусы кривизны поверхности, σ'_{ik} – компоненты тензора вязких напряжений. Уровень поверхности невозмущенной жидкости принят за начало отсчета $z = 0$, дно сосуда расположено на уровне $z = -H$. Часть дна (диск радиуса R) вращается с постоянной угловой скоростью Ω . Свойства жидкости

характеризуются коэффициентом кинематической вязкости ν и коэффициентом поверхностного натяжения α [42].

При описании поведения многокомпонентных систем необходимо учитывать все входящие в систему компоненты, в том числе концентрацию примеси, поскольку все переменные, входящие в систему и структура полей отличаются. Для визуализации обычно используется водный раствор красителя, смешивающегося с жидкостью в бассейне. Изменение концентрации визуализирующего красителя описывается уравнением переноса вещества, учитывающим эффекты молекулярной диффузии

$$\frac{\partial (\rho S)}{\partial t} = -\operatorname{div} (\rho S v) - \operatorname{div} i$$

Замыкает систему уравнение состояния

$$\rho = \rho (T, S, p)$$

В этих уравнениях введены обозначения: T – температура, S – концентрация примеси, $i = -\kappa_S \nabla S$ – плотность диффузионного потока, κ_S – коэффициент диффузии, который будет предполагаться постоянным.

Возмущение уровня свободной поверхности жидкости описывается функцией $\zeta(\rho, \varphi, t)$. В системе уравнений давление в жидкости p и в воздухе p_0 , и коэффициент поверхностного натяжения α нормированы на плотность жидкости.

Поскольку отклонение ζ от невозмущенной поверхности нельзя считать малым, граничные условия, входящие в состав системы (1.5.1 – 1.5.4) не допускают разложения вблизи уровня $z = 0$. Этот факт в совокупности с нелинейностью и нестационарностью уравнений движения не позволяет получить точное решение поставленной задачи [42].

Выполнение закона сохранения массы и учет условий непрерывности определяют необходимые константы и задают окончательный вид нулевого приближения формы поверхности жидкости. В глубокой жидкости

относительно медленно вращающийся диск формирует каверну, форма которой имеет вид [54]

$$\zeta \approx b \left\{ 1 - \frac{(R/\rho_*)^2}{3/2 + \ln(R/\rho_*)^2} \left[\left(2 - \left(\frac{\rho}{\rho_*} \right)^2 \right) \mathfrak{G}(\rho_* - \rho) + \left(\frac{\rho_*}{\rho} \right)^2 \mathfrak{G}(\rho - \rho_*) \right] \right\} \quad (1.5.5)$$

где ρ_* – эмпирически определяемая величина, разграничивающая вогнутую и выпуклую части поверхности, b – параметр, характеризующий интенсивность течения, значение которого при неизменных параметрах задачи определяется угловой скоростью вращения диска. Полученное выражение применимо, когда глубина каверны меньше половины толщины слоя жидкости.

Из оценки геометрии свободной поверхности вращающейся жидкости в цилиндрическом контейнере, с учетом влияния капиллярных эффектов, характеризующих коэффициентом поверхностного натяжения σ , следует выражение для формы свободной поверхности в виде

$$\zeta = b(1 - \kappa f(r)), \quad (1.5.6)$$

$$\text{где } \kappa = \frac{(R/\rho_*)^2}{3/2 + \ln(R/\rho_*)^2 + \frac{2\tilde{\rho}^2}{\lambda^2 \rho_*^4} \left(\frac{\lambda \tilde{\rho} I_0(\lambda \tilde{\rho})}{I_1(\lambda \tilde{\rho})} - \frac{\lambda^2 \tilde{\rho}^2}{4} - 2 \right)},$$

$$f(r) = \left[\frac{2\tilde{\rho}}{\lambda \rho_*^2 I_1(\lambda \tilde{\rho})} (I_0(\lambda \tilde{\rho}) - I_0(\lambda r)) + \frac{r^2 - \tilde{\rho}^2}{\rho_*^2} \right] \mathfrak{G}(\tilde{\rho} - r) + \left(2 - \frac{r^2}{\rho_*^2} \right) \mathfrak{G}(\rho_* - r) + \frac{\rho_*^2}{r^2} \mathfrak{G}(r - \rho_*)$$

в то время как $\lambda^2 = g/\sigma$ (в выражении для капиллярного масштаба учтена нормировка уравнений на плотность жидкости, обычно $\lambda^2 = g\rho/\sigma$), $I_n(x)$ – модифицированная функция Бесселя, ρ_* и $\tilde{\rho}$ – эмпирические параметры, b – свободный параметр, характеризующий интенсивность течения.

Параметры формулы (1.5.6) b , r_c и r_* , которые в общем случае определяются геометрией задачи (R , R_0 и H), частотой вращения диска Ω ,

величиной ускорения силы тяжести, вязкостью и коэффициентом поверхностного натяжения, которые вычисляются по экспериментальным данным (например, по форме контура вертикального сечения).

В случае, когда воронка опускается до самого дна, и от воды освобождается часть вращающегося диска, форма нулевого приближения имеет вид

$$\zeta \approx -H \left\{ 1 - \frac{1}{1 + p^2 (2 \ln p - 1)} \left(1 - \frac{\tilde{r}_*^2}{\tilde{r}^2} \right) \mathfrak{E}(\tilde{r} - \tilde{r}_*) \right\} \quad (1.5.7)$$

В отличие от выражения (1.5.6) это соотношение содержит только один эмпирический параметр r_* – радиус свободной от воды части диска.

Сравнение результатов теоретических расчетов с экспериментами проводилось для значений $R_0 = 14.7$ см. Необходимые эмпирические параметры определялись следующим образом. Для формулы (1.5.6) в качестве r_* выбирался радиус точки перегиба экспериментально наблюдаемой воронки, так как в этой точке вторая производная ζ''_{rr} меняет знак.

Для формулы (1.5.7) r_* полагается равным измеренному радиусу свободной от воды части диска. В качестве r_c выбирается радиус центральной части такой области воронки, в которой производная ζ'_r приобретает максимальное значение.

Подстановки полученных значений r_* и r_c в (1.5.7) позволяет вычислить значение $1 - \mu f(\xi)$ на оси воронки при $\xi = 0$. Отношение экспериментального заглубления центра воронки к вычисленной величине определяет постоянную b . Затем полученные значения параметров b , r_c и r_* подставляются в выражение (1.5.6) для вычисления формы нулевого приближения. При использовании формулы (1.5.7) никаких дополнительных вычислений не проводится, поскольку H – невозмущенная глубина слоя жидкости известна.

Результаты сравнений приведены ниже на составных изображениях, в которых на экспериментальные фотографии вихревых течений (вид сбоку)

светлыми линиями нанесены рассчитанные кривые форм нулевого приближения (рисунок 1.5.2). На приводимых иллюстрациях представлены и два типа бегущих возмущений на поверхности каверны – крупномасштабные инерциальные волны и мелкомасштабные спиральные волны [42].

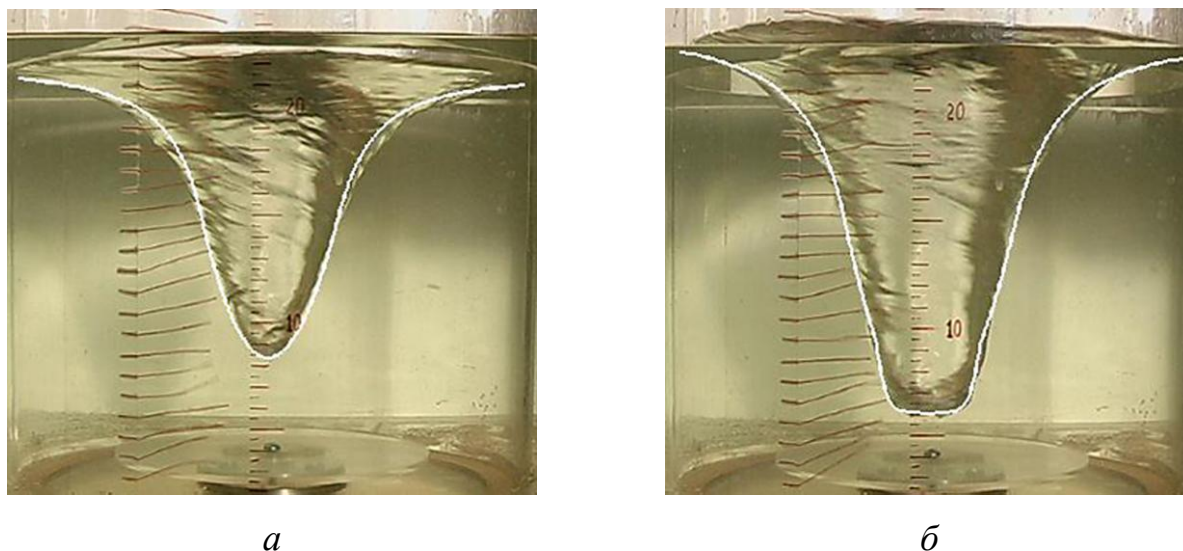


Рисунок 1.5.2 – Каверна составного вихря с нанесенной расчетной кривой формы нулевого приближения ($R_0 = 14.7$ см, $R = 7.5$ см, $H = 18$ см): *a*) – $\Omega = 520$ об/мин $r_* = 2.8$ см и $r_c = 0.0$ см, *б*) – $\Omega = 710$ об/мин, $r_* = 3.5$ см и $r_c = 2.1$ см [54]

Исследования формы границы раздела фаз в составном вихре без примесей показали, что при невысоких частотах вращения диска-активатора ($\omega < \sqrt{g/2H_w}$) аналитическое выражение для формы свободной поверхности с хорошей точностью совпадает с экспериментальными данными. Результаты сравнений приведены на составных изображениях, в которых на экспериментальные фотографии вихревых течений (вид сбоку) светлыми линиями нанесены рассчитанные кривые форм нулевого приближения (рисунок 1.5.3).

Сравнение с теоретически рассчитанными профилями позволяет определить значение эмпирического параметра ρ_* для каждого отдельного профиля поверхности жидкости. Форма нулевого приближения, определенная

зависимостями (1.5.6) и (1.5.7) с подгоночными параметрами b , r_c и r_* , в которые в явном виде не входят радиус r_d и частота вращения диска Ω , описывает универсальную геометрию вихревых каверн, возникающих в цилиндрических сосудах при вращении соосного диска.

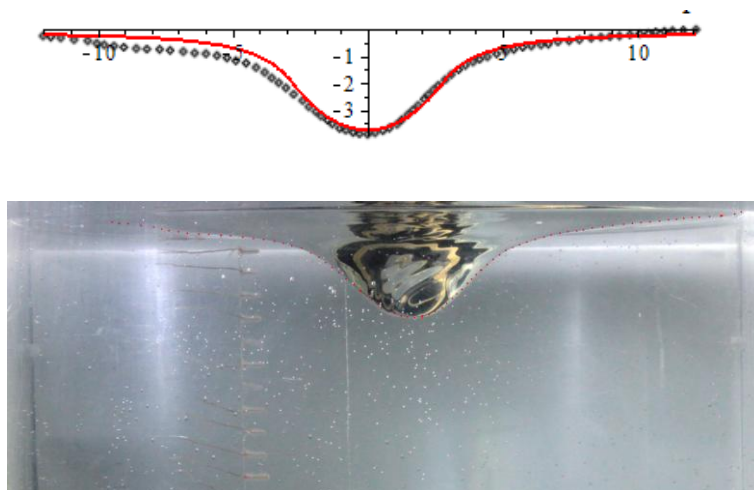


Рисунок 1.5.3 – Сравнение формы нормированной на глубину воронки с рассчитанной теоретически $R_0 = 14.7$ см, $R = 7.5$ см, $H = 20$ см,
 $\Omega = 330$ об/мин

Сравнение с теоретически рассчитанными профилями позволяет также определить значение эмпирического параметра r_* для каждого отдельного профиля поверхности жидкости в широком диапазоне параметров течения (рисунок 1.5.4). При расчетах положения точек поверхности нормировались на максимальное значение глубины каверны [55].

Кинетическая энергия вихря, возникающего в экспериментальной установке, сосредоточена главным образом в его вращении вокруг вертикальной оси, что учитывалось при получении аналитических зависимостей форм границ раздела фаз, выполненное в приближении отсутствия пограничных слоев и вертикальных потоков в объеме течения, ввиду значительно меньшего вклада этих течений в суммарную энергию вихря.

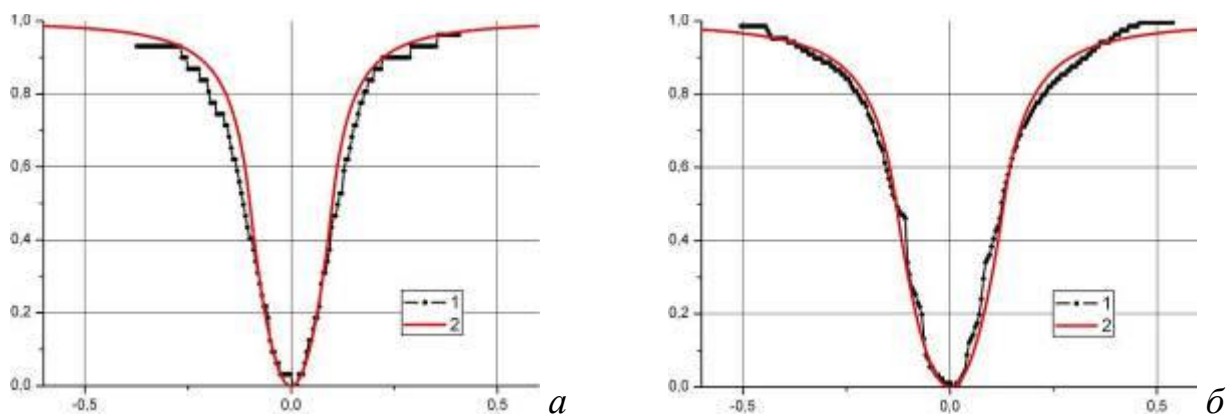


Рисунок 1.5.4 – Сравнение формы нормированной на глубину каверны с аналитическим выражением $R_0 = 14.7$ см, $R = 5.0$ см, $H = 15$ см:

$a) - \Omega = 440$ об/мин, $r_* = 0.10$, $b) - \Omega = 720$ об/мин, $r_* = 0.13$.

При высоких частотах ($\Omega > 500$ об/мин) вращения диска была замечена следующая особенность: объём воздуха в «носике» воздушной части воронки, ограниченном по горизонтали областью твёрдотельного вращения, постоянный и не зависит от геометрии контейнера и его размеров.

Одно из очевидных свойств вихревой воронки – сохранение массы вращающейся воды. В случае формы нулевого приближения в пренебрежении эффектами поверхностного натяжения

$$\zeta(r) = \zeta_0 + \frac{\omega^2}{2g} \left[r^2 \theta(a-r) + a^2 (2 - a^2/r^2) \theta(r-a) \right] \quad (1.5.8)$$

где a – радиус твердотельного вращения, закон сохранения массы приобретает вид

$$\int_0^{R_0} \zeta(r) r dr = 0 \quad (1.5.9)$$

Здесь R_0 – радиус контейнера.

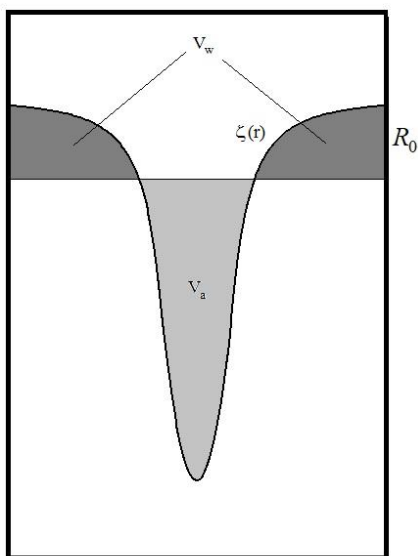
Так как $\zeta(r)$ представляет собой отклонение поверхности жидкости от своего невозмущённого горизонтального состояния, то (1.5.9) означает, что объём воды V_w в области положительных отклонений над поверхностью равен

объёму воздуха V_a в провале воронки под уровнем невозмущённой поверхности, как это показано на рисунке 1.5.5.

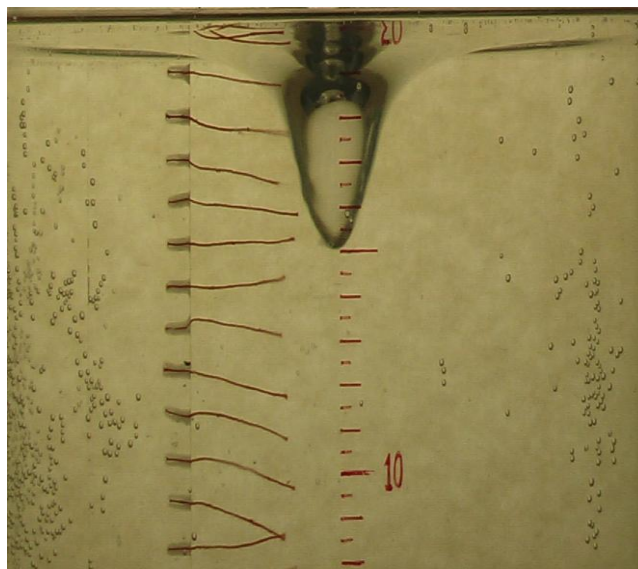
Интегрирование (1.5.9) приводит к результату, определяющему глубину провала в центре воронки

$$\zeta_0 = -\frac{a^2 \omega^2}{g R_0^2} \left(R_0^2 - a^2 \left(\frac{3}{4} + \ln \frac{R_0}{a} \right) \right) < 0 \quad (1.5.10)$$

Неравенство в (1.5.10) следует из того, что $R_0^2 - a^2 \left(\frac{3}{4} + \ln \frac{R_0}{a} \right) > 0$ при $R_0 \geq a$, как это и имеет место в экспериментах. Угловая частота ω в соотношениях (1.5.8 – 1.5.10) – это частота твердотельного вращения в центре воронки.



а



б

Рисунок 1.5.5 – Схема (а) и фото (б) вихревой воронки $\Omega=660$ об/мин

Подстановка (1.5.10) в (1.5.8) приводит к выражению для формы воронки, в котором присутствует только один неизвестный параметр – частота твердотельного вращения. Высота подъёма воды на стенке контейнера, то есть при $r = R_0$, определяется выражением

$$\zeta(R_0) = \frac{\omega^2 a^4}{4gR_0^2} \left(1 - 4 \ln \frac{a}{R_0} \right) > 0. \quad (1.5.11)$$

В целях дальнейших исследований удобно представить выражение (3) в форме

$$\zeta_0 = -\frac{a^2 \omega^2}{g} \left(1 - \frac{a^2}{R_0^2} \left(\frac{3}{4} - \ln \frac{a}{R_0} \right) \right). \quad (1.5.12)$$

Экспериментальные исследования показывают, что при существенных значениях частоты вращения диска ($\Omega \geq 500$ об/мин) радиус твердотельного вращения уменьшается и становится существенно меньше радиуса контейнера R_0 , то есть выполняется условие

$$\frac{a}{R_0} \ll 1 \quad (1.5.13)$$

Одновременно с этим фактом эксперименты показывают, что глубина провала в центре воронки (при $\Omega \geq 500$ об/мин) прямо пропорциональна частоте вращения диска, то есть

$$|\zeta_0| \sim \Omega \quad (1.5.14)$$

Если принять за основу гипотезу, что $\omega \sim \Omega$, то на основе (1.5.12 – 1.5.14) следует

$$|\zeta_0| \sim \Omega, \quad |\zeta_0| \sim \omega; \quad a \sim \Omega^{-1/2}, \quad a \sim \omega^{-1/2} \quad (1.5.15)$$

а из (1.5.14) получается следующая зависимость высоты подъёма воды у стенки контейнера

$$\zeta(R_0) \sim A + B \ln \Omega, \quad \zeta(R_0) \sim A + B \ln \omega \quad (1.5.16)$$

где A и B – некоторые величины, определяемые величиной ускорения силы тяжести и геометрическими характеристиками контейнера, но не зависящие от частоты вращения диска.

Итак, пусть, согласно (1.5.15)

$$a = \frac{a_0}{\sqrt{\Omega}} \quad (1.5.17)$$

Тогда на основании экспериментальных результатов можно определить величину a_0 (эта величина имеет размерность $[a_0] = \text{см}/\sqrt{\text{сек}}$ и является постоянной для контейнеров с данным диаметром, высотой и для данного активаторного диска) и заранее предсказывать радиус твердотельного вращения на иных частотах, на которых эксперимент ещё не поставлен.

Таким образом, при $\Omega \geq 500$ об/мин выражение для глубины провала в центре воронки с хорошим приближением имеет вид

$$\zeta_0 \approx -\frac{a_0^2 \omega}{g}. \quad (1.5.18)$$

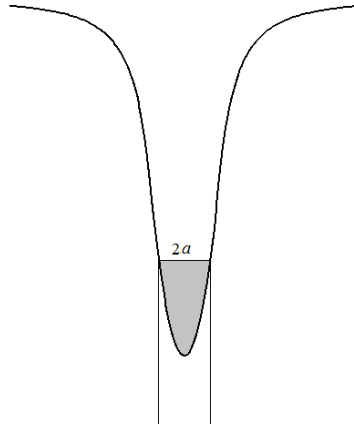


Рисунок 1.5.6 – Воздушный «носик» твердотельного вращения вихревой воронки

На основании (1.5.8) и полученных выше результатов вычисляется объём воздуха в «носике» воздушной части воронки, ограниченном по горизонтальную областью твердотельного вращения

$$V = 2\pi \frac{\omega^2}{2g} \int_0^a (a^2 - r^2) r dr = \frac{\pi a^4 \omega^2}{4g} \rightarrow \frac{\pi a_0^4}{4g}. \quad (1.5.19)$$

Знак стрелки означает, что последнее значение получено при условии $\Omega \geq 500$ об/мин, когда справедлива формула (1.5.17).

Видно, что при существенных частотах вращения объём воздушного «носика» не зависит от частоты.

Таким образом, из (1.5.19) следует, что

$$a_0 = \left(\frac{4gV}{\pi} \right)^{1/4} \quad (1.5.20)$$

а на основании (1.5.17) это означает, что радиус твердотельного вращения при выполнении упомянутых условий равен

$$a = \left(\frac{4gV}{\pi\Omega_d^2} \right)^{1/4} \quad (1.5.21)$$

Это вполне инженерная формула, применимая при практических расчётах. Например, измерив радиус твердотельного вращения, сразу определяем объём «носика».

1.6 Характерные процессы на свободной поверхности составного вихревого течения

При различных условиях эксперимента на установке Вихревых течения с кручением (ВТК) свободная поверхность жидкости имеет различную форму и состоит из двух частей: вблизи центральной оси изменение уровня жидкости $\sim r^2$; далее расстояние от центра характер изменения уровня жидкости становится $\sim 1/r^2$ (r – расстояние от центральной оси цилиндрического контейнера до точки наблюдения). Также в некотором диапазоне параметров установки на поверхности каверны наблюдаются систематические возмущения жидкости. Далее для обозначения этих структур будем использовать термин «волны», так как внешний вид наблюдаемых поверхностных возмущений имеет много общего с волнами, в классическом понимании этого термина. Так, например, каждое отдельное возмущение имеет профиль, по форме схожий с поверхностной волной. С другой стороны, особенности взаимного расположения наблюдаемых возмущений в некотором диапазоне параметров установки позволяет идентифицировать их как диссипативные структуры (наподобие ячеек Бенара) [57].

В ходе серии экспериментов были визуализированы волны на свободной поверхности составного вихря, было установлено, что положение волн относительно лабораторной системы координат и друг друга, а также их количество не изменялось с течением времени в определенном диапазоне параметров. На рисунке 1.6.1, *a – г* отчетливо видно, что волны занимали неизменное положение в системе координат, связанной с установкой, и относительно друг друга.

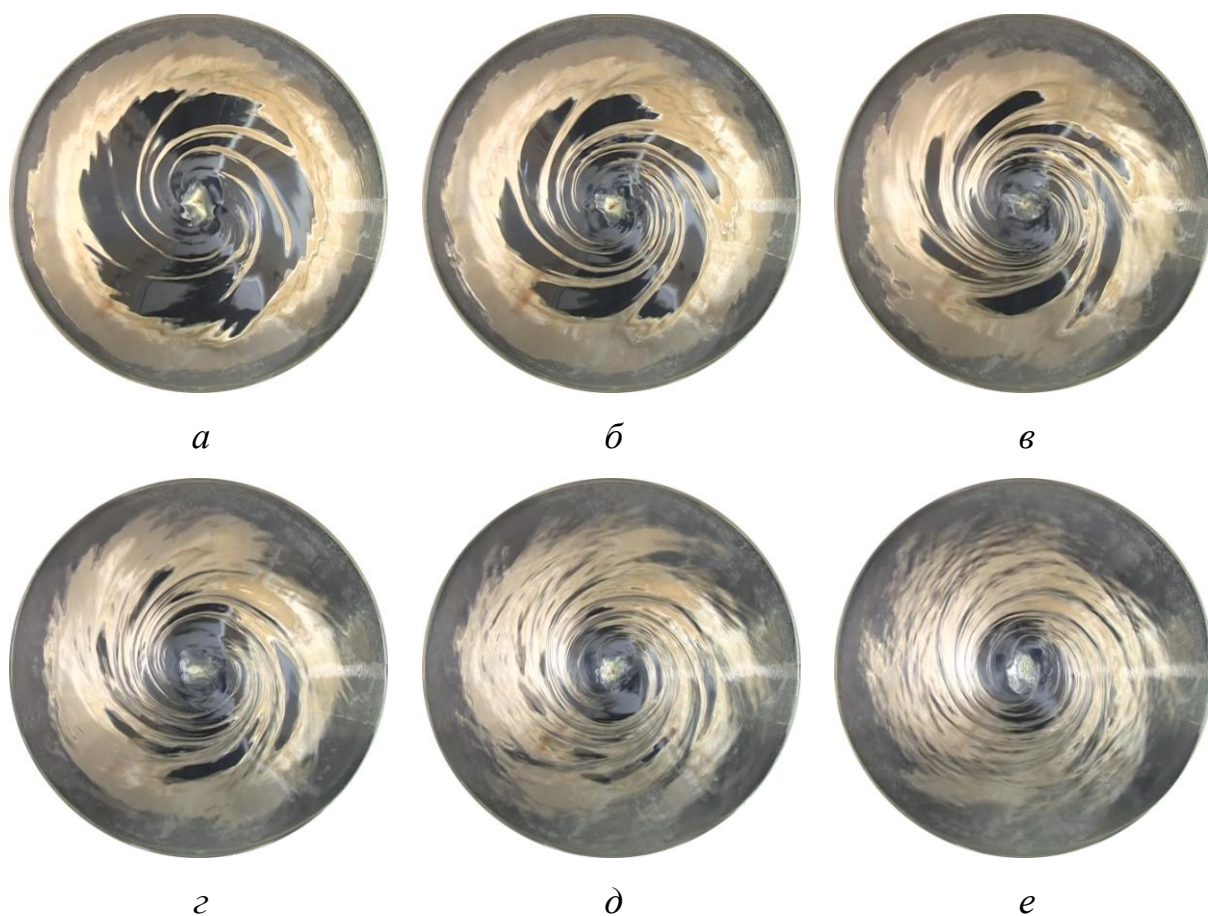


Рисунок 1.6.1 – Возмущения на свободной поверхности составного вихревого течения сохраняют свое геометрическое положения и количество ($R = 14.0$ см, $H = 30$ см): *a*) – $\Omega = 200$ об/мин, *б*) – $\Omega = 220$ об/мин, *в*) – $\Omega = 240$ об/мин, *г*) – $\Omega = 260$ об/мин, *д*) – $\Omega = 280$ об/мин, *е*) – $\Omega = 300$ об/мин

На поверхности было видно 6 возмущений, и их количество сохранялось. При этом наблюдалась пространственная осцилляция углового положения

волновых гребней, не приводившая к их смещению. Исходя из полученных данных, можно утверждать, что форма свободной поверхности допускает группу собственных ортогональных преобразований $SO(6)$.

Для измерения пространственного периода и средней частоты осцилляций волн, образующихся на свободной поверхности составного вихря, создаваемого в установке ВТК, применяется метод фотометрии [58]. Основой измерений служит видеозапись эксперимента в цифровой форме, отдельные кадры из которой подвергались обработке. Для каждого кадра выделялся участок изображения, где на поверхности течения хорошо различимы волны. С фотометрической точки зрения, такой участок свободной поверхности – область изображения с сильно различающимися значениями яркости, которые соответствуют гребням и впадинам поверхностных волн (рисунок 1.6.2).

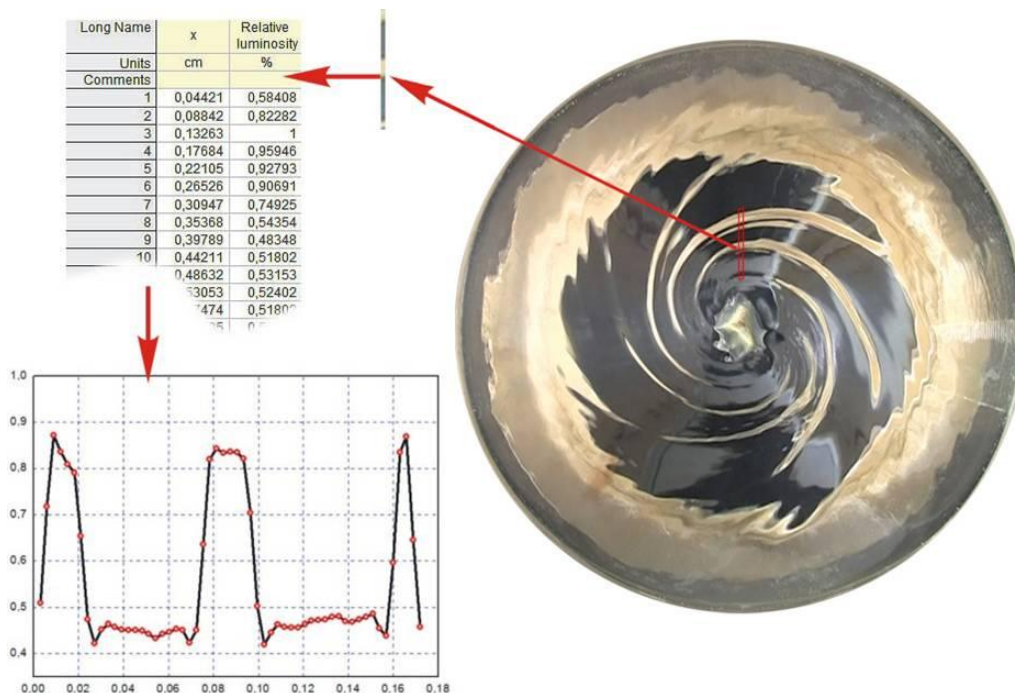


Рисунок 1.6.2 – Схема определения пространственного периода поверхностных возмущений, приведенное изображение получено при $R = 14.0$ см, $H = 30$ см, $\Omega = 220$ об/мин

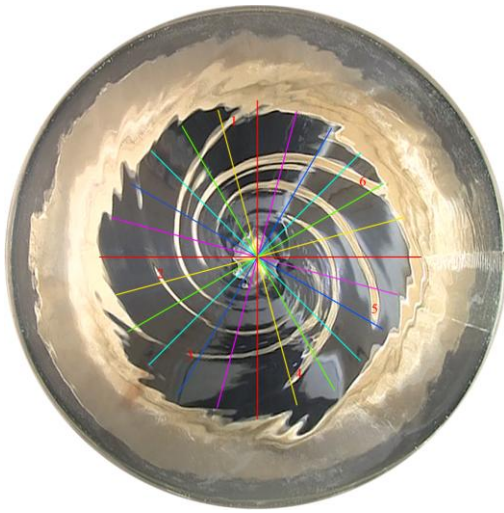
Выбранный участок изображения должен иметь ширину не менее трех точек, чтобы исключить случайные погрешности определения освещенности участка свободной поверхности, но не более пяти, дабы избежать чрезмерного

усреднения характеристик волны вдоль ее гребня. Как правило, изображение имело ширину три пикселя, следовательно, соответствующая матрица содержала три столбца значений. Значение яркости вычислялось как среднее арифметическое элементов строки. Значения нормировались на величину максимального элемента полученного столбца значений яркости. Номера элементов столбца, соответствующие номерам пикселей выделенного участка изображения, пересчитываются в единицы длины. Коэффициент пересчета определялся как отношение измеренного на изображении (в пикселях) диаметра рабочей области установки к его реальному значению (в метрах). Нормировка значений длины проводилась на радиус рабочей области установки. Определение пространственного периода волн производилось на основе полученного графика зависимости усредненных и нормированных значений яркости от приведенных координат (Таблица 1.6.1).

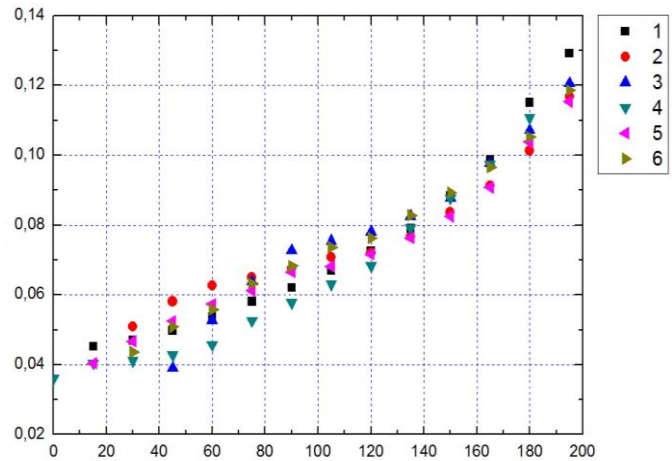
$H = 30$ см, $\Omega = 200$ об/мин	$H = 40$ см, $\Omega = 310$ об/мин
λ , см	
1,02	1,57
1,10	1,38
1,11	1,14

Таблица 1.6.1 – Измеренные пространственные периоды поверхностных возмущений при различных параметрах эксперимента ($R = 14$ см).

Для проверки утверждения о симметрии элементов свободной поверхности была сравнена форма всех 6 волн. Для этого с равным шагом по углу φ измерялся радиус r точки (рисунок 1.6.3, а), принадлежащей каждой волне. В последствии был построен график зависимости r от φ в полярной системе координат для каждой волны. Сравнение графиков показало совпадение формы волн с точностью до 25% (рисунок 1.6.3, б) [58].



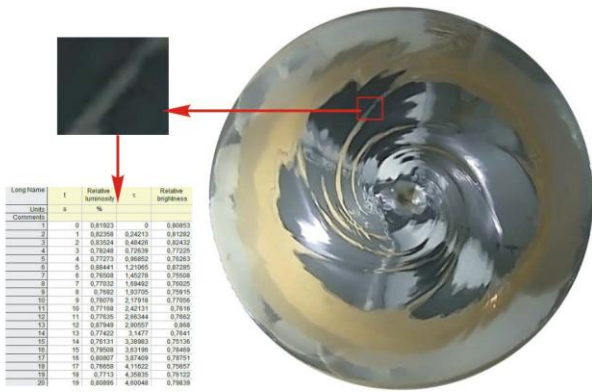
а



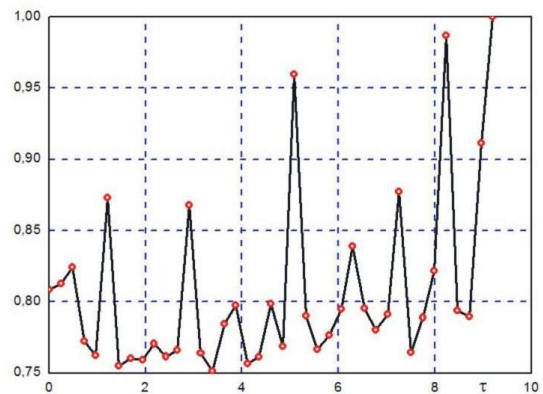
б

Рисунок 1.6.3 – Схема (а) построения графика (б) зависимости r от φ в полярной системе координат для каждой волны

На основе полученных усредненных значений яркости строился график (рисунок 1.6.4), с помощью которого была определена средняя частота осцилляций волн, которая для представленного примера ($R = 14.0$ см, $H = 30$ см) равна $\nu = 1.52$ с $^{-1}$.



а



б

Рисунок 1.6.4 – Схема расчета (а) и график (б) зависимости относительной освещенности (значения были нормированы на максимальное в серии) одного и того же участка каждого кадра в серии от времени (нормировано на частоту). Параметры экспериментальной установки:

$$R = 14 \text{ см}, H = 30 \text{ см}, \Omega = 200 \text{ об/мин}$$

Волны имеют острый гребень и пологую широкую (ширина превышает ширину гребня) впадину. Во всех проведенных экспериментах было установлено, что порядки измеренных мгновенных значений длин волн не изменяются с течением времени, что может служить косвенным доказательством непосредственной связи между параметрами вихревого течения и возникающих на его свободной поверхности возмущений.

1.7 Спиральная структура траекторий жидких частиц вблизи поверхности вихря

Рассчитанная в [54] форма нулевого приближения хорошо согласуется с экспериментальными наблюдениями. В то же время, визуализация траекторий жидких частиц указывает на то, что в вихревом течении вблизи свободной поверхности присутствует компонента скорости, нормальная к азимутальной компоненте и касательная к поверхности вихря. Для того чтобы учесть данный экспериментальный результат, а также с целью адекватного описания движения жидкости, исследование течения вблизи свободной поверхности проводится в сопутствующей системе координат (s, φ, n) , где s – длина дуги вдоль поверхности нулевого приближения, отсчитываемая от точки наибольшего заглубления поверхности вихря (координаты которой в цилиндрической системе задаются значениями $(0, 0, \zeta(0))$) до точки $(r, 0, \zeta(r))$. Поскольку форма нулевого приближения $\zeta(r)$ известна [59], то имеет место выражение, определяющее длину дуги

$$s(r) = \int_0^r \sqrt{1 + \zeta_r'^2} dr \quad (1.7.1)$$

Координата φ совпадает с азимутальной координатой исходной цилиндрической системой координат, а координата n отсчитывается вдоль нормали к поверхности нулевого приближения. Схематически сопутствующая координатная система (точнее, её единичные орты) представлена на рисунке

1.7.1, *a*. Однозначная связь между координатами r и s позволяет рассматривать форму нулевого приближения как известную функцию переменной s , то есть $\zeta = \zeta(s)$.

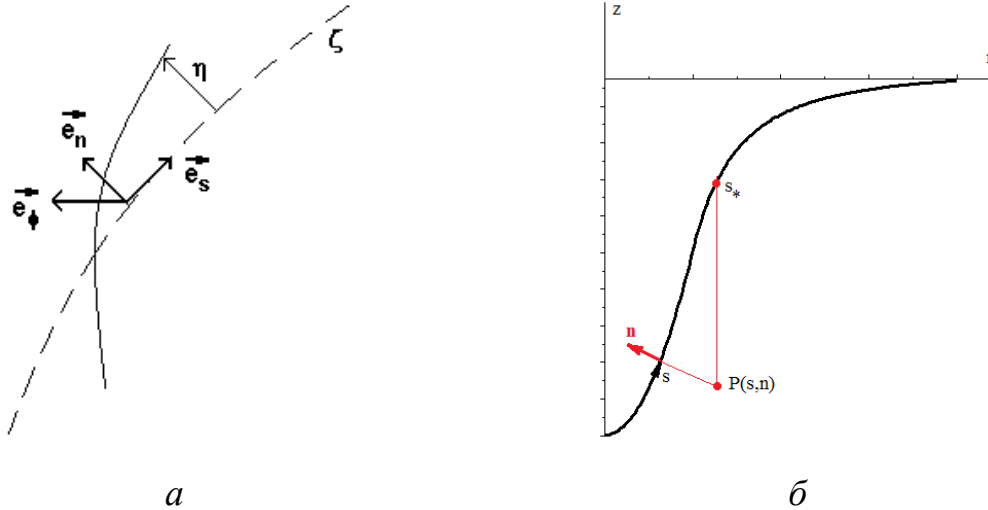


Рисунок 1.7.1 – Сопутствующая поверхности координатная система

Радиус-вектор точки, лежащей на поверхности нулевого приближения, определяется выражением

$$\mathbf{r}_\zeta = R(s)\mathbf{e}_r + \zeta(s)\mathbf{e}_z \quad (1.7.2)$$

где $R(s)$ – известная функция радиуса точки на поверхности.

Так как форма нулевого приближения является однопараметрической поверхностью вращения, то имеет место выражение

$$\mathbf{e}_s = \frac{\partial \mathbf{r}_\zeta}{\partial s} = R'\mathbf{e}_r + \zeta'\mathbf{e}_z \quad (1.7.3)$$

на основании которого из условия $\mathbf{e}_s \cdot \mathbf{e}_s = 1$ следует

$$R' \equiv \sqrt{1 - \zeta'^2} \quad (1.7.4)$$

причем выбирается положительный знак корня. Здесь и далее производные функций $\zeta(s)$ и $R(s)$ обозначаются штрихами.

Если вблизи свободной поверхности задана точка с координатами (r, φ, z) , то в системе (s, φ, n) ее координаты определяются согласно соотношениям

$$r = R(s) - n\zeta', \quad \varphi = \varphi, \quad z = \zeta + nR' \quad (1.7.5)$$

а связи между ортами рассматриваемых систем задаются выражениями

$$\mathbf{e}_r = R' \mathbf{e}_s - \zeta' \mathbf{e}_n, \quad \mathbf{e}_\varphi = \mathbf{e}_\varphi, \quad \mathbf{e}_z = \zeta' \mathbf{e}_s + R' \mathbf{e}_n. \quad (1.7.6)$$

Соотношения (1.7.5) порождают правила дифференцирования произвольной функции f

$$f'_r = \frac{R'}{D(s,n)} f'_s - \zeta' f'_n, \quad f'_\varphi = f'_\varphi, \quad f'_z = \frac{\zeta'}{D(s,n)} f'_s + R' f'_n, \quad D(s,n) = 1 - \frac{n\zeta''}{\sqrt{1-\zeta'^2}} \quad (1.7.7)$$

Полученные соотношения (1.7.4 – 1.7.7) позволяют записать уравнения движения в системе координат (s, n, φ) в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_s}{\partial t} + \frac{v_s}{D} \frac{\partial v_s}{\partial s} + v_n \left(\frac{\partial v_s}{\partial n} + \frac{1}{D} \frac{\partial D}{\partial n} v_s \right) + \frac{v_\varphi}{R - n\zeta'} \left(\frac{\partial v_s}{\partial \varphi} - R' v_\varphi \right) &= -\frac{1}{D} p'_s - g\zeta' \\ \frac{\partial v_\varphi}{\partial t} + \frac{v_s}{D} \frac{\partial v_\varphi}{\partial s} + v_n \frac{\partial v_\varphi}{\partial n} + \frac{v_\varphi}{R - n\zeta'} \left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + R' v_s - \zeta' v_n \right) &= -\frac{1}{R - n\zeta'} p'_\varphi \\ \frac{\partial v_n}{\partial t} - \frac{1}{D} \frac{\partial D}{\partial n} v_s^2 + \frac{v_s}{D} \frac{\partial v_n}{\partial s} + v_n \frac{\partial v_n}{\partial n} + \frac{v_\varphi}{R - n\zeta'} \left(\frac{\partial v_n}{\partial \varphi} + \zeta' v_\varphi \right) &= -p'_n - gR' \\ \frac{\partial}{\partial s} \left[(R - n\zeta') v_s \right] + D \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial n} \left[D(R - n\zeta') v_n \right] &= 0 \end{aligned} \quad (1.7.8)$$

Давление в точке с координатами (s, n) (угловая зависимость в этой задаче отсутствует) определяется выражением

$$p(s, n) = g(\zeta(s_*) - \zeta(s) - nR'(s)) + p_0 + \tilde{p}(s, n) \quad (1.7.9)$$

в котором все составляющие давления нормированы на плотность воды.

Первый член в (1.7.9) – гидростатическое давление столба воды, находящегося над точкой $P(s, n)$, как показано на рисунке 1.7.1, б. Второй и третий члены – атмосферное давление и давление, обусловленное течением воды соответственно.

Так как, согласно рисунку 1.7.1, радиальное расстояние от оси цилиндрической системы координат у точек $P(s, n)$ и $(s_*, 0)$ одно и то же, то справедливо соотношение

$$R(s_*) = R(s) - n\zeta'(s) \quad (1.7.10)$$

В цилиндрической системе координат уравнения движения и граничные условия для формы нулевого порядка имеют вид

$$p'_z = -g, \quad p'_r = \frac{v_\varphi^2}{r}, \quad p|_{z=\zeta} = p_0 \quad (1.7.11)$$

которые в системе координат (s, n, φ) приобретают форму

$$\frac{\zeta'(s)}{D(s, n)} p'_s + R'(s) p'_n = -g, \quad \frac{R'(s)}{D(s, n)} p'_s - \zeta'(s) p'_n = \frac{v_\varphi^2}{R(s) - n\zeta(s)} \equiv \frac{v_\varphi^2}{R(s_*)}, \quad p|_{n=0, s=s_*} = p_0 \quad (1.7.12)$$

Координата s_* точки на поверхности, соответствующей точке $P(s, n)$, является функцией координат s и n

$$\frac{\partial s_*}{\partial s} = \frac{R'(s)D(s, n)}{R'(s_*)}, \quad \frac{\partial s_*}{\partial n} = -\frac{\zeta'(s)}{R'(s_*)}. \quad (1.7.13)$$

Совместное использование (1.7.12) и (1.7.13) позволяет преобразовать систему (1.7.13) к виду

$$\tilde{p}' = \frac{v_\varphi^2}{R(s_*)} - g \frac{\zeta'(s_*)}{R'(s_*)}, \quad \tilde{p}|_{n=0, s=s_*} = \sigma \left(\frac{\zeta'(s_*)}{R(s_*)} + \frac{\zeta''(s_*)}{R'(s_*)} \right) \quad (1.7.14)$$

Поскольку $\tilde{p}' = \frac{\partial \tilde{p}}{\partial R(s_*)} = \frac{1}{R'(s_*)} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial s_*}$, то использование условия обнуления

вязких членов в уравнении Навье-Стокса приводит к результату

$$p = \int \frac{v_\varphi^2(R(s_*))R'(s_*)}{R(s_*)} ds_* - g\zeta(s_*)$$

подстановка которого в граничное условие (1.7.12) формирует уравнение

$$\int \frac{v_\varphi^2(R(s))R'(s)}{R(s)} ds - g\zeta(s) = \sigma \left(\frac{\zeta'(s)}{R(s)} + \frac{\zeta''(s)}{R'(s)} \right) \quad (1.7.15)$$

Для областей центрального (твердотельного) и периферийного течений, которые характеризуются азимутальной скоростью вида

$$\begin{aligned} 1. \quad v_\varphi &= \omega r = \omega(R(s) - n\zeta'(s)) = \omega R(s_*), \quad 0 \leq r \leq a \\ 2. \quad v_\varphi &= \frac{\omega a^2}{r} = \frac{\omega a^2}{R(s) - n\zeta'(s)} = \frac{\omega a^2}{R(s_*)}, \quad r \geq a \end{aligned} \quad (1.7.16)$$

уравнение (1.7.15) переходит в уравнения

$$\begin{aligned} 1. \quad \frac{\omega^2 R^2(s)}{2} - g\zeta(s) + g\zeta_0 &= \sigma \left(\frac{\zeta'(s)}{R(s)} + \frac{\zeta''(s)}{R'(s)} \right) \\ 2. \quad -\frac{\omega^2 a^4}{2R^2(s)} - g\zeta(s) + g\zeta_0 &= \sigma \left(\frac{\zeta'(s)}{R(s)} + \frac{\zeta''(s)}{R'(s)} \right) \end{aligned} \quad (1.7.17)$$

решения которых необходимы для получения явного вида зависимости $\zeta(s)$.

Интегрирование (1.7.17) определяет форму поверхности нулевого приближения в пренебрежении эффектами поверхностного натяжения

$$\zeta(s_*) = \zeta_0 + \frac{\omega^2}{2g} \left[R^2(s_*)\theta(a - R(s_*)) + a^2(2 - a^2/R^2(s_*))\theta(R(s_*) - a) \right] \quad (1.7.18)$$

которая эквивалентна результатам [59], представленным в цилиндрической системе координат в том же приближении.

Полученный результат позволяет провести исследование структуры поля скорости вблизи свободной поверхности вихря в системе координат (s, n, φ) . Условие несжимаемости жидкости удовлетворяется при компонентах скорости, определяемых соотношениями

$$v_s = \frac{\Psi'_n}{R - n\zeta'}, \quad v_n = -\frac{\Psi'_s}{D(R - n\zeta')} \quad (1.7.19)$$

которым в цилиндрической системе координат соответствуют выражения

$$v_r = \frac{(R - n\zeta')'_s \Psi'_n - (R - n\zeta')'_n \Psi'_s}{D(R - n\zeta')}, \quad v_z = \frac{(\zeta + nR')'_s \Psi'_n - (\zeta + nR')'_n \Psi'_s}{D(R - n\zeta')} \quad (1.7.20)$$

Удовлетворение кинематическим граничным условиям приводит к их формальной математической формулировке

$$v_n|_{n=0} = 0 \rightarrow \psi'_s|_{n=0} = 0, \quad v_z/v_r|_{n=0} = \frac{\zeta'}{R'} \quad (1.7.21)$$

указывающей на то, что вблизи поверхности нулевого приближения поле скорости должно приобретать касательный (к этой поверхности) характер.

Делается предположение, что характер течения вблизи поверхности таков, что в области твердотельного вращения

$$v_r = A(s)(R - n\zeta'), \quad v_n \sim n \quad (1.7.22)$$

а на периферии вихря (тоже вблизи поверхности)

$$v_r = \frac{B(s)}{R - n\zeta'}, \quad v_n \sim n \quad (1.7.23)$$

Подстановка (1.7.22, 1.7.23) в (1.7.20) и поиск решения получаемых уравнений в виде

$$\psi = (R - n\zeta')^m (nR')^k \quad (1.7.24)$$

приводит к следующим результатам.

Для области твердотельного вращения:

$$\begin{aligned} v_s &= -\tilde{\omega}(R'(R - n\zeta') - 2nR'\zeta'), \quad v_n = \tilde{\omega}n \left(2R'^2 + \frac{R''(R - n\zeta')}{D} \right) \\ v_r &= -\tilde{\omega}(R - n\zeta')R'^2 \frac{1 - n\zeta''/R'^3}{D}, \quad v_z = \tilde{\omega} \left(2nR' - \frac{R'\zeta'(R - n\zeta')}{D} \right) \end{aligned} \quad (1.7.25)$$

а для периферии:

$$v_s = -\frac{\tilde{\omega}R'}{R - n\zeta'}, \quad v_n = -\frac{\tilde{\omega}nR''}{D(R - n\zeta')}, \quad v_s = -\tilde{\omega} \frac{R'^2 + nR''/\zeta'}{D(R - n\zeta')}, \quad v_z = -\tilde{\omega} \frac{R'\zeta'}{D(R - n\zeta')} \quad (1.7.26)$$

В представленных выражениях $\tilde{\omega}$ – некоторая постоянная величина имеющая размерность частоты, знак «минус» выбран по причине того, что в экспериментах [90] в приповерхностной области наблюдается движение жидкости к оси вращения и вниз. Соотношения (1.7.25, 1.7.26) удовлетворяют кинематическим граничным условиям, а также позволяют вычислить траектории жидких частиц вблизи поверхности вихря. Поскольку

$$v_s = \dot{s}, \quad v_\varphi = R\dot{\varphi}, \quad v_z = \dot{z} \quad (1.7.27)$$

где точка сверху обозначает дифференцирование по времени, то интегрирование (1.7.27) с учётом (1.7.25, 1.7.26) приводит к следующему результату.

В области твердотельного вращения:

$$R = R_1 e^{-\varepsilon(\varphi - \varphi_1)}, \quad z = z_1 - \frac{\omega^2 R_1^2}{2g} \left(1 - e^{-2\varepsilon(\varphi - \varphi_1)}\right) \quad (1.7.28)$$

а в области периферии:

$$R = R_2 e^{-\varepsilon(\varphi - \varphi_2)}, \quad z = z_2 - \frac{\omega^2 a^4}{2gR_2^2} e^{2\varepsilon(\varphi - \varphi_2)} \quad (1.7.29)$$

Здесь $\varepsilon = \tilde{\omega}/\omega$ (согласно экспериментальным данным $\varepsilon \ll 1$), а R_i, z_i, φ_i – постоянные интегрирования (1.7.27) в соответствующих областях вихревого течения. Сшивка траекторий при $R = a$ (на границе твердотельной и периферийной областей) связывает между собой постоянные величины R_i, z_i, φ_i .

Расчёты, проведённые по формулам (1.7.28, 1.7.29), показывают, что жидкие частицы вблизи поверхности движутся по спиральям от периферии к центру течения (рисунок 1.7.2) [90].

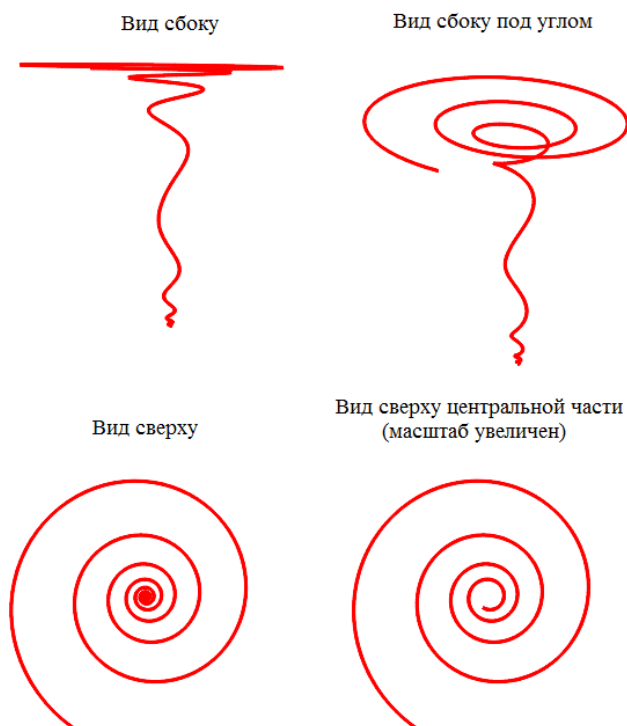


Рисунок 1.7.2 – Траектории жидких частиц вблизи поверхности вихря

Проведенные эксперименты со смешивающейся с водой примесью (чернила, уранил) показали, что вдоль свободной поверхности жидкие частицы движутся по спиральным траекториям (рисунок 1.7.3), в то же время перенос жидких частиц в толщу жидкости происходит по винтовым нисходящим траекториям, радиус которых слабо изменяется вдоль вертикали.

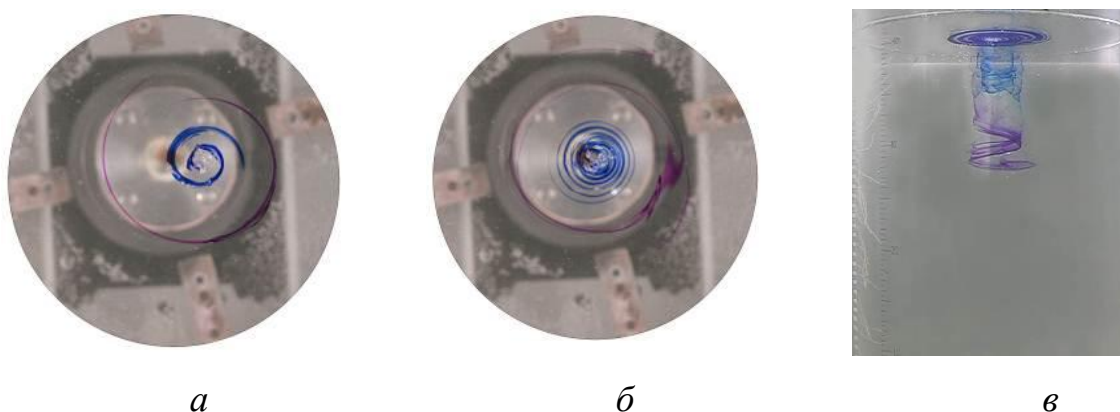


Рисунок 1.7.3 – Перенос растворимого маркера на поверхности и в толще жидкости ($H = 40$ см, $R = 5.0$ см) *а - б*) – $t = 7, 23$ с ($\Omega = 180$ об/мин), *в*) $\Omega = 200$ об/мин

Как видно из рисунка 1.7.3, расстояние между рукавами спиралей растёт с увеличением радиального расстояния. Это означает, что наблюдаемые спирали относятся к логарифмическим типу (у спирали Архимеда расстояние между рукавами неизменно) в полном соответствии с теоретическими результатами (1.7.29, 1.7.30).

Таким образом, экспериментальное и теоретическое исследование описанного вихревого течения показало, что траектории движущихся жидких частиц вблизи поверхности воды представляют собой пространственные спирали, по которым эти частицы движутся от периферии к центру вихря.

Хорошее совпадение форм свободной поверхности, описываемой аналитическими соотношениями, с экспериментально наблюдаемыми при различных параметрах вихревого течения, указывает на применимость развитого в представленной работе упрощённого теоретического описания течения данного вида.

1.8 Течение вблизи диска

Задача о течении вблизи диска, служащего индуктором составного вихревого течения, представляет собой проблему, требующую отдельного рассмотрения. Эта задача рассматривается в предположении, что вращающийся индуктор контактирует только с жидкостью.

Пусть $\mathbf{v} = u\mathbf{e}_r + v\mathbf{e}_\varphi + w\mathbf{e}_z$ – поле скорости в цилиндрической системе координат. Физические поля считаются стационарными и независимыми от азимутального угла φ . Поскольку развитие течения в составном вихре обусловлено вязкостью воды, то на диске выполняются условия прилипания.

При решении поставленной задачи делается предположение о том, что вблизи поверхности диска вертикальная компонента скорости w не зависит от радиальной координаты r . Пусть $w = -2A(z)$, тогда из уравнения

непрерывности $u'_r + \frac{u}{r} + w'_z = 0$ с необходимостью следует $u = rA'_z$.

Азимутальная компонента скорости представляется в форме $v = \Omega r B(z)$. Тогда из условий прилипания следует

$$A(z)|_{z=0} = A'_z(z)|_{z=0} = 0, \quad B(z)|_{z=0} = 1 \quad (1.8.1)$$

Так как стационарное течение в воде подчиняется уравнениям движения

$$\begin{aligned} uu'_r + wu'_z - \frac{v^2}{r} &= -\frac{1}{\rho} p'_r + v \left(u''_{rr} + \frac{1}{r} u'_r + u''_{zz} - \frac{u}{r^2} \right) \\ uv'_r + wv'_z + \frac{uv}{r} &= v \left(v''_{rr} + \frac{1}{r} v'_r + v''_{zz} - \frac{v}{r^2} \right) \\ uw'_r + ww'_z &= -\frac{1}{\rho} p'_z + v \left(w''_{rr} + \frac{1}{r} w'_r + w''_{zz} \right) - g \end{aligned} \quad (1.8.2)$$

то с использованием сделанных предположений на основании (1.8.2) оказываются справедливыми соотношения

$$\begin{aligned} v B''_{zz} + 2(AB'_z - BA'_z) &= 0 \\ -\frac{1}{\rho} p'_r &= r(v A'''_{zzz} + 2AA''_{zz} - A'^2_z + \omega^2 B^2) \\ -\frac{1}{\rho} p'_z &= 2(v A''_{zz} + 2AA'_z) + g \end{aligned} \quad (1.8.3)$$

Интегрирование второго и третьего уравнений системы (1.8.3) порождает соотношения

$$p = -\frac{\rho r^2}{2} (v A'''_{zzz} + 2AA''_{zz} - A'^2_z + \omega^2 B^2) + f(z) \quad (1.8.4)$$

$$p = -2\rho(v A'_z + A^2) - \rho g z + h(r) \quad (1.8.5)$$

где f и h – произвольные функции своих аргументов.

Условие совместности (1.8.4) и (1.8.5) приводит к требованию

$$\begin{aligned} f(z) &= -2\rho(v A'_z + A^2) - \rho g z + c_1, \quad v A'''_{zzz} + 2AA''_{zz} - A'^2_z + \omega^2 B^2 = c_2 \\ h(r) &= -c_2 \frac{\rho r^2}{2} + c_1 \end{aligned} \quad (1.8.6)$$

где $c_{1,2}$ – некоторые постоянные величины.

При отсутствии вращения диска ($\Omega = 0$) течения нет, следовательно $A = 0$, $p = -\rho g z + c_1$, $c_2 = 0$ и система (1.8.3) сводится к двум уравнениям

$$\nu B''_{zz} + 2(AB'_z - BA'_z) = 0, \quad \nu A'''_{zzz} + 2AA''_{zz} - A'^2_z + \Omega^2 B^2 = 0 \quad (1.8.7)$$

при этом $p = -2\rho(\nu A'_z + A^2) - \rho g z + c_1$.

При решении системы (1.8.7) вблизи поверхности диска функции A и B задаются представлениями

$$\begin{aligned} A(z) &= a_2 z^2 + a_3 z^3 + a_4 z^4 + a_5 z^5 + \dots \\ B(z) &= 1 + b_1 z + b_2 z^2 + b_3 z^3 + b_4 z^4 + b_5 z^5 + \dots \end{aligned} \quad (1.8.8)$$

которые удовлетворяют условиям прилипания (1.8.1).

Подстановка (1.8.8) в (1.8.7) определяет коэффициенты a_i , b_i , так что

$$\begin{aligned} A(z) &= \frac{3}{2} \nu b_3 z^2 - \frac{\Omega^2 z^3}{6\nu} - \frac{b_1 \Omega^2 z^4}{12\nu} - \frac{b_1^2 \Omega^2 z^5}{60\nu} - \frac{b_3 \Omega^2 z^6}{120\nu} + \dots \\ B(z) &= 1 + b_1 z + b_3 z^3 + \left(b_1 b_3 - \frac{\Omega^2}{3\nu^2} \right) \frac{z^4}{4} - \frac{b_1 \Omega^2 z^5}{15\nu^2} + \dots \end{aligned} \quad (1.8.9)$$

Величины b_1 и b_3 играют роль свободных параметров решения.

Наряду с $A(z)$ и $B(z)$ удобно определить величину $C(z) = A'_z$

$$C(z) = 3\nu b_3 z - \frac{\Omega^2 z^2}{2\nu} - \frac{b_1 \Omega^2 z^3}{3\nu} - \frac{b_1^2 \Omega^2 z^4}{12\nu} - \frac{b_3 \Omega^2 z^5}{20\nu} + \dots \quad (1.8.10)$$

Положить величины b_1 и b_3 равными нулю нельзя, так как это нарушает физический смысл полученного решения. Пусть $b_3 = 0$. Тогда главный член

разложения $A(z)$ равен $-\frac{\Omega^2 z^3}{6\nu}$. Поскольку $w = -2A(z)$, то при $b_3 = 0$ следует,

что вертикальный поток жидкости направлен от диска, в то время как эксперимент показывает течение к диску. Для того чтобы вертикальный поток был направлен к диску из первого уравнения (1.8.9) следует, что $b_3 > 0$. Этот результат согласуется с выражением (1.8.10) для величины $C(z)$: так как $u = rC(z)$, то при $b_3 > 0$ жидкость отбрасывается диском от оси вращения, в полном соответствии с экспериментом.

Если положить $b_1 = 0$, то из выражения для $B(z)$ следует, что азимутальная компонента скорости возрастает при вертикальном удалении от плоскости

диска. В действительности она может только уменьшаться, поскольку её наличие определяется силой вязкого трения, так что максимальная величина азимутальной скорости достигается только на диске. Таким образом, из второго соотношения (1.8.9) с необходимостью следует $b_1 < 0$.

Для дальнейшего анализа полученных результатов вводится безразмерная вертикальная координата x , определяемая соотношением

$$x = \frac{z}{\delta_v}, \quad \delta_v = \sqrt{\frac{\nu}{\Omega}} \quad (1.8.11)$$

где δ_v – толщина пограничного слоя, образующегося на вращающемся диске.

Также вводятся безразмерные параметры β_1 , β_3 , такие что

$$\beta_1 = \frac{b_1}{\delta_v} < 0, \quad \beta_3 = \frac{b_3}{\delta_v^3} > 0 \quad (1.8.12)$$

В результате выражения для $A(z)$, $B(z)$, $C(z)$ приобретают вид

$$\begin{aligned} A(x) &= \sqrt{\Omega\nu} \left(\frac{3}{2} \beta_3 x^2 - \frac{x^3}{6} - \frac{\beta_1 x^4}{12} - \frac{\beta_1^2 x^5}{60} - \frac{\beta_3 x^6}{120} + \dots \right) = \sqrt{\Omega\nu} a(x) \\ B(x) &= 1 + \beta_1 x + \beta_3 x^3 + \left(\beta_1 \beta_3 - \frac{1}{3} \right) \frac{x^4}{4} - \frac{\beta_1 x^5}{15} + \dots = b(x) \\ C(x) &= \Omega \left(3\beta_3 x - \frac{x^2}{2} - \frac{\beta_1 x^3}{3} - \frac{\beta_1^2 x^4}{12} - \frac{\beta_3 x^5}{20} + \dots \right) = \Omega c(x) \end{aligned} \quad (1.8.13)$$

С использованием (1.8.13) представления для компонент поля скорости приобретают форму

$$u(r, x) = \Omega r c(x), \quad v(r, x) = \Omega r b(x), \quad w(r, x) = -2\sqrt{\Omega\nu} a(x) \quad (1.8.14)$$

Полученные результаты (1.8.14) показывают, что вращающийся диск разгоняет жидкие частицы в радиальном направлении. Их радиальная скорость линейно растёт с увеличением удаления от оси вращения. Эта зависимость обеспечивает равенство по величинам вертикального потока жидкости, натекающей на диск, и радиального потока жидкости, оттекающей от оси вращения.

При переходе к лагранжевым координатам, связанным с выделенной частицей жидкости, из (1.8.14) следуют уравнения движения жидкого элемента

$$r = \Omega r(t) c(x(t)), \quad \dot{\varphi} = \Omega b(x(t)), \quad \dot{x} = -2\Omega a(x(t)) \quad (1.8.15)$$

Использование главных членов в разложениях (1.8.13) придаёт (1.8.15) форму

$$\dot{r} = 3\beta_3 \Omega r(t) x(t), \quad \dot{\varphi} = \Omega(1 + \beta_1 x(t)), \quad \dot{x} = -3\Omega\beta_3 x^2(t) \quad (1.8.16)$$

Интегрирование третьего уравнения системы (1.8.16) приводит к результату

$$x(t) = \frac{x_0}{1 + 3\Omega\beta_3 x_0 t} \quad (1.8.17)$$

где x_0 – начальная вертикальная координата жидкого элемента.

Подстановка (1.8.17) в первое уравнение (1.8.16) определяет радиальную координату жидкого элемента выражением

$$r(t) = r_0 (1 + 3\Omega\beta_3 x_0 t) \quad (1.8.18)$$

где r_0 – начальная радиальная координата жидкого элемента.

Подстановка (1.8.17) во второе уравнение системы (1.8.16) приводит к результату

$$\varphi - \Omega t = \frac{\beta_1}{3\beta_3} \ln(1 + 3\Omega\beta_3 x_0 t) + \varphi_0 \quad (1.8.19)$$

где φ_0 – начальная азимутальная координата жидкого элемента.

Использование (1.8.18) позволяет придать (1.8.19) вид

$$\frac{3\beta_3}{\beta_1} (\varphi - \Omega t - \varphi_0) = \ln \frac{r}{r_0}$$

откуда следует

$$r = r_0 \exp\left(\frac{3\beta_3}{\beta_1} (\varphi - \Omega t - \varphi_0)\right) \quad (1.8.20)$$

Величина $\varphi - \Omega t - \varphi_0$ есть азимутальная координата жидкого элемента в системе координат, вращающейся вместе с диском. Таким образом, относительно поверхности диска жидкие элементы, согласно (1.8.20), движутся

по логарифмическим спиралям. Поскольку $\beta_3/\beta_1 < 0$, то чем больше радиальная координата жидкого элемента, тем больше он отстаёт от вращения диска.

Оценка физических параметров зоны отбрасывания жидкости диском

При оценке толщины зоны радиального отбрасывания жидкости от диска используется предположение о том, что кинетическая энергия вертикального потока жидкости целиком переходит в кинетическую энергию радиального оттока. Это означает, что приближённо выполняется равенство

$$\pi R^2 \int_0^d w^2(x) dx = 2\pi \int_0^d \left(\int_0^R r u^2(r, x) dr \right) dx \quad (1.8.21)$$

где d – толщина зоны отброса.

Подстановка в (1.8.21) выражений (1.8.14) приводит к соотношению

$$\frac{8\nu}{\omega R^2} \int_0^d a^2(x) dx = \int_0^d c^2(x) dx \quad (1.8.22)$$

На основании предположения о том, что на верхней границе этой зоны, то есть при $x = d$, вертикальный приток максимален, а радиальный отток обращается в ноль, следует результат

$$a'(x)|_{x=d} = 0, \quad a''(x)|_{x=d} < 0, \quad c(x)|_{x=d} = 0$$

но поскольку $a'(x) = c(x)$, то приведённые условия преобразуются в условия

$$c(x)|_{x=d} = 0, \quad c'(x)|_{x=d} < 0 \quad (1.8.23)$$

Использование в (1.8.23) первых трёх членов разложения

$$c(x) = 3\beta_3 x - \frac{x^2}{2} - \frac{\beta_1 x^3}{3} \quad (1.8.24)$$

приводит к тому, что

$$\beta_3 = \frac{d}{18}(2d\beta_1 + 3), \quad 4d\beta_1 + 3 > 0 \quad (1.8.25)$$

Так как $\beta_3 > 0$, то из (1.8.25) следует $\beta_1 > -\frac{3}{4d}$.

Подстановка (1.8.24, 1.8.25) в (1.8.22) приводит к соотношению

$$\frac{2}{3} d^2 \frac{214d^2\beta_1^2 + 447d\beta_1 + 234}{64d^2\beta_1^2 + 126d\beta_1 + 63} = \frac{\omega R^2}{\nu}$$

из которого следует

$$2d^2 \approx \frac{\omega R^2}{\nu} \Rightarrow d \approx R \sqrt{\frac{\omega}{2\nu}} = \frac{R}{\sqrt{2} \delta_\nu} \quad (1.8.26)$$

Так как $z = \delta_\nu x$, то при переходе к размерным координатам возникает оценка толщины зоны отбрасывания течения

$$z_d \approx \frac{R}{\sqrt{2}} \quad (1.8.27)$$

Если в разложении (1.8.23) ограничиться первыми двумя членами (1.8.13), то результат имеет вид

$$z_d \approx \frac{R}{2} \quad (1.8.28)$$

Таким образом, в качестве характерного размера области отбрасывания жидкости выступает величина $z_d \approx R$. Полученный результат указывает на то, что при введении пространственных масштабов, используемых для приведения уравнений задачи к безразмерному виду, радиус возбуждающего движение диска входит в наборы не только радиальных, но и вертикальных масштабов.

Выводы к Главе 1

Выполнены экспериментальные исследования вихревых течений в однородной жидкости в контейнерах различной геометрии, а также при различных физических параметрах экспериментов на оригинальных установках для изучения динамики формирования и структуры вихревых течений в широком диапазоне определяющих параметров. Отработана методика сбора и обработки экспериментальных данных.

Установлено, что форма свободной поверхности зависит от всех физических параметров задачи (глубины слоя жидкости, радиуса и формы активатора, частоты вращения). Глубина каверны монотонно растет с увеличением частоты вращения.

Всего в экспериментах наблюдались поверхностные каверны трех видов - гладкие, с инерциальными (крупномасштабными) волнами и сложные (с инерциальными и спиральными волнами одновременно).

Результаты экспериментов позволили предположить, что форма свободной поверхности допускает группу собственных ортогональных преобразований $SO(6)$.

Получена теоретическая зависимость, которая описывает универсальную геометрию вихревых каверн, возникающих в цилиндрических сосудах при вращении соосного диска, и совпадает как с экспериментальными данными, так и с полученной ранее моделью вихревого течения.

Впервые получены аналитические выражения, показывающие, что траектории жидких частиц вблизи поверхности вихря представляют собой трехмерные спирали, по которым происходит течение от периферии к центру вихря. Показано, что рассчитанные и визуализированные траектории жидких частиц хорошо согласуются между собой и относятся к классу пространственных логарифмических спиралей.

Решена задача о течении вблизи диска, служащего индуктором составного вихревого течения, в предположении, что вращающийся индуктор

контактирует только с жидкостью и при условии, что физические поля считаются стационарными и независимыми от азимутального угла φ . Показано, что относительно поверхности диска жидкие элементы движутся по логарифмическим спиральям.

Хорошее совпадение форм свободной поверхности, описываемой аналитическими соотношениями, с экспериментально наблюдаемыми при различных параметрах вихревого течения, указывает на применимость развитого в представленной работе упрощённого теоретического описания течения данного вида. Установившаяся форма вихревого движения позволяет изучать процессы переноса вещества из источника с фиксированными свойствами.

Глава 2 ПЕРЕНОС РАСТВОРИМОЙ ПРИМЕСИ ИЗ КОМПАКТНОГО ИСТОЧНИКА В СОСТАВНОМ ВИХРЕ

Необходимость решения задач экологии, повышения надежности и точности прогноза погоды, оценки климатической изменчивости требует существенного повышения точности расчетов, как скоростей и сил, так и процессов переноса вещества. В существующих программах расчета используются осредненные модели (теории турбулентности, методы крупных вихрей), в которых мелкомасштабные процессы учитываются при подсеточной параметризации.

Реальные среды не являются однородными вследствие непостоянства фундаментальных параметров – плотности, температуры, концентрации растворенных веществ и взвешенных частиц. Хотя вариации плотности сравнительно невелики, градиенты плотности достигают больших значений и существенно влияют на структуру, динамику и энергетику протекающих процессов. В механике океана фундаментальную роль играет изучение моделирования взаимодействия микроструктурных сингулярных и макроструктурных регулярных компонент течений, динамики их формирования, распространения и распада в широком диапазоне пространственно-временных масштабов и энергетических свойств процессов.

Особый практический интерес представляет изучение процессов переноса вещества в атмосфере и океане. По мере роста экономики и развития производства в природную среду попадает все большее количество химически активных веществ и соединений, в том числе экологически опасных, которые попадают и в воздушный бассейн, и в гидросферу. Для контроля уровня загрязненности и обеспечения экологической безопасности или даже для планирования эвакуации людей необходимо оценивать перенос вещества из компактного источника в сложившихся гидрометеорологических условиях. На перенос вещества влияют течения в гидросфере – аналог ветра в атмосфере, вихри и волны (стоксов дрейф).

Созданные экспериментальные установки позволяют воспроизводить условия опытов и исследовать устойчивые компоненты сложной картины переноса маркирующей примеси в составном вихревом течении.

В данной главе представлены результаты экспериментальных исследований переноса растворимой примеси из компактного пятна на свободной поверхности жидкости и внутрь покоящейся или вовлеченной в составное вихревое движение жидкости, а также проведена визуализация и качественный анализ течения вблизи кромки диска. Рассчитана скорость изменения опускания красителя в толщу жидкости в зависимости от частоты вращения индуктора. Установлено, что характерные особенности вихревого течения задаются в области пограничного слоя на диске и затем переносятся с сохранением формы структуры течения во всю область, занимаемую жидкостью. Это подтверждается совпадением типов спирального движения жидких частиц на поверхности и вблизи диска.

2.1 Экспериментальные исследования переноса растворимых примесей в вихревом течении

Проблемам экспериментального изучения переноса маркирующей примеси из капли, падающей на поверхность вращающейся жидкости, посвящено всего несколько работ. В первой из них [60] впервые было описано образование “стены краски” из капли, упавшей на поверхность вращающейся жидкости в цилиндрическом или прямоугольном контейнере, равномерность вращения которого специально возмущалась. Следующая работа, в которой вновь визуализировался перенос примеси из капли, падающей на поверхность вращающейся жидкости и была отмечена аналогия между эффектами вращения и стратификации, появилась спустя более тридцати лет [61]. И хотя результаты уже первой публикации [60] вошли в известные монографии [21, 22] процесс переноса вещества в вихревом течении до настоящего времени детально не изучен.

Визуализация кольцевой и спиральной структуры вихревых течений в лабораторных условиях осуществляется с помощью растворимых красителей [62, 63], дыма [64] и мелкодисперсных частиц в методе электролитической преципитации [65] (рисунок 2.1.1).

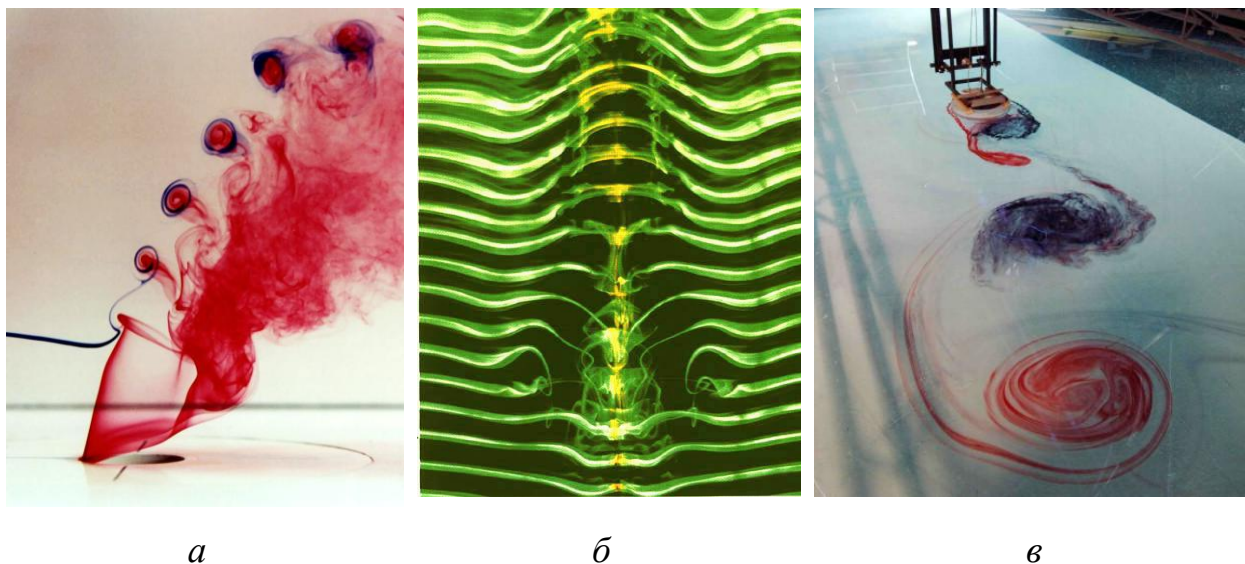


Рисунок 2.1.1 – Визуализация вихревых структур: *а*) - [66]; *б*) - [67]; *в*) - [68]

В работе [69] описаны эксперименты, в которых удалось генерировать и визуализировать четко выраженные вихревые нити. Как правило, они не являются устойчивыми (рисунок 2.1.2).

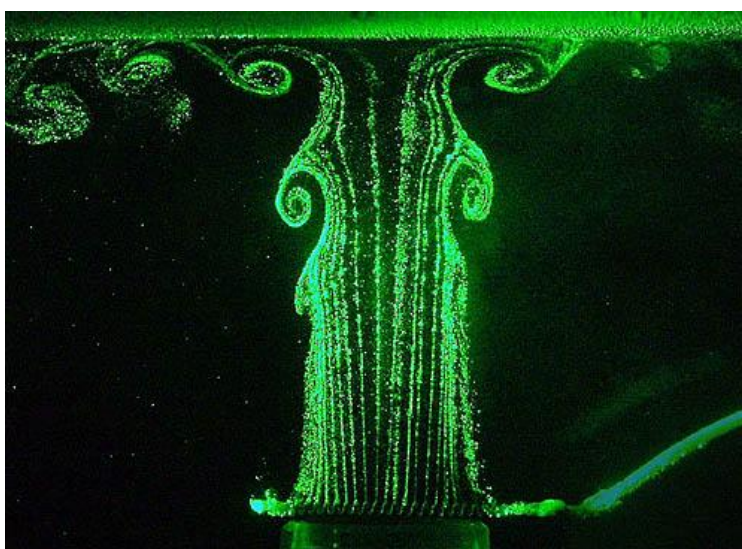


Рисунок 2.1.2 – Визуализация когерентных структур (крупномасштабных вихрей) в турбулентной струе, натекающей на преграду [69]

Автором обнаружены эффекты спаривания вихрей, локальный нестационарный отрыв потока от стенки и новое явление — регулярная структура турбулентности на масштабе крупного вихря. Продемонстрирована возможность управления структурой турбулентного потока путем наложения периодических возмущений пренебрежимо малой амплитуды.

Ряд работ посвящен экспериментальному изучению распространения различных примесей из пятна, помещенного на свободную поверхность составного вихря в цилиндрическом контейнере [70-71]. Специально поставленные эксперименты показали, что важные элементы картины переноса вещества не прогнозируются существующими моделями. Например, трансформация пятна краски в ядре составного вихря [72], а также поведение небольшого количества несмешивающейся примеси на вращающейся свободной поверхности жидкости [73].

2.2 Структурная устойчивость картины переноса растворимой примеси из пятна на поверхности составного вихря

Практический интерес представляет изучение устойчивости структуры спиральных рукавов, в которые трансформируется компактное пятно, помещенное на поверхность составного вихря [74], которая может проверяться последовательным нанесением маркера в одну и ту же или разные области течения.

Из капли красителя, внесенной на вращающуюся свободную поверхность, развивается поверхностная спиральная структура, удлинение которой происходит в двух направлениях — к центру вращения свободной поверхности и к ее периферии. Из сплошной капли постепенно вытягивается короткий рукав в антициклоническом направлении, и более длинный — в циклоническом. Рукава расщеплены на отдельные нити, происходит филаментизация структуры красителя [70] (рисунок 2.2.1)

Длина спирального рукава, растущего в антициклоническом направлении (краска поднимается вдоль поверхности) и его отстояние от центра вращения

монотонно растут со временем. Рукав, растущий в циклоническом направлении (краска погружается в центр каверны), растет более быстро. Спиральные рукава на поверхности вращающейся жидкости существуют длительное время. Продолжительные наблюдения спиральной структуры, образовавшейся при падении одиночной капли, позволяют проследить образование возвратного течения на периферии спиральной структуры.

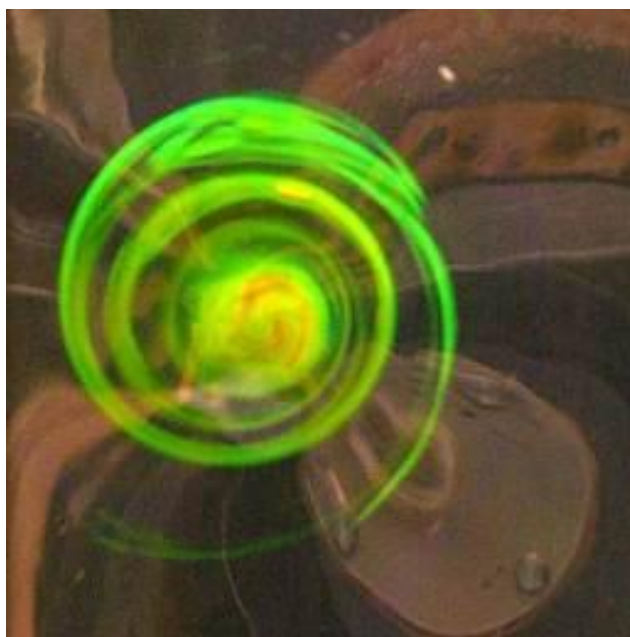


Рисунок 2.2.1 – Трансформация спиральной структуры в вихревую систему ($H = 40$ см, $\Omega = 820$ об/мин, $R = 7,5$ см) [70]

Для демонстрации структурной устойчивости картины течения на рисунке 2.2.2 приведены фотографии картины течения с двумя последовательными каплями чернил, упавшими из фиксированного дозатора с задержкой $t = 0.1$ с (краситель – черные анилиновые чернила, высота падения и объем капли – 4 см, 0.1 мл). В нижней части рисунка указан масштаб изображения.

Обе капли трансформировались в вытянутые спиральные рукава (1 – циклоническая часть внутренней спирали, 2 – место падения капли, 3 – антициклоническая часть внутренней спирали, 4 – антициклоническая часть внешнего рукава, 5 – направление вращения диска). Остатки пятна образовали

утолщение (3.5 мм) на внутреннем рукаве спирали 2 (рисунок 2.2.2, *а*), которое соответствует смещенному начальному положению пятна красителя на свободной поверхности. Большую длину имеет циклонический рукав первой капли, развивающийся в направлении основного вращения поверхности жидкости, его край смещен к мгновенному центру вращения (рисунок 2.2.2, *а*, кривая 1), толщина плавно убывает от 1.5 до 1.3 мм. Длина утончающегося антициклонического рукава 2.2 см, толщина – от 3 мм до 1.5 мм. Внешний (антициклонический) рукав более короткий и толстый. Детальная структура разделенных рукавов показана рисунке 2.2.2, *б*. На этапе активного формирования структуры ширина полосы чистой воды, разделяющей рукава, уменьшается [75].

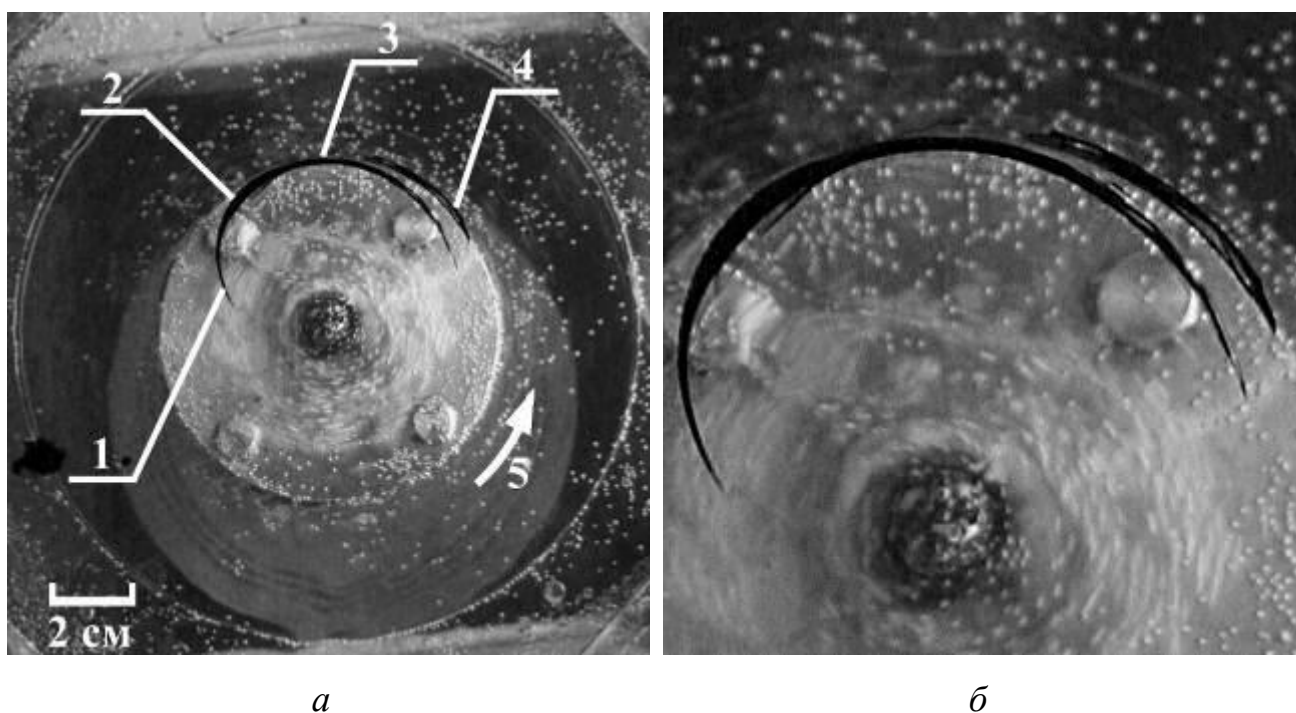


Рисунок 2.2.2 – Вытягивание спиральных рукавов из пятен красителя на поверхности вращающейся жидкости ($H = 10$ см, $\Omega = 100$ об/мин, $R = 7,5$ см):
а) – распределение красителя спустя 1 с после соприкосновения капли с поверхностью; *б*) – часть изображения в увеличенном масштабе

Отмеченные особенности начальной эволюции процесса переноса красителя из пятна, возникающего при падении капли чернил на поверхность составного вихря, сохраняются и на больших временах (рисунок 4.1.3, маркер – фиолетовые анилиновые чернила, начальное положение – 1). Точка падения капли располагается на расстоянии 3.5 см от центра вращения свободной поверхности. Форма пятна, наблюдаемого спустя 1 с (угловой размер структуры относительно центра вращения свободной поверхности – 76° , радиальное положение – $2.6 \div 3.9$ см), свидетельствует о частичном погружении маркера в центре и вытягивании в спиральные рукава (рисунок 2.2.3, а).

Формирование первого витка спирали после попадания капли на свободную поверхность происходит достаточно быстро (рисунок 2.2.3, б), спустя всего $t = 2$ с ($\tau = t/T_r = 6$, где T_r – время одного оборота диска). Здесь угловое положение края спирального рукава смещено относительно начального положения пятна на 200° . К моменту $t = 27$ с ($\tau = 81$,) наблюдаются 5 полных витков спирали, эксцентриситет охватывающего овала ($\varepsilon = \sqrt{1 - (A_r/A_R)^2}$, где A_R и A_r – максимальные и минимальные размер овала, занятого спиральной структурой) составляет $\varepsilon = 0.44$ (рисунок 4.1.3, в), толщина спиральных рукавов немонотонно меняется в интервале от 0.7 до 2.7 мм.

На периферии течения меняется направление эволюции рукава, появляются области возвратного течения (участок кривой 2, рисунок 2.2.3, г), свидетельствующие о сложной структуре составного вихря. Эксцентриситет огибающей центральной части спиральной структуры в данном случае составляет $\varepsilon = 0.42$, внешней части – 0.44, толщина рукавов составляет от 0.6 до 2.0 мм.

Темп развития спиральной структуры растет с увеличением частоты вращения диска. Спираль полностью охватывает центр вращения при $t = 1$ с ($\tau = 3$). К моменту $t = 23$ с ($\tau = 70$) формируются более 10 тонких (от 0.9 до

2.2 мм) окрашенных рукавов (рисунок 2.2.4, *a*), разделенных полосами чистой воды.

Как и в предыдущем эксперименте на периферии течения появляются петли возвратного течения, которые располагаются в направлениях на «12 ч» и «6 ч» (рисунок 2.2.4, *a*). Отстояние центров петель от оси вращения составляет 4.5 и 4.0 см соответственно.

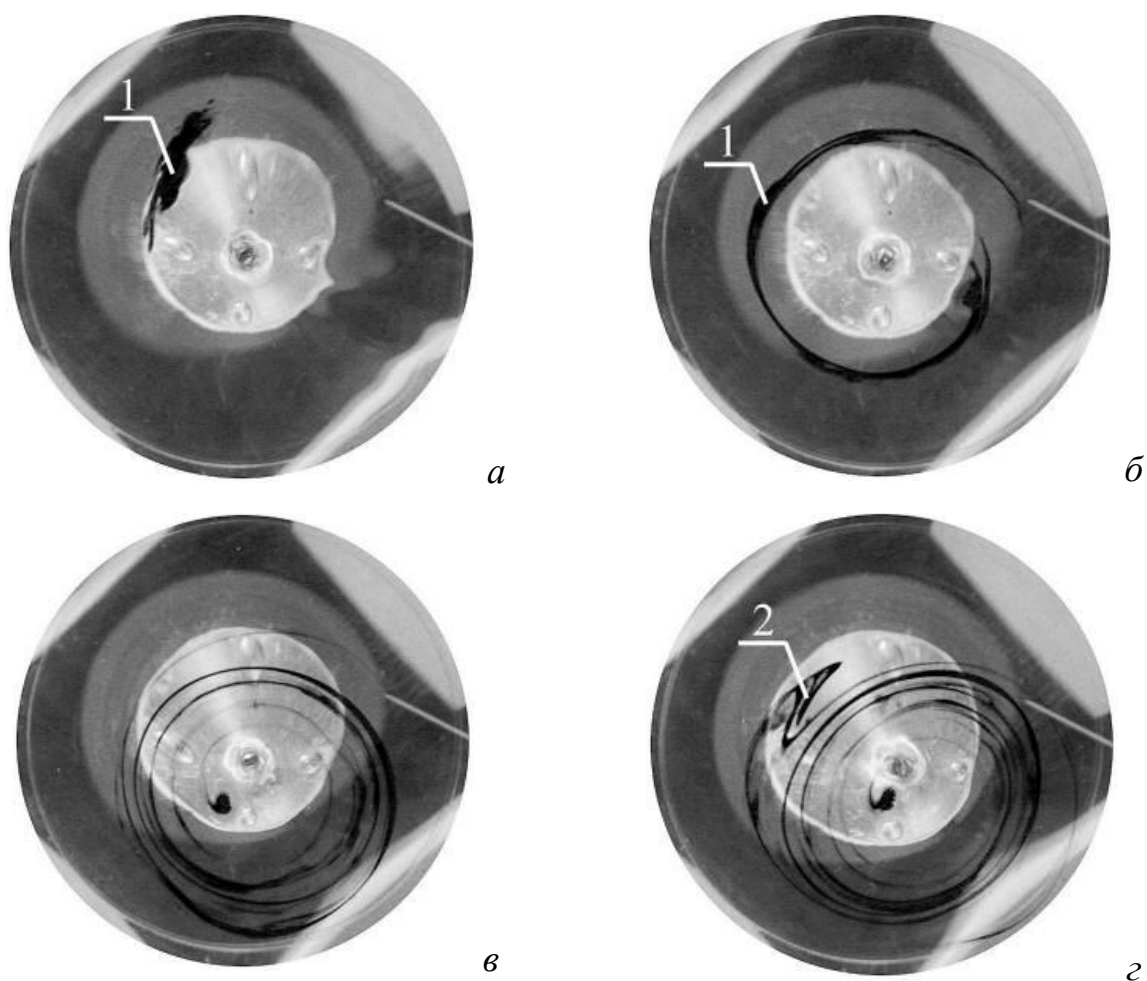


Рисунок 2.2.3 – Изменение области, занятой спиральными рукавами на поверхности составного вихря ($H = 40$ см, $\Omega = 190$ об/мин, $R = 7.5$ см): *a - г*) – $t = 1, 12, 27, 29$ с

Постепенно базовое центростремительное течение стягивает спиральные полосы в центральную часть составного вихря (рисунок 2.2.4, *б*). К моменту $t=51$ с ($\tau=170$) окрашенными оказываются центральная область радиусом

0.6 см, и отделенное от нее полосой чистой воды шириной 1.5 см кольцо с неровным внутренним краем средней толщиной 6.2 мм.

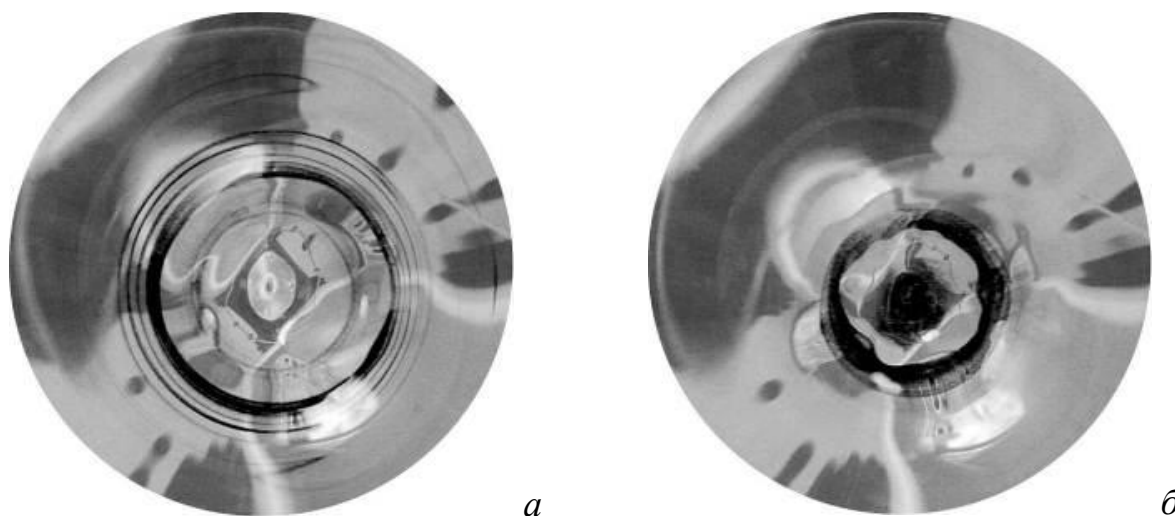


Рисунок 2.2.4 – Эволюция пятна красителя в спираль и concentрические окружности на поверхности составного вихря: *a, б*) – $t = 23, 51$ с ($H = 40$ см, $\Omega = 400$ об/мин, $R = 7.5$ см)

Структурную устойчивость процесса переноса красителя в составном вихре иллюстрирует серия фотографий, приведенная на рисунке 2.2.5. Здесь один маркер (капля фиолетовых чернил) был нанесен на свободную поверхность каверны вихря на расстоянии 2.98 см от центра (капля объемом 0,1 мл свободно падала с высоты 2 см). Вторая капля (синие чернила) была внесена спустя 2 с на расстояние 1.67 от центра каверны. К моменту ее введения первый маркер сформировал спиральный рукав угловым размером 166° , толщиной в пределах от 1. до 0.8 мм, удаленный на расстояние от 3.14 см до 4.51 см от центра вращения свободной поверхности (рисунок 2.2.5, *a*).

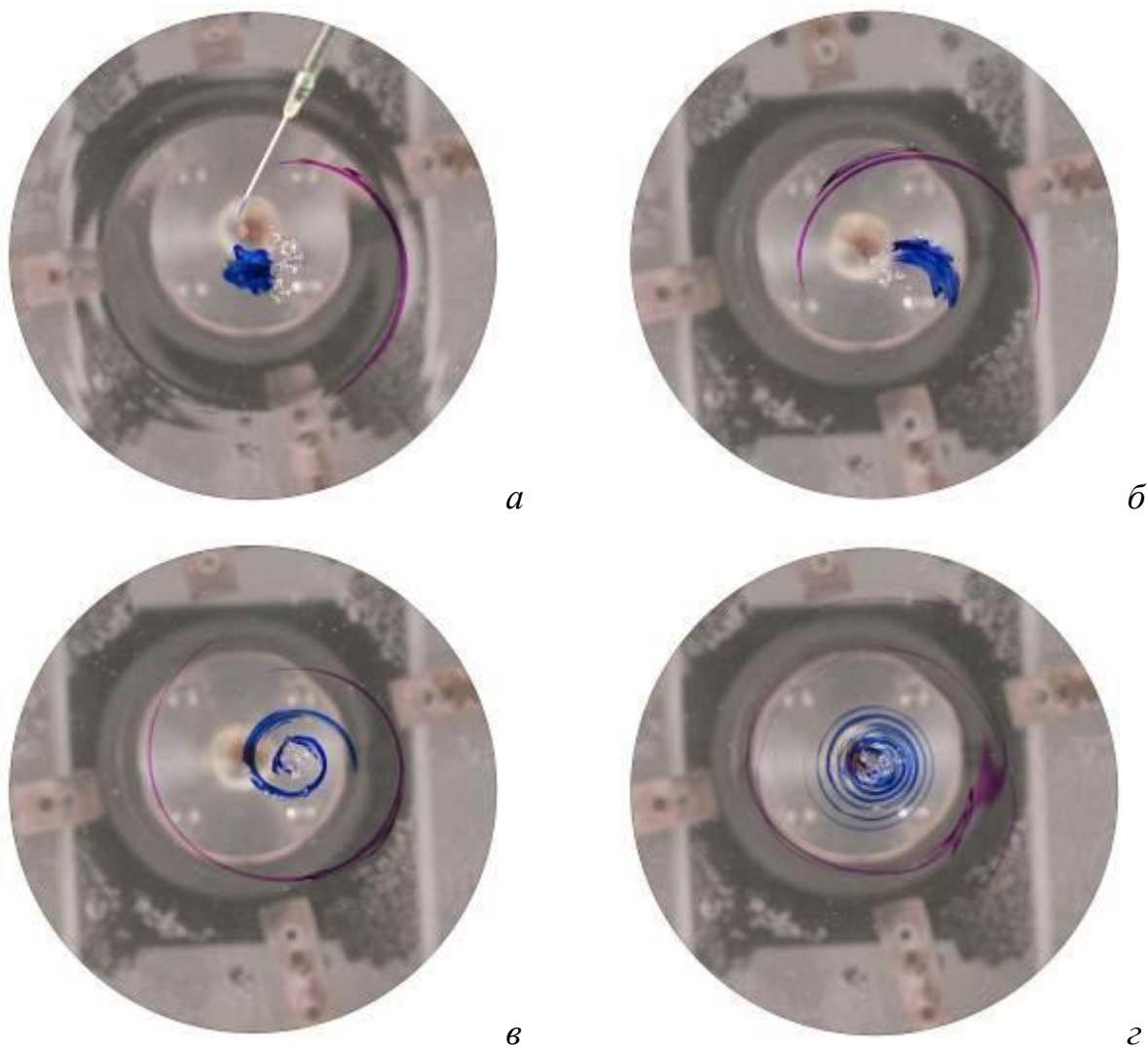


Рисунок 2.2.5 – Изменение области, занятой спиральными рукавами на поверхности составного вихря ($H = 40$ см, $\Omega = 180$ об/мин, $R = 5$ см): $a - г$ – $t = 2, 4, 7, 23$ с

Точка введения второй капли примеси находится на расстоянии 0,9 см, направление «на 8 часов». Из второго пятна примеси на свободной поверхности жидкости начинает вытягиваться собственная спиральная система. Угловой размер внешнего спирального рукава спустя $t=2$ с ($\tau=6$) составляет $\Delta\varphi = 198^\circ$, радиальное положение r_a – в диапазоне 3.1 см до 4.25 см, толщина δ – 1.5 мм до 0.5 мм; внешнего $\Delta\varphi = -129^\circ$; r_a – 1.23 до 0.81 см, толщина рукавов δ – от 5 мм до 3 мм (рисунок 4.2.5, б).

Темп формирования внутреннего рукава более высокий, чем внешнего: спустя $t=7$ с ($\tau=23$) внутренняя спираль совершает полтора оборота ее (угловой размер составляет $\Delta\varphi = 607^\circ$), внешняя – чуть больше одного ($\Delta\varphi = 367^\circ$) (рисунок 2.2.5, *в*). Толщина фиолетовых спиральных рукавов меняется от 1.5 мм до 0.8 мм, синих – от 2.5 мм до 1 мм. Эксцентриситет огибающей область внутренней спирали равен $\varepsilon = 0.61$, внешней – $\varepsilon = 0.37$.

Как и в предыдущем эксперименте на периферии наблюдаются области возвратного течения. Возвратные петли внешнего маркера располагаются в направлении «на 5 часов» и «на 12 часов» (рисунок 2.2.5, *г*). Внутренняя спираль насчитывает к этому времени более 5 витков, разделенных полосами чистой воды. В ее центре также начали появляться возвратные петли (направление «на 10 часов»).

Эксцентриситеты огибающих областей, занимаемых фиолетовыми и синими чернилами, равны $\varepsilon = 0.32$ и $\varepsilon = 0.25$ соответственно. На больших временах окрашенной остается только область центра поверхностной каверны малого радиуса, окрашенная маркером внутренней структуры.

На рисунке 2.2.6 показано изменение толщины рукавов спиральной структуры, вытянувшейся из капли фиолетовых чернил, первоначально располагавшейся на расстоянии 3.5 см от центра вращения свободной поверхности. Рукав довольно быстро удлиняется и утончается, при $t = 5$ с (рисунок 2.2.6, *а*, ломаная 1) средняя ширина рукава составляла 0.29 см, небольшое утолщение в центральной части – след от первоначального пятна. Спустя 1 с (рисунок 2.2.6, *а*, ломаная 2) среднее значение ширины составляет 0.24 см, максимальное – 0.34 см, минимальное у кромки – 0.05 см. Через 7 с (рисунок 2.2.6, *а*, ломаная 3) рукав продолжает истончаться, его ширина убывает от 0.2 см (центральная часть спирали) до 0.09 (внешний край). Еще через 9 с среднее значение ширины рукава убывает до 0.12 см (рисунок 2.2.6, *а*, ломаная 4).

С задержкой в 1 с была помещена двойная капля чернил синего цвета на расстояние 1.2 см от центра вращения свободной поверхности (рисунок 2.2.6, *б*)

Ширина окрашенной области через 2 с составляла 0.63 см. Из нее начали вытягиваться два рукава. При этом ширина циклонического рукава, продвигающегося в направлении, противоположном основному вращению свободной поверхности, составляла на 0.23 см при $t=3$ с, максимальное значение в области пятна 0.9 см, а минимальное – 0.1 см (рисунок 2.2.6, б, ломаная 1).

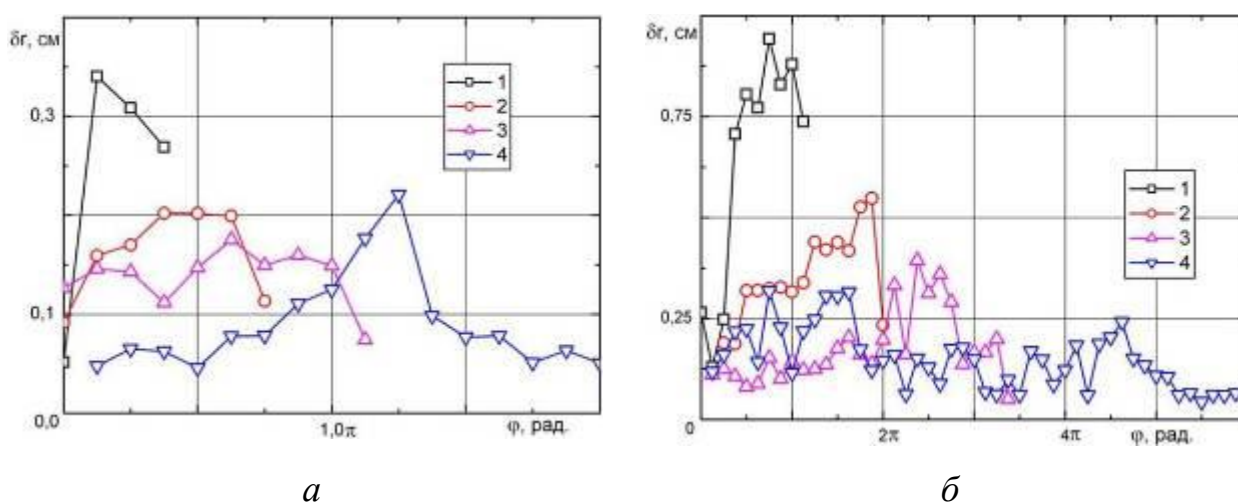


Рисунок 2.2.6 – Ширина спиральных рукавов ($\Omega = 180$ об/мин, $H = 40$ см, $R = 5$ см): а, б) – фиолетовые и синие чернила, символы 1, 2, 3, 4 – $t = 5, 6, 7, 9$ с, соответственно

Через 3 с после внесения на свободную поверхность капли синих чернил ширина спирали меняется в пределах от 0.52 до 0.18 см (рисунок 4.2.6, б, ломаная 2). При $t=5$ с после внесения новой капли среднее значение ширины спиральной структуры составляет 0.18 см, ее центральная часть остается утолщенной по сравнению с соседними участками на 0.2 см (рисунок 2.2.6, б, пики на ломаной 3). Со временем рукав становится более однородным (через 6 с его ширина меняется в интервале от 0.32 см до 0.04 см при среднем значении 0.15 см (рисунок 4.1.6, б, ломаная 4). Таким образом, длина спиральных рукавов растет, а ширина – убывает монотонно со временем.

2.3 Перенос смешивающейся примеси в толщу составного вихря

Независимый перенос красителя в толщу составного вихря проиллюстрирован на рисунке 2.3.1. На приведенных фотографиях опыт, проводившийся с подкрашиванием воды при помощи водорастворимого флюоресцирующего красителя (уранил), который в ультрафиолетовом освещении излучает зеленый свет. Глубина проникновения окрашенного центрального столба увеличивается со временем (рисунок 2.3.1, *a - z*).

Как только основная часть красителя, опускающаяся в центральной приосевой области течения к диску-активатору, достигает дна, происходит интенсивное окрашивание всего исследуемого объема (рисунок 2.3.1, *д, e*). Интенсивно окрашенная уранилом центральная часть потока имеет зеленый цвет, несмотря на общее окрашивание объема, благодаря ультрафиолетовой подсветке. Глубина проникновения окрашенного столба составляет для рисунка 2.3.1, *a - д*) 13, 19, 22, 29, 35 см от нижней точки поверхностной каверны соответственно.

Разработан алгоритм, позволяющий оценивать яркость изображения во всей толще исследуемого объема, с помощью которого вычисляются пространственное распределение красителя в потоке. На рисунке 2.3.2, *a* синяя ломаная *4* отражает распределение яркости изображения вдоль горизонтали на уровне 31 см над вращающимся диском-активатором, на ломаной хорошо прорисован участок в середине бассейна, где яркость максимальна, а соответственно присутствует заполненная красителем область (фотография приведена на рисунке 2.3.1, *б*). Поперечный размер центрального окрашенного столба на этом уровне составляет 3.8 см. Интенсивно окрашенная часть имеет четкие контуры. Ломаная линия *15* проходит везде вблизи нулевой отметки, это свидетельствует о том, что на уровне 3 см над вращающимся активатором общий фон яркости равномерный, и, следовательно, окрашенных более или менее интенсивно, по сравнению с общей частью потока, областей не наблюдается.

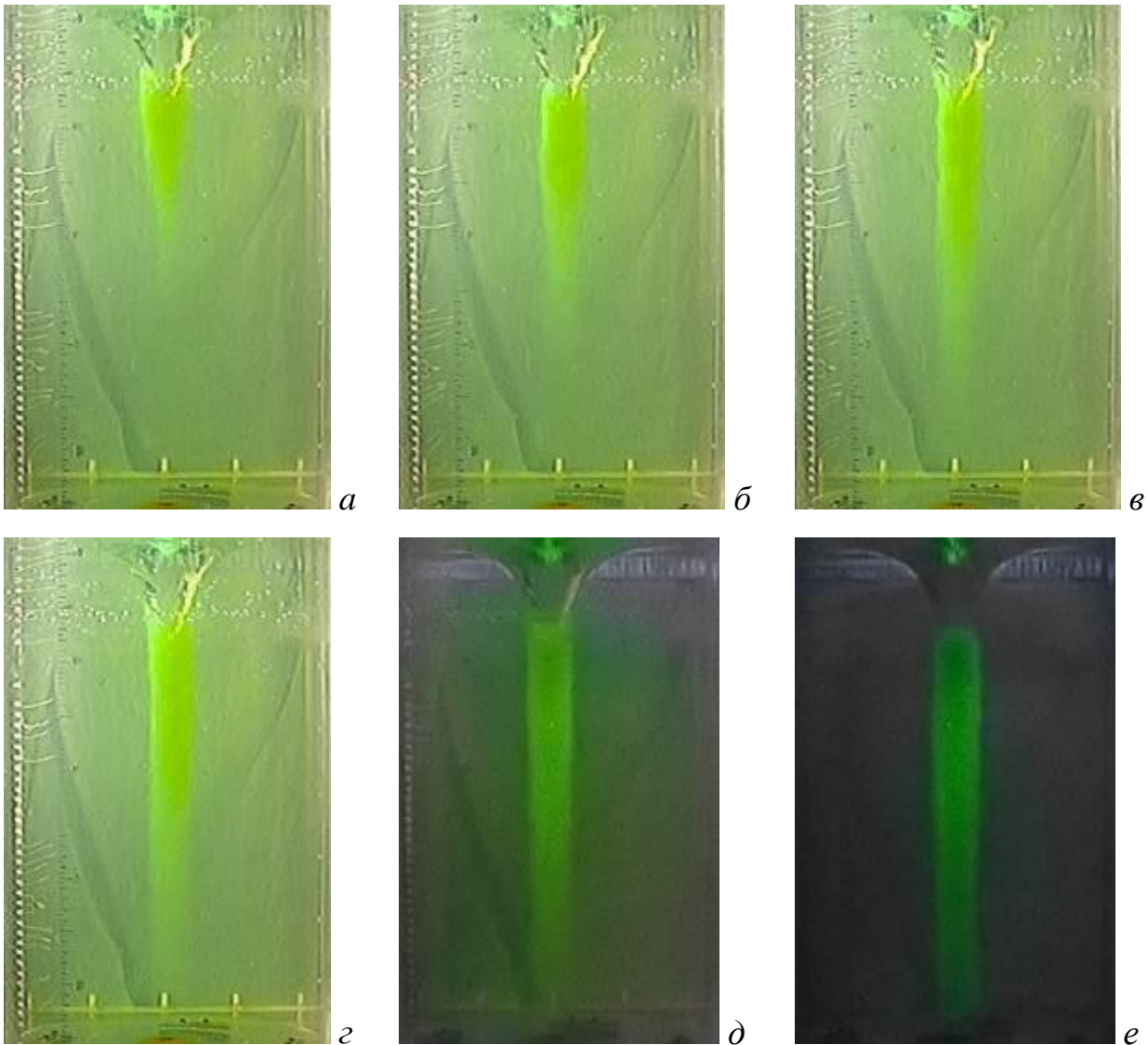


Рисунок 2.3.1 – Транспорт примеси в толщу жидкости ($H = 50$ см, $\Omega = 820$ об/мин, $R = 7.5$ см): $a - e) - t = 28, 38, 48, 58, 68, 78$ с

Ломаная линия 7 на рисунке 2.3.2, a (распределение яркости на уровне 22.5 см над активатором) имеет выраженный центральный пик, величина которого существенно меньше, чем у всех вышележащих линий. Если принять этот уровень за текущую глубину проникновения красителя, то она составляет 19.9 см от нижней точки поверхностной каверны, что подтверждается и визуальным наблюдением (рисунок 2.3.1, b).

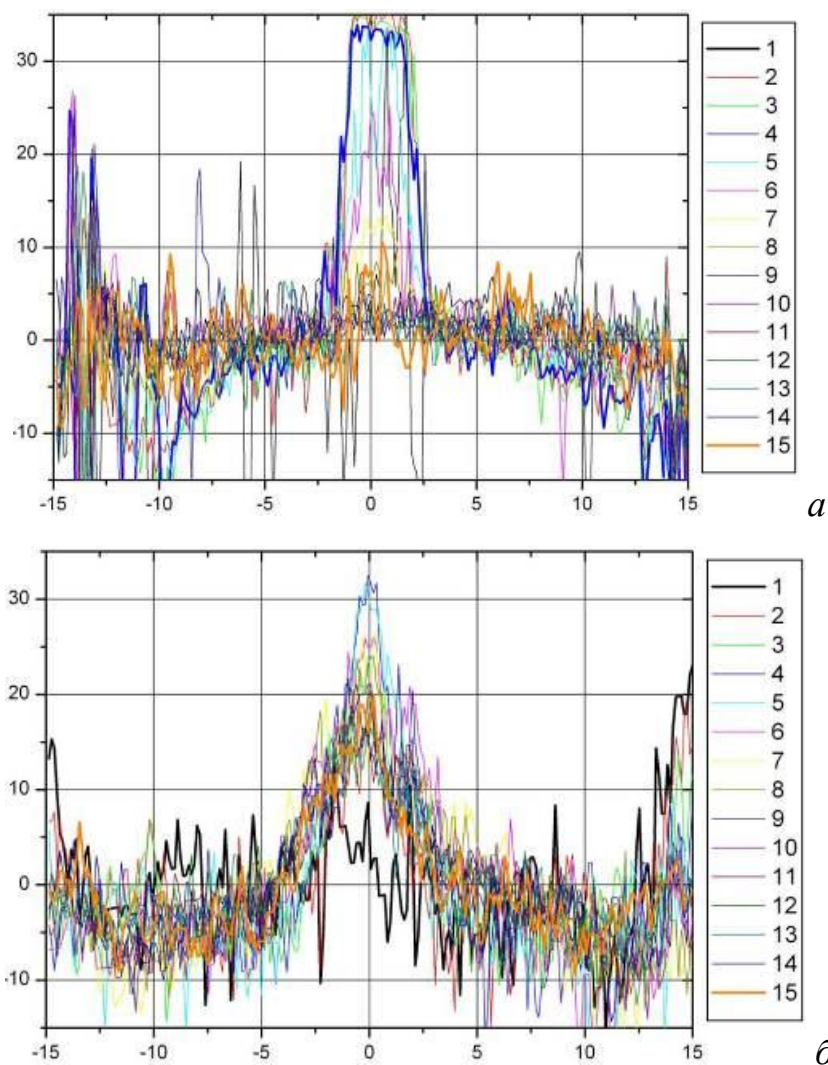


Рисунок 2.3.2 – Изменение освещенности рабочей области контейнера ($\Omega = 820$ об/мин, $H = 50$ см, $R = 7.5$ см; 1 - 15 – освещенность на уровне $42 \div 3$ см с шагом 2.75 см): время после введения красителя а) – 22 с, б) – 128 с

Ломаная линия 1 на рисунке 4.3.2, б, отражающая яркость расположенных на горизонтальном уровне 42 см над вращающимся диском точек изображения, показывает довольно высокий уровень колебаний яркости вокруг нулевой отметки. На фотографии этой области соответствует горизонтальная линия чуть выше нижней точки поверхностной каверны, где никаких окрашенных объемов не наблюдается. Остальные ломаные линии на рисунке 2.3.2, б имеют один выраженный максимум в центре, что соответствует яркому центральному

окрашенному столбу в центре исследуемого объема. Средняя его ширина составляет здесь около 4.5-5 см.

Эксперименты показали, что ширина столба не является постоянной вдоль вертикальной координаты, при этом анализ движения левого и правого фронта показал, что изменение положений правой и левой границы окрашенной области происходит одновременно, т.е. окрашенная область совершает изгибные колебания. Средняя толщина окрашенного столба составляет около 18 мм (т.е. радиус центрального окрашенного столба составляет 0.12 от размера активатора $R = 7.5$ см) для эксперимента на частоте 225 об/мин, при частоте 435 об/мин средняя толщина окрашенного столба составляет около 25 мм (т.е. радиус центрального окрашенного столба составляет 0.09 от размера активатора $R = 14.0$ см). Обобщая данные всех экспериментов следует отметить, что центральный столб в эксперименте с более высокой частотой шире, чем на более низких частотах, также стоит отметить, что окрашенная центральная часть течения слегка шире вблизи половины полной глубины течения. График зависимости средних отклонений окрашенного столба от вертикали во времени представлен на рисунке 2.3.3.

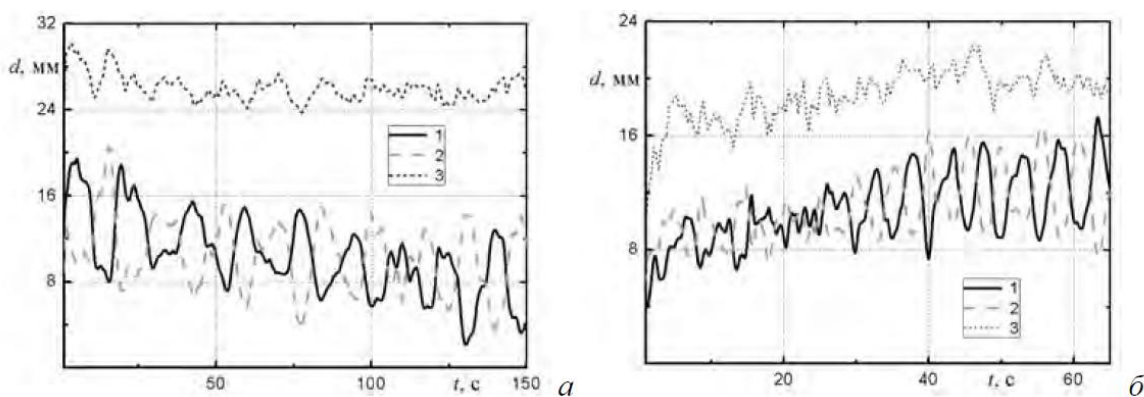


Рисунок 2.3.3 – Зависимость среднего отклонения границы окрашенной области от времени ($H = 30$ см, $\Omega = 225$ об/мин): а) $R = 7.5$ см, б) $R = 14.0$ см (1 – левая сторона окрашенного столба, 2 – правая, 3 – общая ширина столба).

Легко видеть, что отклонения от вертикали правых и левых границ окрашенной области происходят практически синфазно, что подтверждает предположение об изгибном, а не варикозном характере колебаний центральной части вихревого течения, внутри которой происходит распространение маркирующей примеси (рисунок 2.3.4).

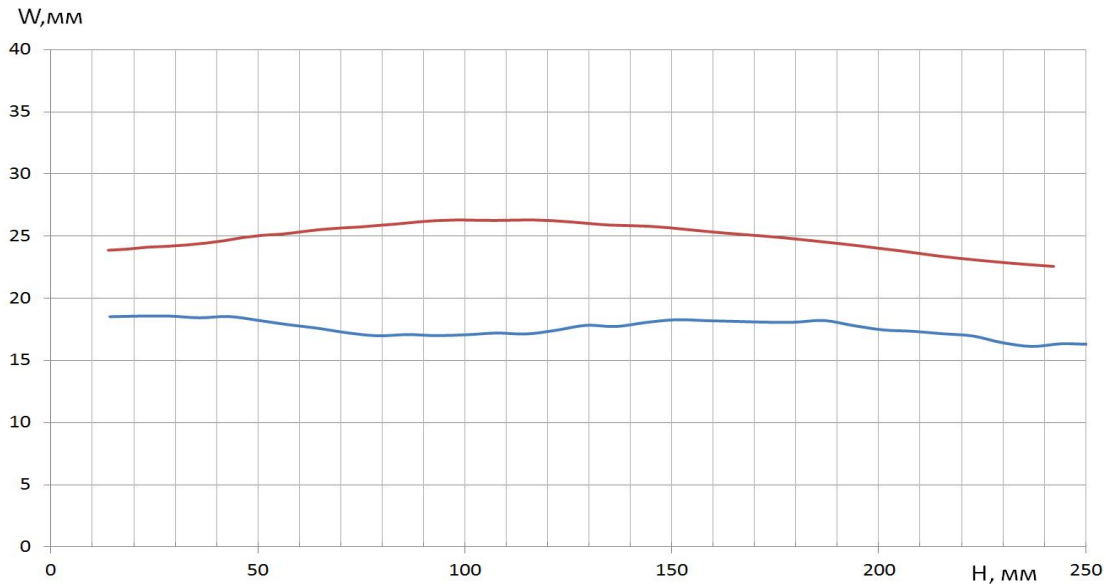


Рисунок 2.3.4 – Зависимость изменения толщины окрашиваемого столба от глубины погружения вихря ($H = 30$ см): синяя линия $\Omega = 225$ об/мин, $R = 15$ см; красная линия, $\Omega = 435$ об/мин, $R = 28$ см

Средняя толщина окрашенного столба составляет около 17,7 мм (т.е. радиус центрального окрашенного столба составляет около 0.06 от радиуса контейнера и 0.12 от радиуса активатора) для эксперимента на частоте $\Omega = 225$ об/мин. Средняя толщина окрашенного столба составляет около 24,9 мм (т.е. радиус центрального окрашенного столба составляет около 0.08 от радиуса контейнера и 0.09 от радиуса активатора) для эксперимента на частоте $\Omega = 435$ об/мин. При этом вихревой столб в эксперименте с более высокой частотой шире, чем столб в эксперименте на более низких частотах и имеет утолщение в центральной части.

Анализ периодической составляющей изменения положения границ окрашенной области со временем методом анализа статистики пересечения

нуля и подсчета соответствующих длин серий показывает, что при сравнительно низкой частоте вращения активатора (см. рисунок 2.3.5 – 2.3.6) проявляются волны большей длины (25 мм), а для случая с более высокой частотой вращения – короткие (15 мм). При высоких частотах практически отсутствуют колебания с длиной волны, превышающей треть высоты невозмущенного слоя жидкости, на более низких частотах встречаются волны, с характерной длиной в половину высоты столба жидкости.

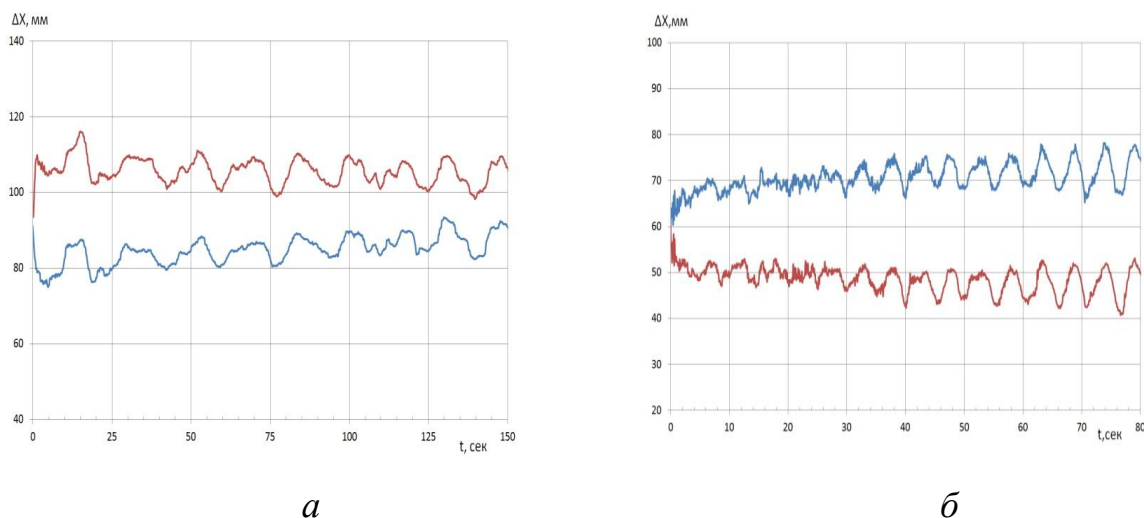


Рисунок 2.3.5 – Зависимость отклонения траектории от времени ($H = 30$ см): а) $\Omega = 225$ об/мин, $R = 15$ см – синяя линия; б) $\Omega = 435$ об/мин, $R = 28$ см – красная линия.

Таким образом, предлагаемый подход к экспериментальному исследованию поведения вихревых структур показал его высокие потенциальные возможности по его количественной оценке различных параметров вихревых структур. Данная методика позволяет вычислять все параметры, рассчитанные в данной главе независимо друг от друга. Скорости, длины волны, отклонения траектории, изменение толщины, каждый из этих параметров можно вычислить отдельно.

Эволюция распространения красителя в толщу составного вихря проиллюстрирована на рисунке 2.3.6 на примере развития структур,

образованных из двух капель красителя различного цвета, одновременно помещенных на свободную поверхность составного вихря.



a



б

Рисунок 2.3.6 – Эволюция вертикального распределения красителя двух цветов ($H = 40$ см, $\Omega = 195$ об/мин, $R = 5,0$ см): *a, б*) – $t = 1, 12$ с



a



б

Рисунок 2.3.7 – Эволюция вертикального распределения красителя двух цветов ($H = 40$ см, $\Omega = 195$ об/мин, $R = 5,0$ см): *a, б*) – $t = 1, 10$ с

Как в случае помещения каплей на меньшем (рисунок 2.3.6, *а, б*), так и на большем удалении друг от друга (рисунок 2.3.7, *а, б*) из каждой капли красителя вытягивается отдельная система спиральных рукавов на свободной поверхности и отдельная винтовая окрашенная структура в толще жидкости.

Каждая винтовая структура в толще жидкости растягивается в направлении действия силы тяжести и течения, создаваемого вращающимся диском. Красители из различных винтовых структур не смешиваются, рост каждой из них происходит независимо. Окрашенная структура, расположенная ближе к оси течения, удлиняется медленнее.

Аналогичное поведение демонстрируют винтовые структуры, образовавшиеся из капель растворимого красителя, отличного по составу. Во всех случаях на поверхности жидкости образуются спиральные структуры, степень слитности которых определяется длительностью процесса (рисунок 2.3.8). На периферии течения образуются тонкие нити, разделенные полосами чистой воды.

*а**б*

Рисунок 2.3.8 – Вертикальные окрашенные структуры красителя двух цветов ($H = 40$ см, $\Omega = 400$ об/мин, $R = 5,0$ см): *а, б*) – $t = 1,7$ с

Различные красители практически не смешиваются: на рисунке 2.3.8, *а* внутреннее ядро остается окрашенным красными чернилами, внешнее – синими чернилами, на рисунке 2.3.8, *б* – наоборот, внешний контур окрашен в красный цвет. В толщу жидкости продвигаются окрашенные винтовые линии, которые постепенно сливаются и формируют цилиндрические оболочки (красная внутри синей на рисунке 2.3.8, *а*, *б*).

2.4 Визуализация и качественный анализ течения вблизи кромки диска

Для визуализации течения на дне установки вблизи кромки вращающегося диска вводилась примесь (растворимая краска), направление внесения красителя – вертикально вверх. Первоначально наблюдалось распространение примеси в ограниченной области, имеющей форму сектора с изогнутыми границами вблизи дна, затем происходил подъем красителя вдоль боковой стенки цилиндрического контейнера. С помощью двух камер, регистрирующих картину течения во взаимно перпендикулярных направлениях, были зафиксированы размеры и форма границы окрашенной области (рисунок 2.4.1), в результате обработки получены данные о ее размерах и форме в зависимости от параметров течения. Для каждого эксперимента был построен график зависимости длины радиус-вектора, проведенного из геометрического центра вращающегося диска к точкам на границе окрашенного сектора, от углового положения. Отсчет углов производится от положения точки, где производится впрыск красителя в течение. Проведена аппроксимация функциями вида $r = r_0 + Ae^{\alpha t}$, коэффициенты в аппроксимация приведены в Таблице 2.4.1. Погрешности расчета коэффициентов не превышают 10%.

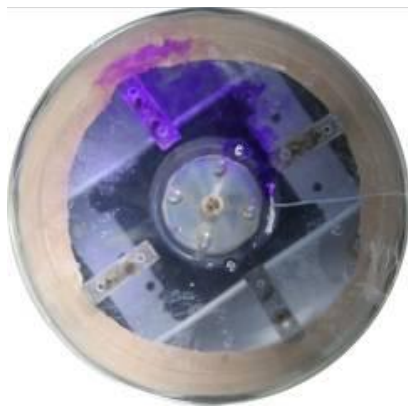
Постановка задачи отличается для второго типа экспериментов, где примесь вводилась вблизи дна через боковую стенку (первоначальное направление распространения красителя – горизонтальное).

$R = 5 \text{ см}$		A1	t1	A2	t2
$H = 10 \text{ см}$	$\Omega = 270 \text{ об/мин}$	0,92	0,39	0,04	0,34
	$\Omega = 590 \text{ об/мин}$	0,28	0,26	0,11	0,42
	$\Omega = 900 \text{ об/мин}$	1,6	0,71	0,02	0,31
$H = 20 \text{ см}$	$\Omega = 350 \text{ об/мин}$	1,04	0,78	0,01	0,36
$H = 30 \text{ см}$	$\Omega = 300 \text{ об/мин}$	1,33	0,48	0,44	0,58
$H = 40 \text{ см}$	$\Omega = 250 \text{ об/мин}$	1,34	0,46	0,47	0,55

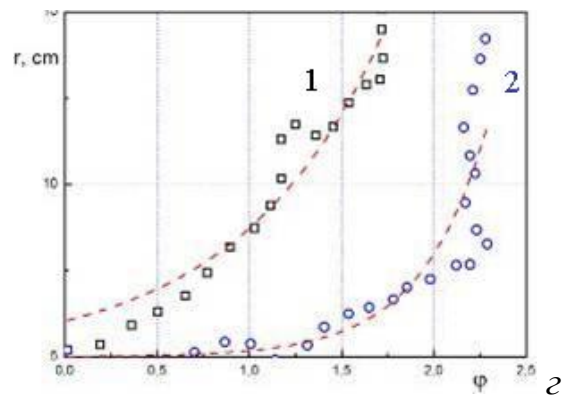
Таблица 2.4.1 – Коэффициенты аппроксимации зависимостей длин радиус-векторов, проведенных из геометрического центра вращающегося диска к точкам на границе окрашенного сектора, от угловых положений

При проведении экспериментов с диском-активатором полностью закрывающим дно цилиндрического контейнера, наблюдалось формирование кольцевого окрашенного слоя вдоль вертикальной стенки. Толщина слоя увеличивалась при увеличении глубины исследуемого слоя жидкости. Например, для слоя глубиной $H = 20 \text{ см}$, при угловой скорости вращения диска $\Omega = 150 \text{ об/мин}$ (рисунок 2.4.1, б, з), толщина кольцевого слоя составляет в среднем 1,75 см, тогда как при глубине слоя $H = 30 \text{ см}$, при той же скорости вращения, толщина кольцевого слоя уже равняется 2,6 см.

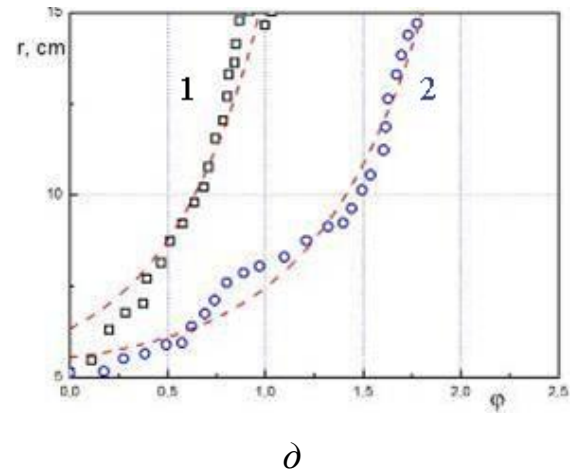
Также при увеличении глубины слоя наблюдается значительное уменьшение линейной скорости распространения примеси (в данном случае рассматривается её горизонтальная компонента). Для глубин слоя $H = 20, 30 \text{ см}$ тангенциальные скорости составляют около 23 и 7 см/с соответственно. Для сравнения, тангенциальная скорость кромки диска составляет порядка 100 см/с (при радиусе диска $R = 14 \text{ см}$). Вертикальная компонента скорости также уменьшается при увеличении глубины исследуемого слоя жидкости, но не столь сильно, как горизонтальная. Для глубин $H = 20, 30 \text{ см}$ скорость падает с 1,0 до 0,8 см/с.



а



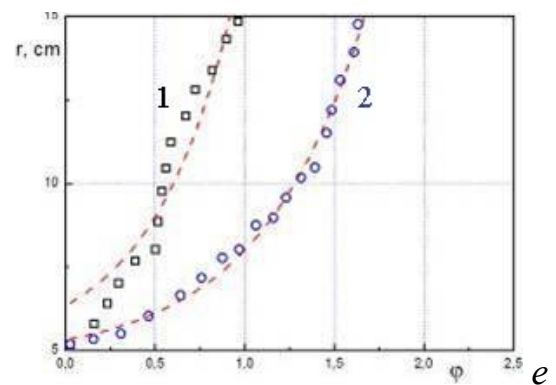
б



д



в



е

Рисунок 2.4.1 – Сектора, окрашенные смешивающейся примесью, при ее введении вблизи кромки вращающегося диска: а, з) – $R = 5$ см, $H = 20$ см, $\Omega = 350$ об/мин; б, д) – $R = 5$ см, $H = 30$ см, $\Omega = 300$ об/мин; в, е) – $R = 5$ см, $H = 40$ см, $\Omega = 250$ об/мин

Наблюдаемая в этой серии экспериментов качественная картина течения в целом подтверждает предположения, лежащие в основе схемы течения в цилиндрическом контейнере и свидетельствуют о наличии в установке составного вихревого течения.

Методика визуализации течения или его отдельных компонент с помощью растворимого красителя имела ряд недостатков. Устойчиво визуализировано с помощью растворимых красителей два основных элемента течения: центральный окрашенный столб с четкими вертикальными границами и окружающая его цилиндрическая окрашенная область, – при этом концентрация красителя в тонкой цилиндрической области не позволяла устойчиво определить ее геометрические характеристики при всех параметрах течения. Также при введении растворимого красителя в исследуемый поток его количество и недостаточная оптическая плотность не позволяли делать выводы о структуре течения в непосредственной близости от поверхности индуктора течения.

Для получения данных о картине течения в целом в исследуемый объем жидкости вводились маркеры – алюминиевая пудра, для выделения части рабочего объема установки, данные о течении в котором было необходимо получить, освещение производилось лазерным лучом, развернутым в плоскость. С применением данной методики удалось получить плоские «срезы» картины течения при различных параметрах эксперимента. В результате фиксации картины течения на цифровые фото- и видеокамеры, были получены изображения, анализ которых дал информацию о характере перемещения частиц примеси в различных областях исследуемого течения.

Все проводившиеся эксперименты можно разделить на две группы. К первой относятся эксперименты, в которых частицы находились в объеме жидкости до создания вихревого течения. Основной целью этих опытов была визуализация структуры всего вихревого течения в целом. Вторая группа – эксперименты, где примесь вводилась в отдельные области установившегося течения, направленные на визуализацию отдельных компонент течения.

В экспериментах были реализованы две различные постановки задачи в рамках возможностей установки Вихревые течения с кручением (ВТК). Первая – индуктором течения являлся диск, целиком перекрывавший нижний торец цилиндрического контейнера ($R = 14,0$ см), вторая – вращающийся диск-

индуктор составлял центральную часть дна ($R = 7,5$ см), оставшаяся часть нижнего торца была закрыта неподвижным фальш-дном. Для каждой из конфигураций активатора были проведены эксперименты в схожих условиях для дальнейшего сравнения полученных результатов.

Первичной задачей при проведении данного типа эксперимента было подтверждение результатов, полученных со смешивающейся примесью. Для этого были проведены опыты, в которых маркеры вводились в центр свободной поверхности жидкости. Сравнение полученных результатов (рисунок 2.4.2, *a*) с результатами аналогичного эксперимента, в котором использовалась смешивающаяся примесь (рисунок 2.4.2, *б*), показало геометрическое подобие и схожую динамику изменения размеров образующихся в начальный момент структур. Скопление маркеров в центральной части установки при установившемся течении (рисунок 2.4.2, *в*) совпало по форме и размерам (с точностью 95%) с аналогичной структурой в эксперименте с растворимой примесью. Динамика распространения маркеров и примеси также совпадает в пределах погрешности.

Зафиксированная в эксперименте структура центральной части составного вихря позволила предположить наличие в течении твердотельно вращающегося ядра, внешняя часть которого имела форму цилиндра (это неоднократно подтверждалось экспериментами со смешивающейся примесью, в которых хорошо визуализировалась форма вихревого ядра), а внутренняя часть состояла из т.н. вторичных вихрей, которые имели нестационарный характер движения.

Внутренняя структура вихревого ядра визуализировалась только при освещении течения лазерным ножом, т.к. полученные фотографии отражали «разрез» течения и области скопления в нем маркеров. Полученные данные о центральной области течения частично совпадают с результатами экспериментов [76], проводившихся в установке сходного типа, где индуктором течения в замкнутом объеме являлись оба торца цилиндрического контейнера.

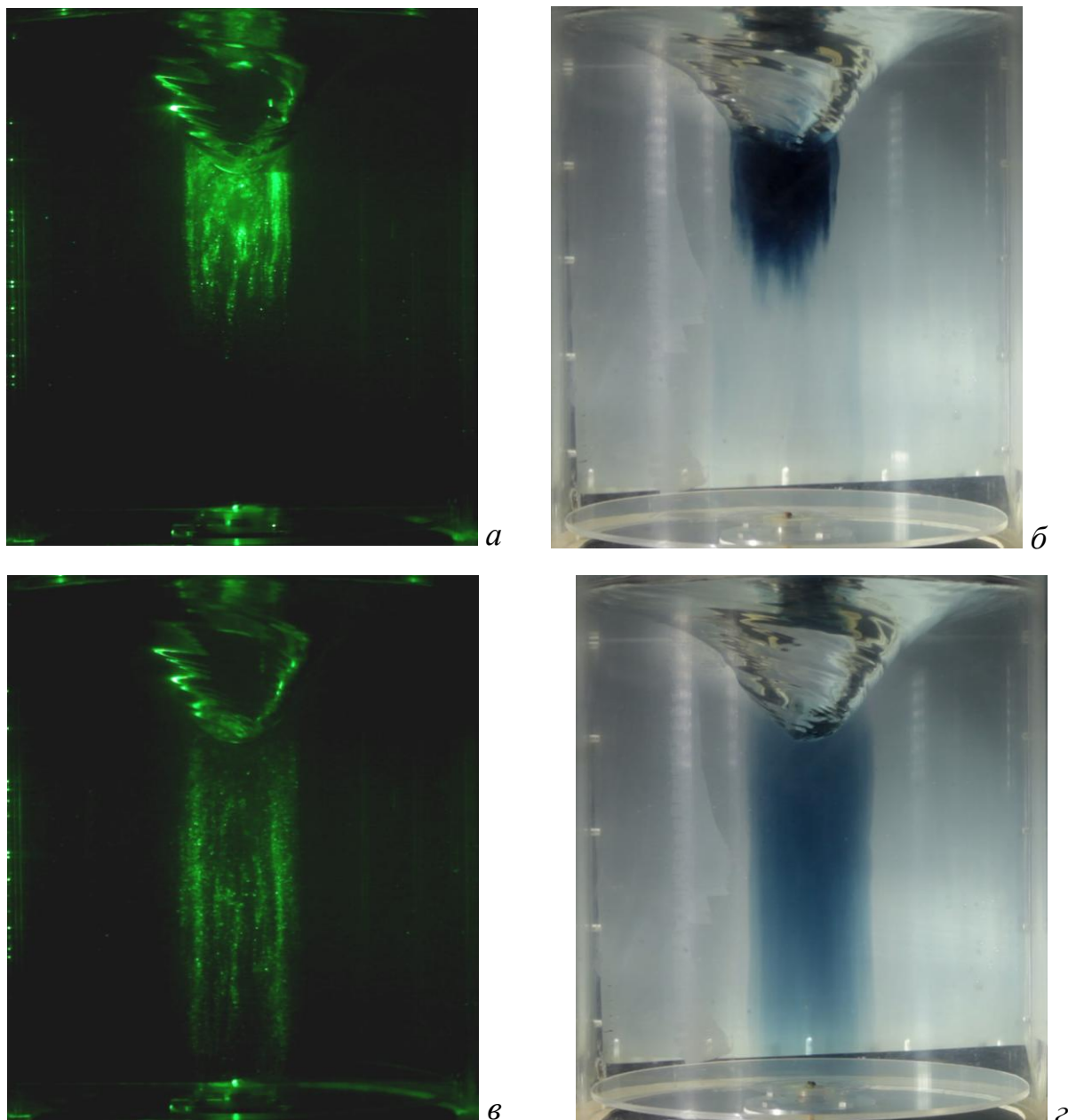


Рисунок 2.4.2 – Сравнение результатов экспериментов по внесению в течение маркеров (*а*, *в*) и смешивающейся примеси (*б*, *г*) через свободную поверхность при $H = 30$ см, $R = 14$ см, $\Omega = 220$ об/мин. Время, прошедшее от введения примеси: *а*) – $t = 13$ с, *б*) – $t = 15$ с, *в*) – $t = 124$ с, *г*) – $t = 116$ с

Также во всех экспериментах наблюдался слабый перенос частиц из ядра во внешнюю часть жидкости и наоборот. Маркеры, введенные через центр свободной поверхности, заполняли ядро вихря, после чего перенос частиц практически полностью прекращался. В дальнейшем частицы постепенно начинали заполнять внешнюю область течения до установления равновесной

концентрации маркеров в ядре и внешней части, после чего перенос частиц между этими двумя областями переставал визуализироваться (это было определено по постепенному уменьшению яркости центральной части кадра и появлению частиц в боковых областях за пределами ядра).

В целях исследования перемещения маркеров в плоскостях, параллельных плоскости дна установки, проводились эксперименты, где плоскость лазерного ножа была развернута горизонтально. Были проведены эксперименты, где секущая плоскость располагалась на высоте 2,0 и 15,0 см от дна установки. Анализ данных эксперимента при расположении лазерного ножа на расстоянии 2,0 см показал наличие ярко выраженного радиального переноса маркеров по спиральным траекториям в области над краем вращающегося диска (рисунок 2.4.3). В случае, когда диск занимал всю площадь нижнего торца установки, наиболее заметное радиальное движение наблюдалось в кольцевой области у стенок контейнера (рисунок 2.4.3, *a* – область 2).

При использовании диска $R = 7,5$ см, радиальное движение было визуализировано над диском в кольцевой области (рисунок 2.4.3, *b* – область 2) с толщиной 5,1 см, диаметр внешнего контура которой равнялся 8,3 см. Исходя из этих данных предполагается, что центральная область (рисунок 2.4.3, *a*, *b* – область 1), в которой не наблюдается радиального переноса частиц, соответствует ядру вихря. Для условий эксперимента $H = 30,0$ см, $R = 7,5$ см, $\Omega = 235$ об/мин, это предположение подтвердилось после сравнения размеров вихревого ядра, полученных в эксперименте с вертикальной ориентацией лазерного ножа и эксперименте с горизонтальным расположением лазерной плоскости. Размеры соответственно равны 3,2 см и 3,6 см. При других условиях эксперимента ($H = 30$ см, $R = 14$ см, $\Omega = 120$ об/мин) сравнение не проводилось ввиду невозможности точно определить границу ядра вихря.

Таким образом, в экспериментальном исследовании процесса переноса взвешенных твердых частиц (маркеров), внесенных в установившееся вихревое течение через свободную поверхность были отмечены некоторые его характерные особенности.

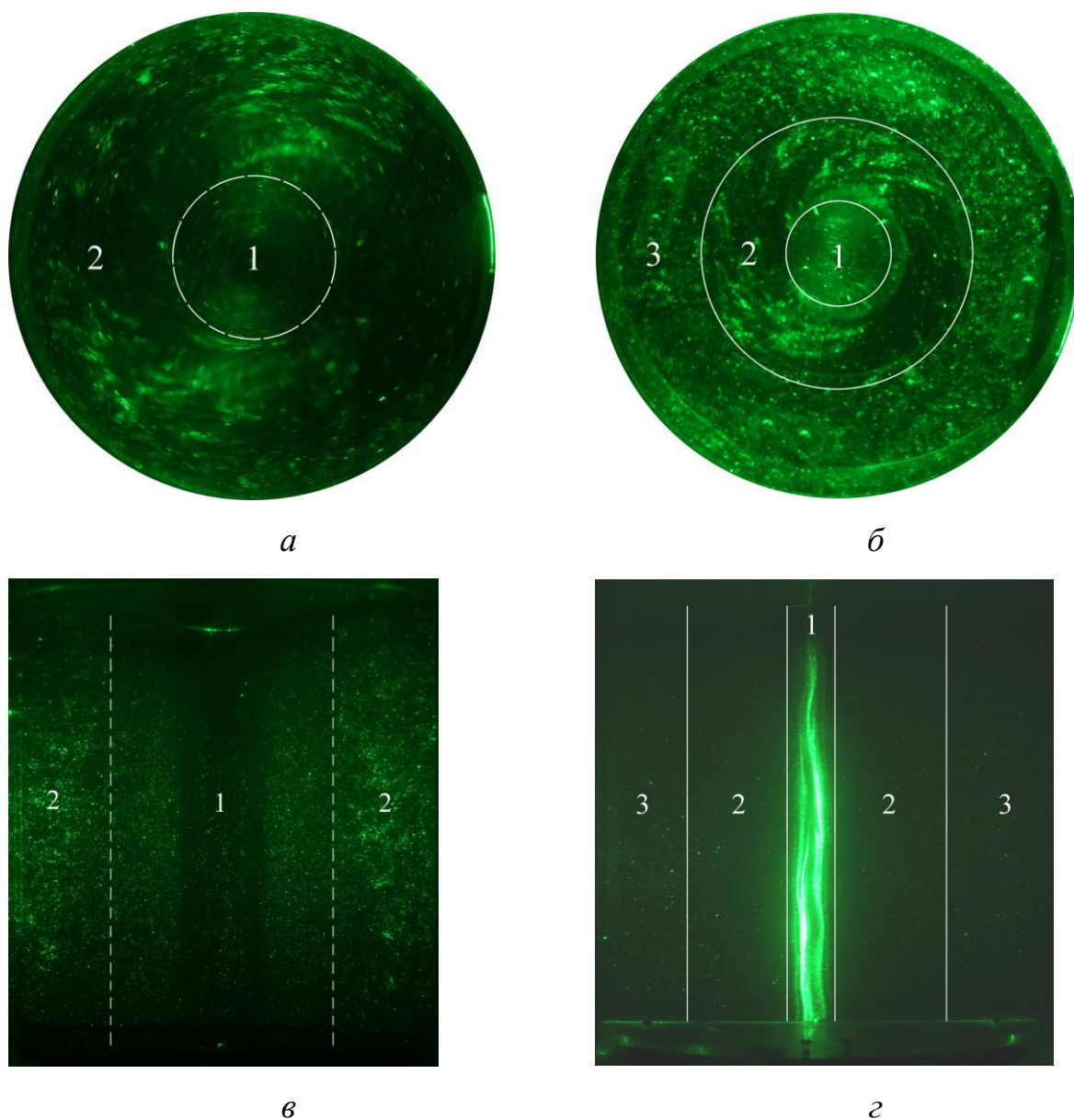


Рисунок 2.4.3 – Визуализация характерных областей течения $H = 30,0$ см при $R = 14,0$ см, $\Omega = 120$ об/мин ($a, в$), $R = 7,5$ см, $\Omega = 235$ об/мин ($б, г$)

Маркеры сосредотачивались в узкой цилиндрической области, вокруг оси вращения, горизонтальный размер данной области не зависит от частоты вращения индуктора. Зависимости радиуса этой области от расстояния между точкой внесения маркеров и осью вращения обнаружено не было.

Зависимости глубины проникновения маркеров в толщу жидкости при различных параметрах эксперимента имеет явно выраженный линейный

характер. Экспериментальные данные аппроксимировались функцией $z(t) = Vt + z_0$. Зависимости приведены на рисунке 2.4.4.

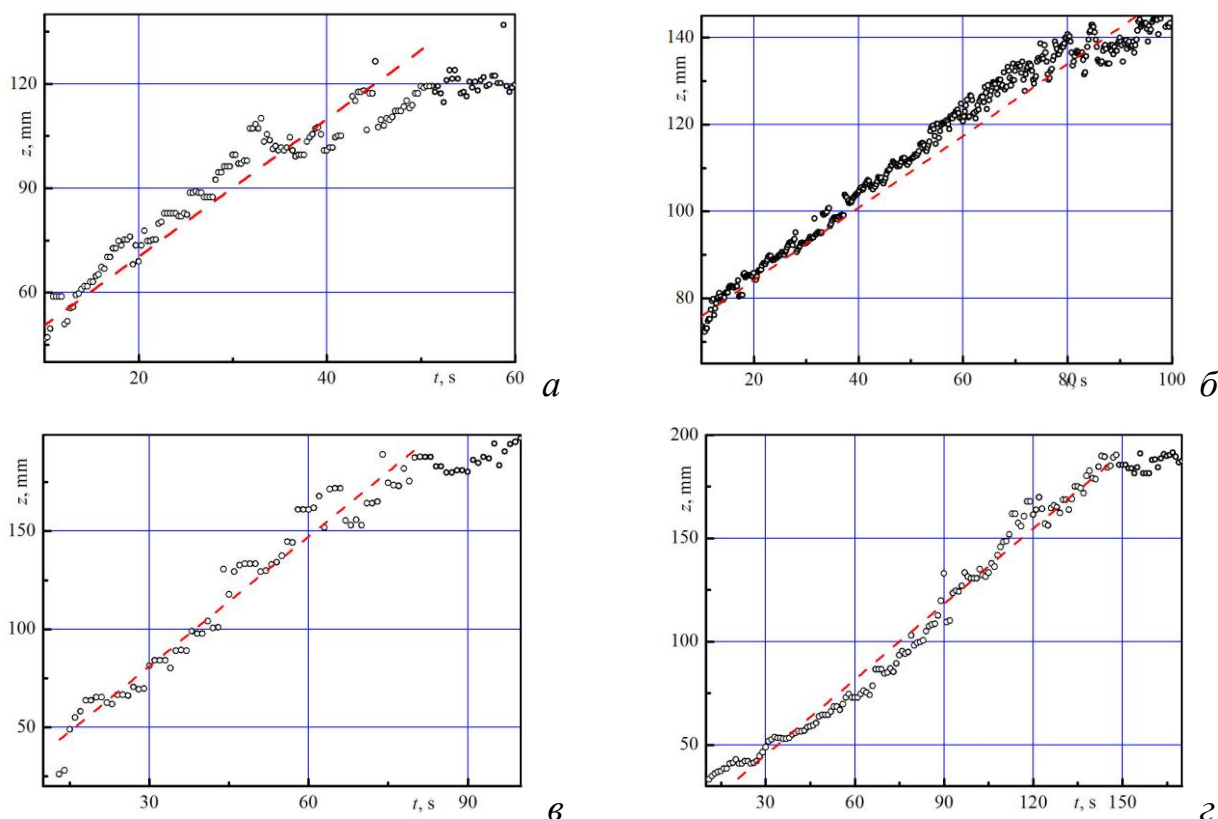


Рисунок 2.4.4 – Зависимость глубины проникновения от времени. Вычисленная

вертикальная		скорость	частиц:
а) $H = 20$ см,	$R = 7.5$ см,	$\Omega = 150$ об/мин.	$V = 1.98$ мм/с,
б) $H = 20$ см,	$R = 7.5$ см,	$\Omega = 300$ об/мин.	$V = 0.83$ мм/с,
в) $H = 30$ см,	$R = 7.5$ см,	$\Omega = 140$ об/мин.	$V = 2.21$ мм/с,
г) $H = 30$ см,	$R = 7.5$ см,	$\Omega = 340$ об/мин.	$V = 1.22$ мм/с

Рассчитанные характеристики скорости проникновения маркеров в толщу жидкости приведены в Таблице 2.4.2.

Проведенные эксперименты по определению основных характеристик процесса переноса твердых взвешенных частиц в толщу жидкости в составном вихревом течении подтвердили линейную зависимость глубины проникновения примеси вблизи вертикальной оси течения от времени. По результатам

проведенных экспериментов было прослежено изменение формы и размеров области, занятой частицами, с течением времени.

H, см	R, см	Ω = об/мин	Коэффициенты аппроксимации	
			V, мм/с	$\square V$, мм/с
25	5	300	2.24	0.07
25	5	650	3.02	0.05
25	5	1000	5.32	0.09
25	5	1480	7.12	0.06
20	7.5	150	1.98	0.07
20	7.5	300	0.83	0.01
30	7.5	140	2.21	0.05
30	7.5	340	1.22	0.02
20	5	1600	5.58	0.04

Таблица 2.4.2 – Скорости проникновения примеси в толщу составного вихря

Аналитическое решение задачи о течении вблизи диска, порождающего составной вихрь, представлено в Главе 1 настоящей диссертации. Эта задача рассматривается в предположении, что вращающийся индуктор контактирует только с жидкостью. Из решения такой задачи [77] следует, что относительно поверхности диска жидкие элементы движутся по логарифмическим спиральям.

В целях исследования перемещения жидких частиц вблизи дна установки, вдоль поверхности течения, а также в его толще, были проведены серии соответствующих экспериментов с использованием различных типов маркеров. Для визуализации течения на свободной поверхности и в толще использовались растворимые маркирующие примеси (анилиновые чернила, раствор уранила). Исследование структуры течения вблизи диска проводилось при помощи смешанных с водой твердых плоских частиц, отражающих свет (алюминиевая

пудра со средним размером частиц 30 мкм), с освещением при помощи лазерного ножа.

Анализ данных эксперимента при расположении лазерного ножа на расстоянии 2,0 см показал наличие ярко выраженного радиального переноса маркеров по спиральным траекториям в области над краем вращающегося диска (рисунок 2.4.5). В случае, когда диск занимал всю площадь нижнего торца цилиндрического контейнера, наиболее заметное радиальное перемещение наблюдалось в кольцевой области у стенок контейнера.

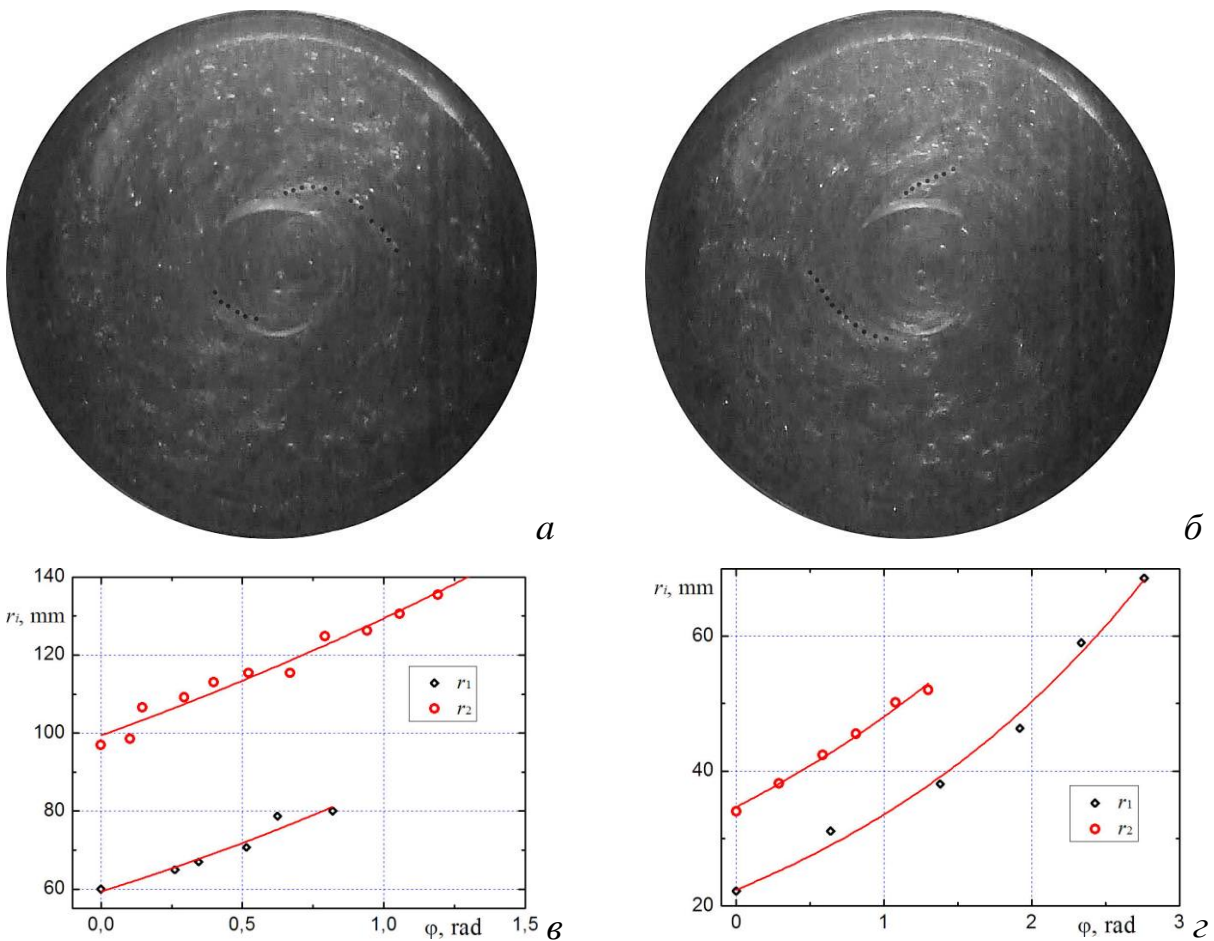


Рисунок 2.4.5 – Визуализация потока ($H = 20$ см, $R = 7,5$ см, $\Omega = 240$ об / мин) с помощью лазерного ножа, расположенного на 1,0 см над вращающимся диском: а), б) - 114 и 120 с от начала записи, в), з) - обнаружены спиральные структуры для захваченных кадров

Проведенные эксперименты показали, что вдоль свободной поверхности жидкие частицы движутся по спиральным траекториям (рисунок 2.4.6), в то же время перенос жидких частиц в толщу жидкости происходит по винтовым нисходящим траекториям, радиус которых слабо изменяется вдоль вертикали.

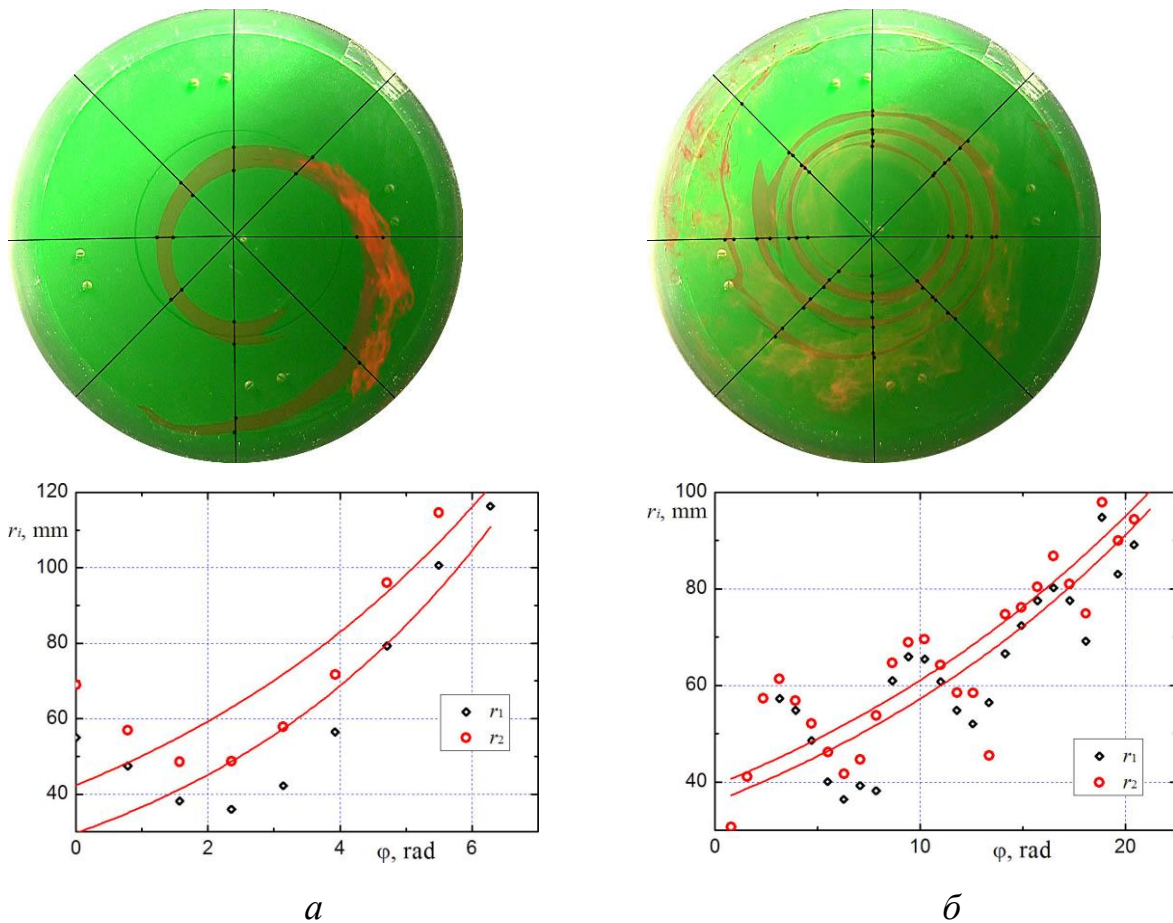


Рис. 2.4.6 – Поверхностные спиральные структуры ($H = 20$ см, $R = 7,5$ см, $\Omega = 240$ об/мин): *a*), *б*) - через 9, 15 с после падения капли красителя на свободную поверхность соответственно

Все измеренные спиральные структуры наиболее точно интерполируются с логарифмическими функциями. Совпадение типов спирального движения жидких частиц на поверхности и вблизи диска свидетельствует о том, что характерные особенности вихревого потока задаются в пограничном слое на диске, а затем переносятся на весь объем жидкости.

Выводы к Главе 2

Растворимые красители образуют спиральные рукава, составляющие картину переноса вещества на вращающейся поверхности жидкости. Направления основного течения и роста спиральных рукавов противоположны. Рост спиральных рукавов происходит во всем диапазоне исследованных параметров течения.

Проведенные эксперименты по определению основных характеристик процесса распространения растворимой примеси в толщу жидкости в составном вихревом течении подтвердили линейный характер зависимости глубины проникновения примеси вблизи вертикальной оси течения от времени. По результатам проведенных экспериментов было прослежено изменение формы и размеров окрашенной области. Рассчитана скорость изменения опускания красителя в толщу жидкости в зависимости от частоты вращения индуктора.

Полученные данные позволяют сделать вывод о различии размеров областей, где изменение скорости жидкости должно происходить по линейному закону (в зависимости от расстояния до вертикальной оси вращения) и центральной окрашенной области.

Установлено, что характерные особенности вихревого течения задаются в области пограничного слоя на диске и затем переносятся с сохранением формы структуры течения во всю область, занимаемую жидкостью. Это подтверждается совпадением типов спирального движения жидких частиц на поверхности и вблизи диска.

Проведенные исследования важны для понимания механизмов распространения примеси в сложных вихревых структурах. Полученные результаты позволяют описать более детально течение в толще составного вихревого течения. Использованная методика позволила получить результаты, пригодные для дальнейшего изучения вихревых структур.

Глава 3 ПЕРЕНОС НЕСМЕШИВАЮЩЕЙСЯ ПРИМЕСИ В СОСТАВНОМ ВИХРЕ

Интенсивная деятельность человечества по освоению природных богатств Мирового Океана включает разведку и добычу полезных ископаемых, транспортировку грузов, использование энергетических и биологических ресурсов, а также многие другие аспекты. Одним из последствий включения Океана в сферу хозяйственных интересов является возникновение и распространение загрязнений различной природы. Перенос примесей по поверхности и в толще водоемов является объектом множества исследований, получены обширные данные, но общих закономерностей и всеобъемлющего описания процессов переноса до сих пор не существует, что затрудняет решение научных, экологических и экономических задач.

Для установления основных закономерностей и параметров, влияющих на вихревые течения, используется лабораторное моделирование, позволяющее обеспечить воспроизводимость всех характеристик течения и контроль за условиями их изменения.

В данной главе представлены результаты экспериментальных исследований переноса несмешивающейся примеси из компактного пятна на свободной поверхности жидкости внутрь покоящейся или вовлеченной в составное вихревое движение жидкости, включая режим формирования эмульсий. В качестве несмешивающейся примеси использовались жидкие ненасыщенные жирные кислоты (касторовое, подсолнечное, машинное и авиационное масла), а также дизельное топливо, нефть, мазут и др. Рассмотрена задача аналитического определения формы масляного тела в составном вихре на основе анализа уравнений механики разноплотных жидкостей с физически обоснованными граничными условиями. Получены зависимости, отражающие форму границ раздела фаз в вихревом течении жидкости, состоящей из двух компонент. Аналитические выражения, характеризующие форму нулевого приближения для границ раздела фаз в составном вихре, удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

3.1 Составной вихрь в жидкости из двух несмешивающихся компонент

В природе вихревые течения в толще жидкости порождают физические поля, искривляющие свободную поверхность воды. В экспериментальной технике лабораторное моделирование водоворотов гидростанций, циклонов, вихрей в сепараторах и т.д. осуществляется в замкнутой цилиндрической геометрии. При этом распределение физических характеристик в вихре удобно проследить по форме свободной поверхности. Форма поверхности легко определяется, когда жидкость приведена в режим твердотельного вращения. Однако такое явление наблюдается далеко не всегда, простейшим примером чему выступает вихрь Рэнкина.

Ещё более сложное течение реализуется в случае вращения жидкой среды, состоящей из двух несмешивающихся компонент. Образующийся при этом вихрь оказывается как бы составленным из нескольких областей, характеристики течения в каждой из которых существенно разнятся друг от друга. В режимах интенсивного течения на свободной поверхности такого вихря наблюдаются разнородные возмущения, описание которых представляет собой весьма сложную задачу. В то же время наблюдения показывают, что свободную поверхность такого сложного вихря можно условно представить в виде суммы цилиндрически симметричной поверхности вращения и нормальным отклонением от этой поверхности, наложенных на неё.

В экспериментах с несмешивающейся примесью в качестве добавки использовались нефть, дизельное топливо, подсолнечное, машинное и касторовые масла. Центральная часть объема несмешивающейся примеси в дальнейшем называется «масляным телом». Исходное, конечное состояния, и система координат приведены на рисунке 3.1.1.

В начальном состоянии объёмы воды $V_w = \pi R^2 H$ и масла V_o задаются и считаются неизменными во всех состояниях системы [78]. Плотности воды ρ_w и масла ρ_o постоянны во всё время процесса. В неподвижном начальном

состоянии S_1 , S_2 и S_0 – поверхности раздела «вода – воздух», «вода – масло» и «масло – воздух» соответственно.

При описании составного вихря делаются следующие предположения. Объёмы и плотности воды V_w , ρ_w и масла V_o , ρ_o считаются заданными величинами, неизменными во всех состояниях системы. Символами Σ_{wa} , Σ_{wo} и Σ_{oa} обозначаются поверхности раздела «вода – воздух», «вода – масло» и «масло – воздух» соответственно.

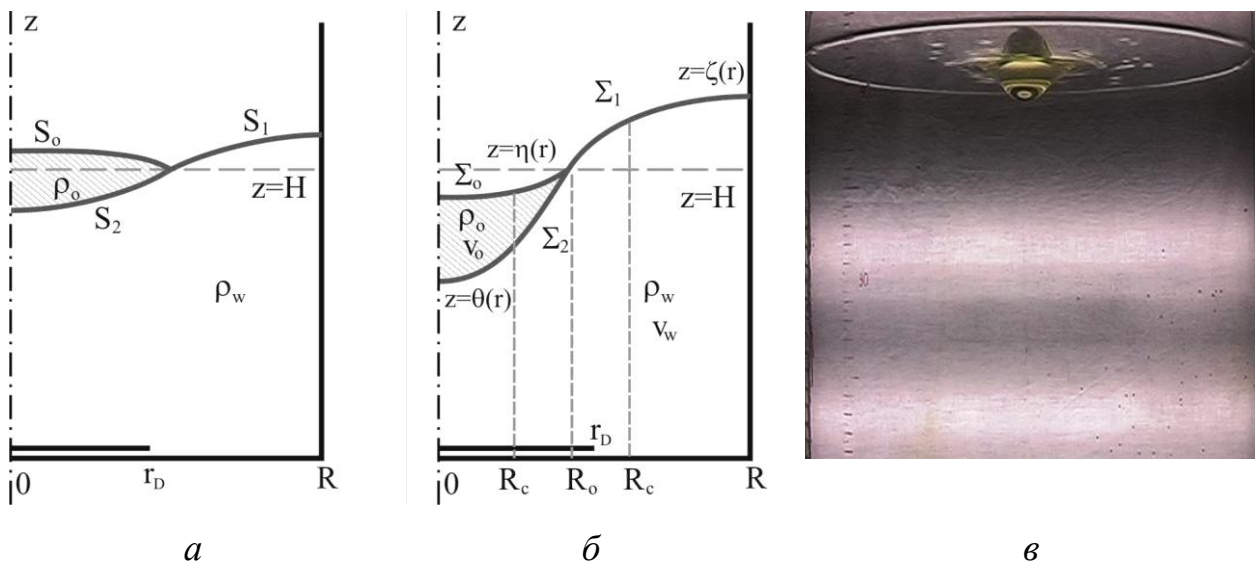


Рисунок 3.1.1 – Исходное (а) и конечное (б) состояния системы двухкомпонентной жидкости «масло-вода», (в) – фото профиля

Задача рассматривается в цилиндрической системе координат, вертикальная ось z которой направлена против вектора гравитационного ускорения \mathbf{g} , а начало совпадает с центром вращающегося диска. Система гидродинамических уравнений, описывающих движение, имеет вид

$$\mathbf{v}'_t + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\Delta\mathbf{v} + \mathbf{g}, \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (3.1.1)$$

Под величинами \mathbf{v} , ρ , ν понимаются скорость \mathbf{v}_w , плотность ρ_w и кинематическая вязкость воды ν_w в области, занимаемой водой, или скорость

\mathbf{v}_o , плотность ρ_o и кинематическая вязкость масла ν_o в области, занимаемой маслом.

На твёрдых поверхностях выполняются условия прилипания

$$\mathbf{v}_w|_{r=R} = \mathbf{v}_w|_{z=0, r \in [r_D, R]} = 0, \quad \mathbf{v}_w|_{z=0, r \in [0, r_D]} = r\omega \mathbf{e}_\varphi \quad (3.1.2)$$

Здесь r_D , R – радиусы вращающегося диска и обечайки соответственно, ω – угловая частота вращения диска, \mathbf{e}_φ – азимутальный орт цилиндрической системы координат.

На поверхностях раздела Σ_{ij} выполняются динамические

$$(p_1 - p_2)n_i = (\sigma'_{ik}^{(1)} - \sigma'_{ik}^{(2)})n_k + \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) n_i \quad (3.1.3)$$

и кинематические

$$\left. \frac{d\Sigma_{ij}}{dt} \right|_{\Sigma_{ij}=0} = 0 \quad (3.1.4)$$

граничные условия.

Здесь \mathbf{n} – единичная нормаль, σ – коэффициент поверхностного натяжения, R_1 , R_2 – главные радиусы кривизны. Все эти величины относятся к соответствующей поверхности раздела. Символы p_1 , p_2 обозначают давления по разные стороны от выбранной поверхности, а $\sigma'_{ik}^{(1,2)}$ – тензоры вязких напряжений соприкасающихся сред.

Система соотношений (3.1.1 – 3.1.4) чрезвычайно сложна для анализа и её точное решение на данный момент не достигнуто. В то же время имеется возможность построить «нулевое» приближение для форм поверхностей раздела контактирующих сред, в котором все физические поля вблизи этих поверхностей не зависят ни от времени, ни от азимутальной координаты φ . В рамках этого приближения считается, что $\mathbf{v}_w = v_w \mathbf{e}_\varphi$, $\mathbf{v}_o = v_o \mathbf{e}_\varphi$; эффекты поверхностного натяжения считаются малыми и не принимаются во внимание. Поверхности раздела задаются соотношениями

$$\begin{aligned} \Sigma_{wa} : z - \zeta(r) = 0, \quad r \in [R_o, R]; \quad \Sigma_{wo} : z - \theta(r) = 0, \quad r \in [0, R_o]; \\ \Sigma_{oa} : z - \eta(r) = 0, \quad r \in [0, R_o] \end{aligned} \quad (3.1.5)$$

Здесь R_o – радиальная координата точки тройного контакта вода-масло-воздух, как показано на рисунке 3.1.1.

В результате система (3.1.1) приобретает вид

$$p'_r = \rho \frac{v^2}{r}, \quad p'_z = -\rho g, \quad v''_{rr} + \frac{v'_r}{r} - \frac{v}{r^2} + v''_{zz} = 0 \quad (3.1.6)$$

причём условие несжимаемости $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ тождественно удовлетворяется.

Представление давления в различных областях пространства в формах

$$p_w^{(1)} = p_a + \rho_w g(\zeta - z) + q_w^{(1)}(r, z), \quad r \in [R_o, R] \quad (3.1.7)$$

$$p_o = p_a + \rho_o g(\eta - z) + q_o(r, z), \quad r \in [0, R_o] \quad (3.1.8)$$

$$p_w^{(2)} = p_a + \rho_o g(\eta - \theta) + \rho_w g(\theta - z) + q_w^{(2)}(r, z), \quad r \in [0, R_o] \quad (3.1.9)$$

где p_a – атмосферное давление, и подстановка (3.1.7 – 3.1.9) в (3.1.6) и граничные условия (3.1.3, 3.1.4) позволяет сформировать два возможных решения для поля скорости.

В том случае, когда радиус твердотельного вращения R_c меньше R_o справедливы соотношения (под зоной твердотельного вращения подразумевается центральная область течения, где линейная скорость жидких частиц линейно зависит от расстояния до оси вращения)

$$\begin{aligned} v_o &= A_o r \mathcal{G}(R_c - r) + \frac{B_o}{r} \mathcal{G}(r - R_c), \quad r \in [0, R_o] \\ v_w^{(2)} &= A_2 r \mathcal{G}(R_c - r) + \frac{B_2}{r} \mathcal{G}(r - R_c), \quad r \in [0, R_o] \\ v_w^{(1)} &= \frac{B_1}{r}, \quad r \in [R_o, R] \end{aligned} \quad (3.1.10)$$

где $\mathcal{G}(x)$ – функция Хевисайда.

Если радиус R_c твердотельного вращения больше R_o имеет место

$$\begin{aligned}
v_o &= A_o r, \quad r \in [0, R_o] \\
v_w^{(2)} &= A_2 r, \quad r \in [0, R_o] \\
v_w^{(1)} &= A_1 r \mathcal{G}(R_c - r) + \frac{B_1}{r} \mathcal{G}(r - R_c), \quad r \in [R_o, R]
\end{aligned} \tag{3.1.11}$$

Из условия равенства тангенциальных напряжений на границе «вода-масло» следует связь, общая для соотношений (3.1.10, 3.1.11)

$$v_w^{(2)} = \alpha v_o, \quad \alpha = \frac{\rho_o v_o}{\rho_w v_w} \tag{3.1.12}$$

Формы поверхностей раздела определяются на основе уравнений

$$v_o^2 = gr \eta'_r, \quad v_w^{(1)2} = gr \zeta'_r, \quad v_w^{(2)2} = gr \left(\frac{\rho_o}{\rho_w} (\eta'_r - \theta'_r) + \theta'_r \right) \tag{3.1.13}$$

Для определения постоянных A_o , B_o , A_1 и т.д., входящих в выражения (3.1.10, 3.1.11) необходимо использовать набор естественных условий, состоящих в том, что в точке контакта $r = R_o$ имеет место

$$\eta(R_o) = \theta(R_o) = \zeta(R_o) \tag{3.1.14}$$

выполняются законы сохранения воды

$$2\pi \left(\int_{R_o}^R \zeta(r) r dr + \int_0^{R_o} \theta(r) r dr \right) = V_w \tag{3.1.15}$$

и масла

$$2\pi \int_0^{R_o} (\eta(r) - \theta(r)) r dr = V_o \tag{3.1.16}$$

Также должно выполняться условие непрерывности поля скорости в воде при $r = R_o$

$$v_w^{(1)} \Big|_{r=R_o} = v_w^{(2)} \Big|_{r=R_o} \tag{3.1.17}$$

и непрерывность полей скорости (3.1.10, 3.1.11) при $r = R_c$

$$v_o \Big|_{r=R_c-0} = v_o \Big|_{r=R_c+0}, \quad v_w^{(1,2)} \Big|_{r=R_c-0} = v_w^{(1,2)} \Big|_{r=R_c+0} \tag{3.1.18}$$

Кроме того, для установившегося движения составного вихря необходимо выполнение условия равенства скорости W_v вязких потерь кинетической энергии вихря подводимой к системе мощности W_{ext} внешнего источника

$$W_{\text{ext}} = \rho_o v_o \int_{V_o} \left(\frac{\partial v_o}{\partial r} - \frac{v_o}{r} \right)^2 dV_o + \rho_w v_w \int_{V_w} \left(\frac{\partial v_w}{\partial r} - \frac{v_w}{r} \right)^2 dV_w \quad (3.1.19)$$

Интегрирование уравнений (3.1.13) и подстановка результатов в (3.1.14, 3.1.17, 3.1.18) определяет форму «нулевого» приближения поверхности составного вихря следующими соотношениями.

В случае $R_c < R_o$:

$$\begin{aligned} \eta(r) &= H - \frac{(\alpha^2 - 1)A_o^2 R_c^4}{2g R_o^2} + \frac{A_o^2 R_c^2}{2g} \left[\left(\frac{r^2}{R_c^2} - 2 \right) \mathcal{G}(R_c - r) - \frac{R_c^2}{r^2} \mathcal{G}(r - R_c) \right], \quad r \in [0, R_o] \\ \theta(r) &= H + \frac{(\alpha^2 - 1)A_o^2 R_c^4}{2g R_o^2} \frac{\rho_o}{\rho_w - \rho_o} + \\ &+ \frac{\alpha^2 \rho_w - \rho_o}{\rho_w - \rho_o} \frac{A_o^2 R_c^2}{2g} \left[\left(\frac{r^2}{R_c^2} - 2 \right) \mathcal{G}(R_c - r) - \frac{R_c^2}{r^2} \mathcal{G}(r - R_c) \right], \quad r \in [0, R_o] \\ \zeta(r) &= H - \frac{\alpha^2 A_o^2 R_c^4}{2g r^2}, \quad r \in [R_o, R] \end{aligned} \quad (3.1.20)$$

где H – толщина слоя воды до включения вращающегося диска.

В случае $R_c > R_o$:

$$\begin{aligned} \eta(r) &= H - \frac{A_o^2}{2g} \left[2\alpha^2 R_c^2 + (1 - \alpha^2) R_o^2 \right] + \frac{A_o^2 r^2}{2g}, \quad r \in [0, R_o] \\ \theta(r) &= H - \frac{A_o^2}{2g} \left[2\alpha^2 R_c^2 + \frac{(\alpha^2 - 1)\rho_o}{\rho_w - \rho_o} R_o^2 \right] + \frac{\alpha^2 \rho_w - \rho_o}{\rho_w - \rho_o} \frac{A_o^2 r^2}{2g}, \quad r \in [0, R_o] \\ \zeta(r) &= H + \frac{\alpha^2 A_o^2 R_c^2}{2g} \left[\left(\frac{r^2}{R_c^2} - 2 \right) \mathcal{G}(R_c - r) - \frac{R_c^2}{r^2} \mathcal{G}(r - R_c) \right], \quad r \in [R_o, R] \end{aligned} \quad (3.1.21)$$

Выражения (3.1.20, 3.1.21) переходят друг в друга при $R_c = R_o$, то есть, когда граница области, занимаемой маслом, совпадает с границей твердотельного вращения составного вихря.

Значения величин A_o , R_o и R_c , входящих в соотношения (3.1.20, 3.1.21), определяются после подстановки (3.1.20, 3.1.21) в (3.1.15, 3.1.16, 3.1.19). Формирующаяся система трансцендентных уравнений не допускает точного аналитического решения, но может быть решена численно. Сравнение аналитической модели с экспериментальными результатами приведено в п. 3.3 настоящей работы.

3.2 Экспериментальные исследования переноса несмешивающейся примеси в вихревом течении

Введение в поток несмешивающейся вязкой примеси существенно влияет на форму свободной поверхности и интенсивность движений на ней, несмотря на мизерный относительный объем самой добавки (в некоторых экспериментах объем жидкости превышает объем внесенной примеси V_k более чем в 200 раз).

Опыты проводились с двухслойной и трехслойной жидкостями – подстилающей водой и несмешивающимися более легкими маркерами. Глубина слоя воды во всех опытах составляла от $H_w = 10$ до 60 см, толщина слоя маркера H_m определяемая его объемом составляла от 2 мм до 20 см. Физические характеристики рабочих сред приведены в Таблице 3.2.1.

Регулируемыми параметрами задачи служили толщина маркера H_m , радиусы контейнера R_0 и диска R_d , а также частота его вращения Ω_d , ускорение свободного падения g . Каждая из жидкостей характеризуется плотностью ρ , кинематической вязкостью ν , коэффициентами поверхностного натяжения на контактных поверхностях – вода-воздух σ_w^a , маркер-воздух σ_m^a , вода-маркер σ_w^m и их удельными значениями $\gamma_w^m = \sigma_w^m / \rho_w$ (индексы "w", "a", "d", "m" относятся к воде, воздуху, диску и маркерам соответственно).

Инерциальные масштабы длины, характеризующие глобальное течение в контейнере, определяются отношением ускорения свободного падения к угловой скорости вращения диска – $L_\Omega = g / \Omega_d^2$ и частиц жидкости – $L_\omega = g / \omega_w^2$ служат динамическими характеристиками системы. Тонкую структуру

возникающего течения (его сингулярно возмущенные компоненты типа пограничных слоев Стокса) характеризуют микромасштабы следующего вида

$$\delta_{\Omega} = \sqrt{\nu / \Omega_d} \text{ и } \delta_{\omega} = \sqrt{\nu / \omega}.$$

Параметры маркеров, при $T = 20^{\circ}\text{C}$	Вода	Подсолнечное масло	Дизельное топливо	Нефть	Авиационное масло
Плотность (ρ), кг/м ³	998.9	925.0	840.0	866.0	885.0
Кинематическая вязкость (ν), $\times 10^{-6}$, м ² /с	1.05	60.60	1.50	8.14	20.50
Коэффициент поверхностного натяжения на границе маркер-воздух (σ_m^a), $\times 10^3$, Н/м	73.0	33.06	22.0	30.0	32.0
Коэффициент поверхностного натяжения на границе маркер-вода (σ_w^m), $\times 10^3$, Н/м		3.10	7.10	2.80	2.45

Таблица 3.2.1 – Физические характеристики примененных жидких сред

Важными параметрами многослойных несмешивающихся жидкостей являются относительная плотность $R\rho_w^m = \frac{\rho_w - \rho_m}{\rho_w + \rho_m}$, $R\rho_w^a = \frac{\rho_w - \rho_a}{\rho_w + \rho_a}$, $R\rho_w^m = \frac{\rho_w - \rho_m}{\rho_w + \rho_m}$

(аналог числа Атвуда), разность коэффициентов поверхностного натяжения

$R\sigma_w^a = \frac{\sigma_w - \sigma_a}{\sigma_w + \sigma_a}$, $R\sigma_m^a = \frac{\sigma_m - \sigma_a}{\sigma_m + \sigma_a}$, $R\sigma_w^m = \frac{\sigma_w - \sigma_m}{\sigma_w + \sigma_m}$ и динамических вязкостей

$R\nu_w^a = \frac{\nu_w - \nu_a}{\nu_w + \nu_a}$, $R\nu_m^a = \frac{\nu_m - \nu_a}{\nu_m + \nu_a}$, $R\nu_w^m = \frac{\nu_w - \nu_m}{\nu_w + \nu_m}$ (см. Таблицу 3.2.2), влияние которых

на картину переноса вещества ранее систематически не изучалось.

Структуры возникающих течений характеризуются большим числом пространственных и временных масштабов.

Отношения характерных масштабов образуют набор безразмерных комбинаций, включающий традиционные числа: Отношения указанных величин формируют традиционный набор безразмерных параметров, включающий числа Рейнольдса $Re = (R_d^2 \Omega_d) / \nu_w$, Фруда $Fr = (R_d^2 \Omega_d^2) / gH_w$, а для двухслойной среды (вода – несмешивающаяся жидкость) – также число Бонда $Bo = gH_w^2(\rho_w - \rho_m) / \sigma_w^m$.

№	Маркер	Главные отношения		
		плотностное, $R\rho_w^m$	капиллярное, $R\sigma_w^a$	вязкостное, $R\nu_w^m$
1	Подсолнечное масло	0.038	0.38	-0.96
2	Дизельное топливо	0.086	0.54	-0.18
3	Нефть	0.071	0.42	-0.77
4	Авиационное масло	0.060	0.39	-0.91

Таблица 3.2.2 – Значения относительных коэффициентов

Изучаемые в данных опытах течения характеризуются числами Рейнольдса в диапазоне $500 \div 50000$, Фруда $50 \div 1800$, Атвуда – $0.009 \div 0.2$, Бонда – $1.0 \div 4.5$. Характерные масштабы задачи, а также относительные коэффициенты приведены в Таблице 3.2.3.

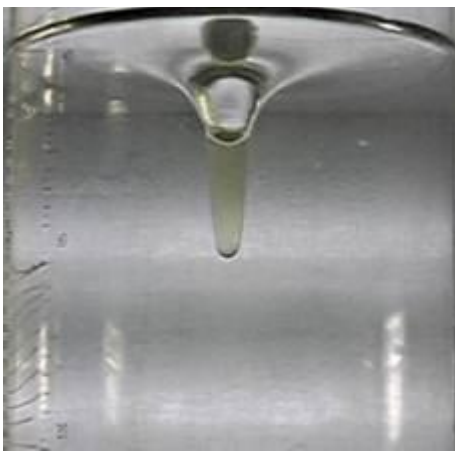
$\xi_w = R_d / H_w$	0.05	0.75
$\xi_0 = R_d / R$	0.2	1.0
$L_\Omega = g / \Omega_d^2, \text{ м}$	16×10^{-3}	1
$\delta_\Omega = \sqrt{\nu / \Omega_d}, \text{ м}$	2×10^{-4}	5×10^{-4}

Таблица 3.2.3 – Характерные масштабы задачи

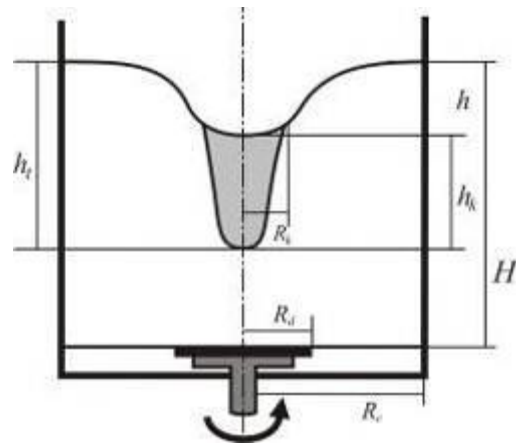
После настройки аппаратуры бассейн заполнялся дегазированной водой заданной глубины. На поверхность покоящейся жидкости наносился выбранный объем несмешивающегося маркера. После затухания всех возмущений включался индуктор и проводилась регистрация картины распределения маркера по поверхности и в толще жидкости. Условия опытов менялись ступенчато, время выдержки при выбранных условиях эксперимента определялось длительностью стабилизации картины течения и составляло не менее 20 мин. Опыт повторялся при новых условиях до тех пор, пока масляное тело или эмульсионный хвост не достигали вращающегося диска, что сопровождалось формированием тонкой водомасляной эмульсии. Новый опыт проводился после полного перезаполнения бассейна.

Картина распределения несмешивающейся примеси в толще составного вихря и обозначения его основных геометрических параметров представлены на рисунке 3.2.1. На поверхности вращающейся рабочей жидкости – воды – образуется каверна, глубина которой достигает максимального значения в центре. Основная часть масла собирается в окрестности центральной вертикальной оси в компактный объем, имеющий форму тела вращения,

который примыкает ко дну каверны. Здесь H – максимальная толщина слоя вращающейся жидкости (отсчитывается около стенки), h_t – разность высот свободной поверхности и нижней кромки вращающегося объема масла, h_k – высота тела вращения, $h = h_t - h_k$ – стрелка прогиба свободной поверхности, R_k – радиус линии контакта объема масла с кромкой каверны. Визуально и на фотографиях сбоку хорошо различаются все контактные поверхности – вода-масло, масло-воздух, вода-воздух.



а



б

Рисунок 3.2.1 – Составной вихрь с порцией касторового масла ($V_k=30$ мл, $H=40$ см, $R=7.5$ см, $\Omega=640$ об/мин): а, б) – фотография (вид сбоку) и схема течения

При умеренных угловых скоростях вращения диска ($\Omega < 750$ об/мин) картина течения, представленная на рисунке 3.2.1, в целом стабилизировалась в течение 20 минут. При данных условиях опыта основная часть касторового масла из линзообразного пятна на поверхности покоящейся жидкости с характерным поперечным размером 3.5 см и толщиной около 4 мм, собирается в компактный объем высотой $h_k=4.94$ см в центре поверхностной воронки, который вращается вместе с окружающей жидкостью. Касательные к боковой поверхности масляного тела и поверхности воды изменяются при переходе через линию контакта воды и масла на поверхности каверны. При этом объем

тела вращения, содержащего касторовое масло, составляет $V_k \approx 29.5$ мл, $h_t = 10.91$ см, $R_k = 2.76$ см, $h = 5.97$ см. Оставшаяся часть масла ($V_k \approx 0.5$ мл) остается в тонком слое на поверхности каверны и образует спиральные рукава на свободной поверхности, которые будут представлены ниже.

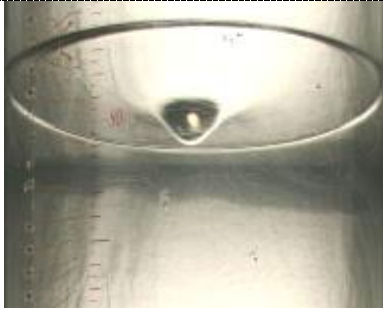
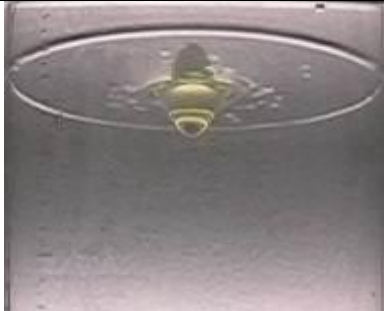
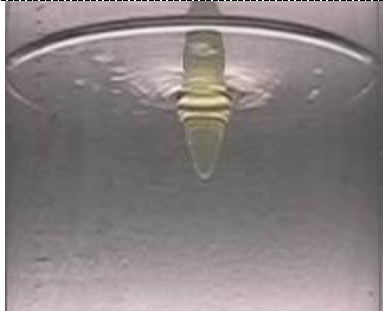


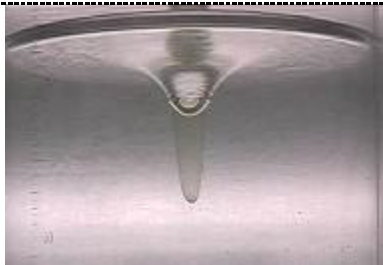
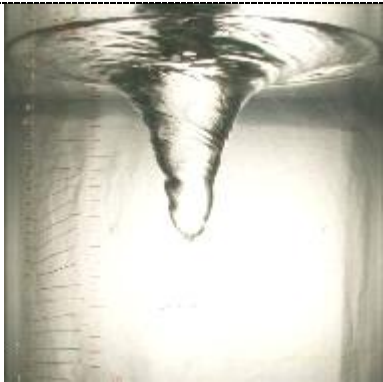
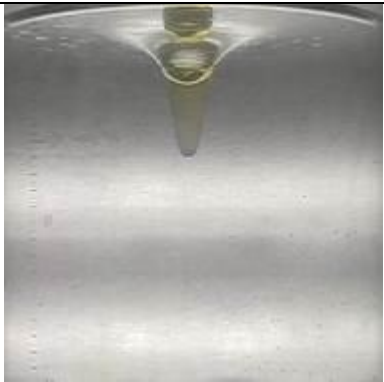
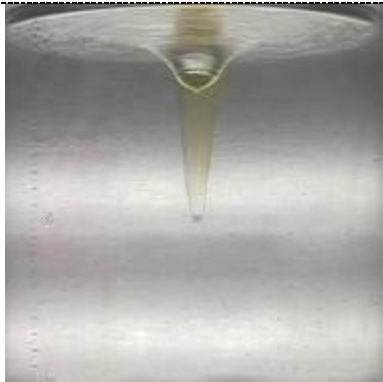
Проведенные опыты показали, что добавление даже небольшого объема масла (30 грамм на рабочий объем 54 литра) существенно меняет картину вихревого течения и форму свободной поверхности в целом.

В первых опытах с несмешивающейся примесью использовалось касторовое масло, которое размещалось на поверхности покоящейся жидкости, изменялся лишь объем примеси и параметры течения, с целью выявить основные закономерности переноса нерастворимого вещества в вихревом течении. В дальнейших экспериментах использовались другие несмешивающиеся вещества (нефть, авиационное, машинное и подсолнечные масла, а также дизельное топливо).

При умеренных частотах вращения диска ($R = 7.5$ см, $\Omega = 377$ об/мин) на поверхности чистой жидкости ($H = 40$ см) образуется каверна глубиной в центре 3.2 см, стенки которой остаются гладкими (рисунок 3.2.2, а). Небольшое количество касторового масла ($V_k = 30$ мл) практически полностью заполняет такую каверну, высота масляного тела в центре составляет 2.6 см. При этом поверхность границы жидкость-воздух (наружная часть: вода-воздух, внутренняя: масло-воздух) остается практически плоской.

При добавлении большего объема касторового масла ($V_k = 60$ мл, рисунок 3.2.2, в) изменяются размеры и форма тела вращения, однако, боковая поверхность и нижняя кромка масляного объема остаются гладкими. Картина распределения масла по свободной поверхности будет рассмотрена ниже. При увеличении частоты вращения до 500 об/мин небольшие неоднородности на стенках каверны наблюдаются даже в чистой жидкости (рисунок 3.2.2, г). Они проявляются и в искажениях свободной поверхности при больших увеличениях, и границ светлого пятна в центре каверны, и его зеркального

отражения (темная тень над каверной). Максимальные возмущения с пологими впадинами и заостренными гребнями наблюдаются на полуглубине каверны (2.37 см).

	$V_k = 0$ мл	$V_k = 30$ мл	$V_k = 60$ мл
$\Omega = 370$ об/мин			
	<i>a</i>	<i>б</i>	<i>в</i>
$\Omega = 500$ об/мин			
	<i>г</i>	<i>д</i>	<i>е</i>
$\Omega = 750$ об/мин			
	<i>ж</i>	<i>и</i>	<i>к</i>
<p>Рисунок 3.2.2 – Характерные формы поверхности жидкости в контейнере с вращающимся диском ($H = 40$ см, $R = 7.5$ см): <i>a, г, ж</i>) – чистая вода, $\Omega = 377, 500, 750$ об/мин; <i>б, д, и</i>) – $V_k = 30$ мл, 60 мл, $\Omega = 377, 500, 750$ об/мин; <i>в, е, к</i>) – $V_k = 60$ мл, $\Omega = 377, 500, 750$ об/мин</p>			

При увеличении количества масла (60 мл) вновь практически восстанавливается прогиб свободной поверхности ($h=4.5$ см, что всего лишь на 0.25 см меньше, чем для воронки на рисунке 3.2.2, *г*). Нижняя кромка объема масла находится на глубине $H=10$ см (рисунок 3.2.2, *е*).

Большая часть добавленного масла оказывается сосредоточенной внутри центральной области, ограниченной поверхностью вращения глубиной 4.4 см, то есть, меньшей, чем глубина каверны в чистой жидкости (рисунок 3.2.2, *д*).

При высоких частотах вращения активатора ($\Omega = 750$ об/мин) на поверхности каверны в однородной жидкости проявляются два типа возмущений – крупномасштабные (инерциальные) и тонкоструктурные (спиральные) (рисунок 3.2.2, *ж*). Ее максимальная глубина составляет 12.3 см. Жидкость, энергично движущаяся вдоль свободной поверхности, затягивает в центр каверны газовые пузырьки, отчетливо видимые на рисунке 3.2.2, *ж* в окрестности оси вращения. Спиральные волны присутствуют на всей поверхности каверны, а инерциальные – в ее нижней части.

Чем больше частота вращения диска, тем заметнее проявляется влияние масла. При добавлении 30 мл касторового масла стрелка прогиба свободной поверхности составляет всего 5.8 см (рисунок 3.2.2, *и*), на поверхности жидкости видны отдельные капли масла. Отстояние нижней кромки масляного объема от свободной поверхности равно 12.3 см.

При добавлении 60 мл касторового масла стрелка прогиба уменьшается до 3.6 см. Часть масла затягивается в толщу жидкости и собирается в тело вращения в окрестности вертикальной оси течения вида $h = Ar^B$ (рисунок 3.2.2, *к*: $A = 1.09 \pm 0.49$, $B = 2.55 \pm 0.07$, $[h] = \text{см}$, $[r] = \text{см}$. Полная глубина деформированной поверхности на рисунке 5.2.2, *и* (разность уровней жидкости у стенки бассейна и нижней кромки наполненного маслом параболоида) составляет $h_t = 12.3$ см. Контактующая с воздухом верхняя граница масляного объема в центре бассейна также имеет форму тела вращения с параметрами: $A = 0.26 \pm 0.06$ и $B = 1.91 \pm 0.12$ (рисунок 3.2.2, *и*). Глубина стрелки прогиба

свободной поверхности (разность уровней на краю и в центре, где с воздухом контактирует масло) составляет всего $h = 5.8$ см. На круговой линии контакта воды и масла радиусом $R_k = 1.56$ см наблюдается излом формы свободной поверхности (угол между касательными составляет $\alpha = 27^\circ$). Внешняя часть воронки аппроксимируется кривой вида $h = B \ln(r - A)$, где r – радиальная координата, отсчитываемая от оси вращения, $A = 1.21 \pm 0.43$, $B = 1.53 \pm 0.07$, $[h] = \text{см}$, $[r] = \text{см}$.

В ходе исследования распределения менее вязкой несмешивающейся примеси (подкрашенного подсолнечного масла) по поверхности и в толще составного вихря были получены данные о положении примеси как в толще, так и на свободной поверхности рассматриваемого вихревого течения. Представленные на рисунке 3.2.3 фотографии профиля составного вихря с добавлением несмешивающейся примеси иллюстрируют изменение положений границ воздух-жидкость и масло-вода в зависимости от количества примеси на поверхности V_k и глубины слоя воды H . На изображениях, полученных в ходе экспериментов, хорошо различаются контактные поверхности вода-масло и масло-воздух.

При частоте вращения активатора 320 об/мин и добавлении 30 мл подкрашенного подсолнечного масла прогиб поверхности воздух-жидкость имеет наибольшее значение, периферическая часть свободной поверхности покрыта небольшими каплями масла, вытянутыми в направлении вращения поверхности жидкости (рисунок 3.2.3, а). С увеличением добавленного объема масла сокращается прогиб свободной поверхности и возрастает площадь отдельных капель масла, движущихся по периферии (рисунок 3.2.3, б). Дальнейшее увеличение объема масла приводит к уменьшению прогиба поверхности воздух-жидкость, помимо этого возрастает объем масла не стянутого в центральное масляное тело (рисунок 3.2.3, в).

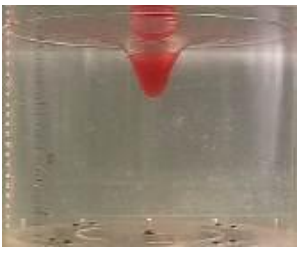
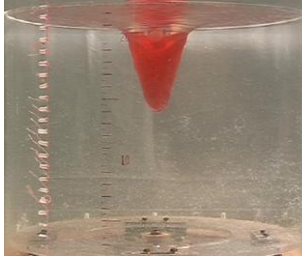
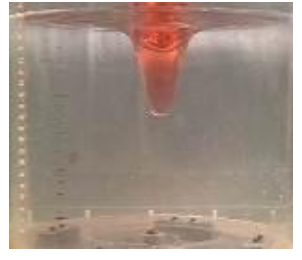
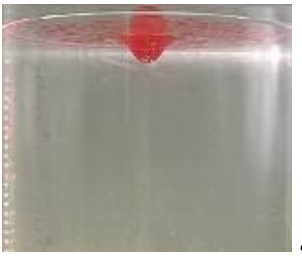
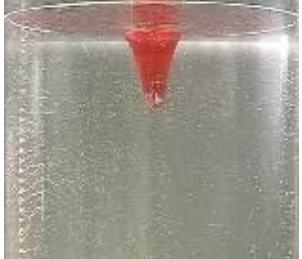





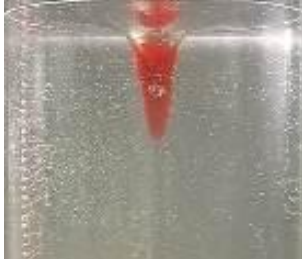




	$V_k = 30$ мл	$V_k = 90$ мл	$V_k = 150$ мл
$H = 20$ см, $\Omega = 320$ об/мин	 <i>a</i>	 <i>б</i>	 <i>в</i>
$H = 40$ см, $\Omega = 320$ об/мин	 <i>г</i>	 <i>д</i>	 <i>е</i>
$H = 20$ см, $\Omega = 480$ об/мин	 <i>ж</i>	 <i>и</i>	 <i>к</i>
$H = 40$ см, $\Omega = 480$ об/мин	 <i>л</i>	 <i>м</i>	 <i>н</i>
$H = 40$ см, $\Omega = 770$ об/мин	 <i>о</i>	 <i>п</i>	 <i>р</i>

Рисунок 3.2.3 – Формы осевого сечения поверхности жидкости на близких частотах ($R = 7.5$ см): *a – в*) – $H = 20$ см, $\Omega = 320$ об/мин, $V_k = 30, 90, 150$ мл; *г – е*) – $H = 40$ см, $\Omega = 320$ об/мин, $V_k = 30, 90, 150$ мл; *ж – к*) – $H = 20$ см, $\Omega = 480$ об/мин, $V_k = 30, 90, 150$ мл; *л – н*) – $H = 40$ см, $\Omega = 480$ об/мин, $V_k = 30, 90, 150$ мл; *о – р*) – $H = 40$ см, $\Omega = 770$ об/мин, $V_k = 30, 90, 150$ мл

Большая глубина жидкости также существенно влияет на распределение легкой примеси в составном вихре. Небольшая порция масла (рисунок 3.2.3, *г*) почти целиком собирается в окрестности оси вращения, масляное тело имеет высоту 2.3 см, а поверхность раздела воздух-жидкость остается почти плоской. Периферия поверхности занята масляными каплями.

Большое количество масла $V_k=150$ мл создает масляное тело, по форме напоминающее шляпу, края которой образованы спиральными рукавами, вытягивающимися в направлении, противоположном вращению активатора (рисунок 3.2.3, *е*). Поверхность раздела воздух-жидкость практически вся состоит из масла и очень близка к плоской. Промежуточное количество масла $V_k=90$ мл приводит к прогибу свободной поверхности и затягиванию масла вглубь составного вихря (рисунок 3.2.3, *д*).

При увеличении частоты вращения до 480 - 570 об/мин наблюдаются небольшие неоднородности на стенках каверны и масляного тела. Большая часть добавленного масла оказывается сосредоточенной вблизи вертикальной оси цилиндрического контейнера. Добавление небольшого количества масла (30 мл) приводит к уменьшению прогиба поверхности раздела фаз, по сравнению с чистой жидкостью (рисунок 3.2.3, *ж*).

При увеличении количества масла (90 мл) уменьшается глубина прогиба поверхности раздела воздух-жидкость ($h=6.1$ см, рисунок 3.2.3, *б*, $h=3.2$ см, рисунок 3.2.3, *и*). Нижняя кромка объема масла находится на глубине $H=11.8$ см (и 10.8 см соответственно). На поверхности чистой воды присутствуют спиральные волны, влияние которых не просматривается на поверхности масляного тела.

Добавление большего количества масла (150 мл), которое также собирается в конической области в центре составного вихря (рисунок 3.2.3, *к*), ведет лишь к увеличению высоты центрального масляного тела.

При высоких частотах вращения активатора ($\Omega=770$ об/мин) на поверхности каверны проявляются два типа возмущений – крупномасштабные

(инерциальные) и тонкоструктурные (спиральные). Ее максимальная глубина составляет 17.8 см (рисунок 3.2.3, *о*).

Чем больше частота вращения диска, тем заметнее проявляется влияние масла. При добавлении 90 мл подсолнечного масла стрелка прогиба свободной поверхности составляет 7.1 см (рисунок 3.2.3, *п*), на поверхности жидкости видны отдельные капли масла. Отношение ширины масляного тела к его высоте составляет 0.38.

При добавлении 150 мл подсолнечного масла часть масла затягивается в толщу жидкости и собирается в тело вращения в окрестности вертикальной оси течения. Положение и форма тела определяется балансом между силами плавучести, выталкивающими легкое масло, и сопротивления, обусловленными основным циркуляционным течением в составном вихре. Полная глубина деформированной поверхности на рисунке 3.2.3, *р* (разность уровней жидкости у стенки бассейна и нижней кромки наполненного маслом параболоида) составляет 25.7 см.

Иллюстрирующие форму свободной поверхности и форму границы раздела вода-касторовое масло графики приведены на рисунке 3.2.4. Для упрощения восприятия на графиках введены обозначения: \circ – граница раздела жидкость-воздух, ∇ – граница раздела масло-вода.

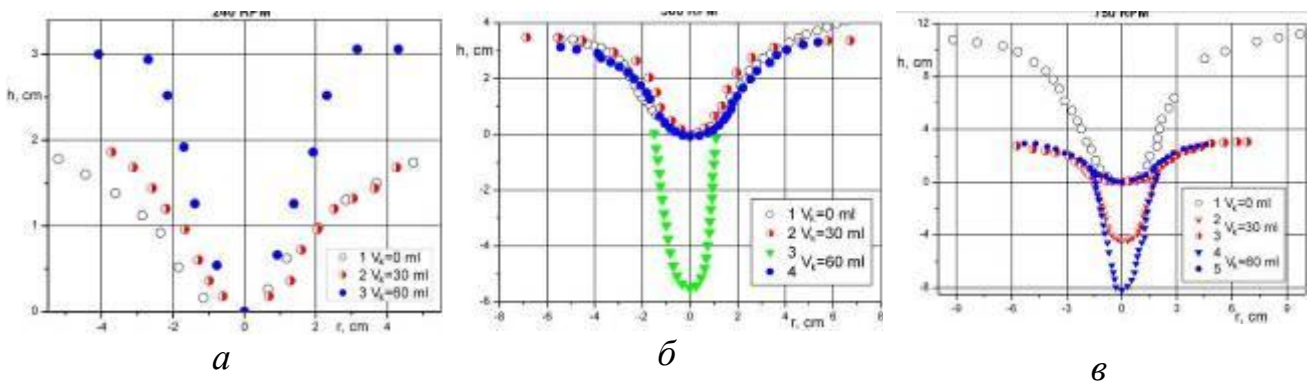


Рисунок 3.2.4 – Геометрия поверхности составного вихря с легкой примесью ($H = 40$ см, $R = 7.5$ см): а) – $\Omega = 240$ об/мин, б) – $\Omega = 500$ об/мин, в) – $\Omega = 750$

об/мин

Глубины прогиба поверхности воздух-жидкость и проникновения скопления легкой примеси приведены в Таблице 3.2.4.

Зависимость глубины прогиба свободной поверхности и поверхности раздела вода-масло от частоты вращения активатора аппроксимируются функцией того же вида, что и для прогиба поверхности однокомпонентной жидкости, $h = A r^B$. Коэффициенты двойной логарифмической зависимости глубины от частоты, полученные в ходе аппроксимации, приведены в Таблице 3.2.5. При сравнении коэффициентов отмечается нелинейная зависимость от объема несмешивающейся примеси, что дополнительно подтверждается изображениями картин течения (рисунки 3.2.2 – 3.2.3).

Ω , об/мин	V_k , мл	h , см	h_t , см
377	0	0 (2,51)	2,51
500		0 (5,27)	5,27
750		0 (12,30)	12,30
250	30	2,53	2,53
500		3,92	3,92
730		3,56	8,06
240	60	3,83	3,83
500		4,31	10,19
750		4,12	12,19

Таблица 3.2.4 – Глубины прогиба поверхности воздух-жидкость и проникновения несмешивающейся с водой примеси

Ход линейных аппроксимаций (коэффициенты в Таблицах 3.2.4 и 3.2.5) и точки, отражающие экспериментальные данные, приведены на рисунке 3.2.5.

V_k , мл	Граница воздух – жидкость		Граница вода – масло	
	А	В	А	В
0	-5.12 ± 0.25	1.72 ± 0.05	-	-
30	-1.70 ± 0.24	1.40 ± 0.09	-1.27 ± 0.24	1.48 ± 0.10
60	-4.02 ± 1.10	2.06 ± 0.39	-0.72 ± 0.54	1.20 ± 0.21

Таблица 3.2.5 – Коэффициенты двойной логарифмической зависимости глубины прогиба поверхности от частоты вращения диска-активатора

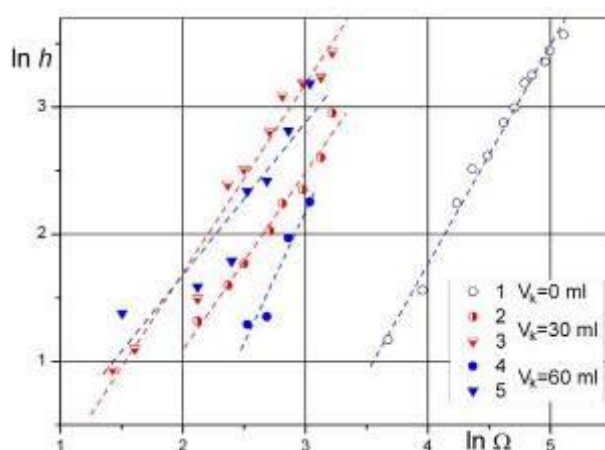


Рисунок 3.2.5 – Зависимость глубины прогиба поверхностей раздела от частоты вращения активатора ($H = 40$ см, $R = 7.5$ см): линия 1 – $V_k = 0$ мл, $h = h_t$; 2 – $V_k = 30$ мл, h ; 3 – $V_k = 30$ мл, h_t ; 4 – $V_k = 60$ мл, h ; 5 – $V_k = 60$ мл, h_t

Сравнение форм центрального сечения масляного тела и положения поверхностей раздела жидкостей и различных фаз для менее вязкого подсолнечного масла представлены на рисунке 3.2.6.

На больших частотах вращения диска-активатора ($\Omega = 750$ об/мин) в чистой глубокой жидкости ($H = 40$ см, $R = 7.5$ см) образуется каверна (символы 1, рисунок 3.2.6, а), глубина которой составляет $h_t = 11.8$ см. При добавлении 30 мл подсолнечного масла, большая часть примеси оказывается сосредоточенной внутри центральной области, ограниченной сверху поверхностью вращения глубиной $h = 10$ см (символы 2, рисунок 3.2.6), то есть,

меньшей, чем глубина каверны в чистой жидкости, высота масляного тела составляет $h_k = 7.8$ см (символы 3, рисунок 3.2.6, а). Хотя поверхность воды покрыта пленкой масла, линия контакта масляного тела с поверхностью воды идентифицируется достаточно четко.

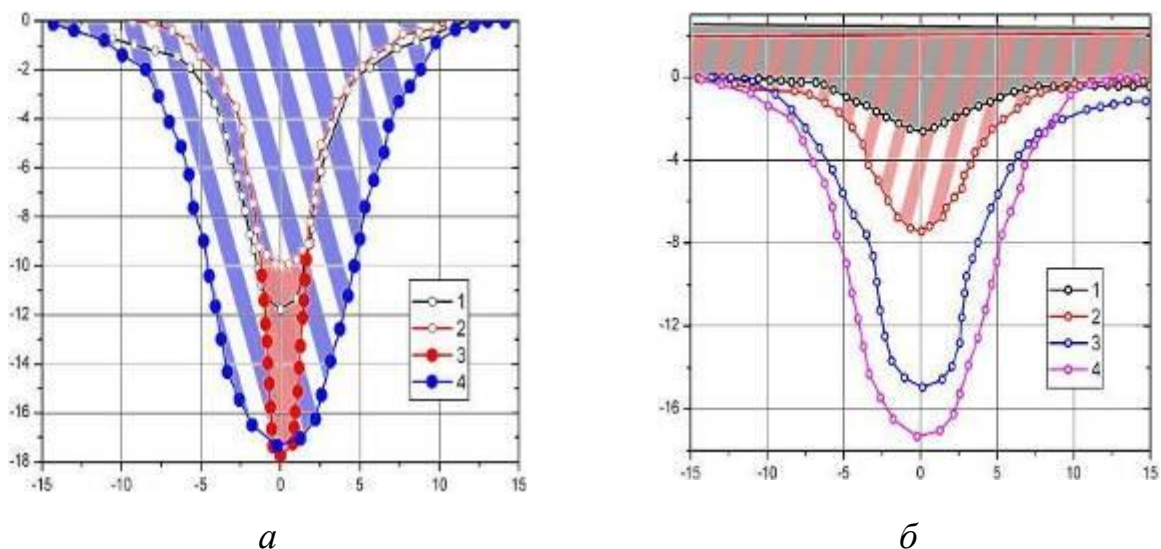


Рисунок 3.2.6 – Формы поверхностей раздела масло-вода и жидкость воздух в составном вихре ($H = 40$ см, $R = 7.5$ см): а) 1 – чистая вода $\Omega = 750$ об/мин, 2 – $v_k = 30$ мл – граница масляного тела $\Omega = 770$ об/мин, 3 – $v_k = 30$ мл – граница жидкость – воздух $\Omega = 770$ об/мин, 4 – $v_k = 2000$ мл – граница масляного тела $\Omega = 720$ об/мин; б) $v_k = 2000$ мл, 1 – 4: $\Omega = 220, 320, 520, 720$ об/мин

Добавление большого количества масла ($v_k = 2000$ мл) приводит к исчезновению контактной линии масло-вода-воздух при аналогичных частотах вращения (символы 4, рисунок 3.2.6, а). Высота масляного тела вращения существенно больше глубины каверны в чистой жидкости $h_t = 17.3$ см (символы 4, рисунок 3.2.6, а).

Центральные сечения поверхностной каверны в двухслойной жидкости при различных частотах вращения диска-активатора представлены на рисунке 3.2.6, б. При низких и умеренных частотах вращения активатора (рисунок 3.2.6, б, символы 1 и 2) система представляет собой двухслойную

жидкость: верхний слой масла над слоем воды. Граница составляющих системы и контактная поверхность жидкость-воздух разделены в пространстве. На рисунке 3.2.6, б толщина слоя масла обозначена серой заливкой для частоты 220 об/мин, и красной штриховкой для частоты 320 об/мин.

При увеличении частоты вращения активатора до 520 об/мин высота масляного тела увеличивается до $h_k = 14.9$ см, формируется участок контактной линии масло-вода-воздух вблизи стенки контейнера, который изменяет свое положение с вращением системы (рисунок 3.2.6, б, символы 3). Дальнейшее увеличение частоты вращения (рисунок 3.2.6, б, символы 4) до 720 об/мин приводит к затягиванию масла в центральную область течения и переходу системы из состояния двухслойной жидкости к системе вода – примесь на поверхности.

Сохранение формы масляного тела при изменении угловой скорости вращения диска позволяет характеризовать относительное изменение его размеров одним отношением $\xi_b = 2R_k / h_k$ в зависимости от числа Рейнольдса. В диапазоне параметров Re от 1 000 до 5 500 эта зависимость представляется двумя линейными эмпирическими закономерностями $\zeta_b = a Re + b$: при малых числах Рейнольдса (меньше 2 300) кривая быстро спадающая $a = -1.9 \cdot 10^{-3} \pm 4.0 \cdot 10^{-4}$, $b = 5.2 \pm 0.7$, при больших числах Re – пологая $a = -1.7 \cdot 10^{-4} \pm 2.9 \cdot 10^{-5}$, $b = 1.2 \pm 0.1$ (рисунок 3.2.7). Увеличение скорости вращения диска приводит к росту вертикальной компоненты скорости течения в центре контейнера и соответственно увеличению силы трения, вытягивающей масляное тело.

В экспериментах, где в качестве примеси использовались нефть и дизельное топливо также образуется масляное тело, формы и размеры которого зависят от всех параметров течения.

Сравнение размеров масляного тела в зависимости от количества и физических свойств добавленной в поток несмешивающейся примеси показывает, что увеличение вязкости маркирующей добавки ведет к

уменьшению вертикального размера масляного тела. Также на вертикальный размер области, занятой несмешивающейся жидкостью в потоке, влияет коэффициент поверхностного натяжения. С его ростом увеличивается глубина втягивания примеси в течение (рисунок 3.2.8).

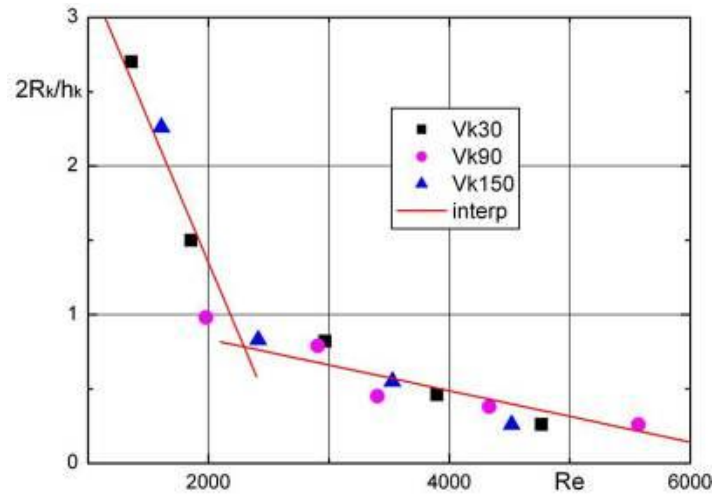


Рисунок 3.2.7 – Зависимость коэффициента остроты ξ_b масляного тела от параметров течения

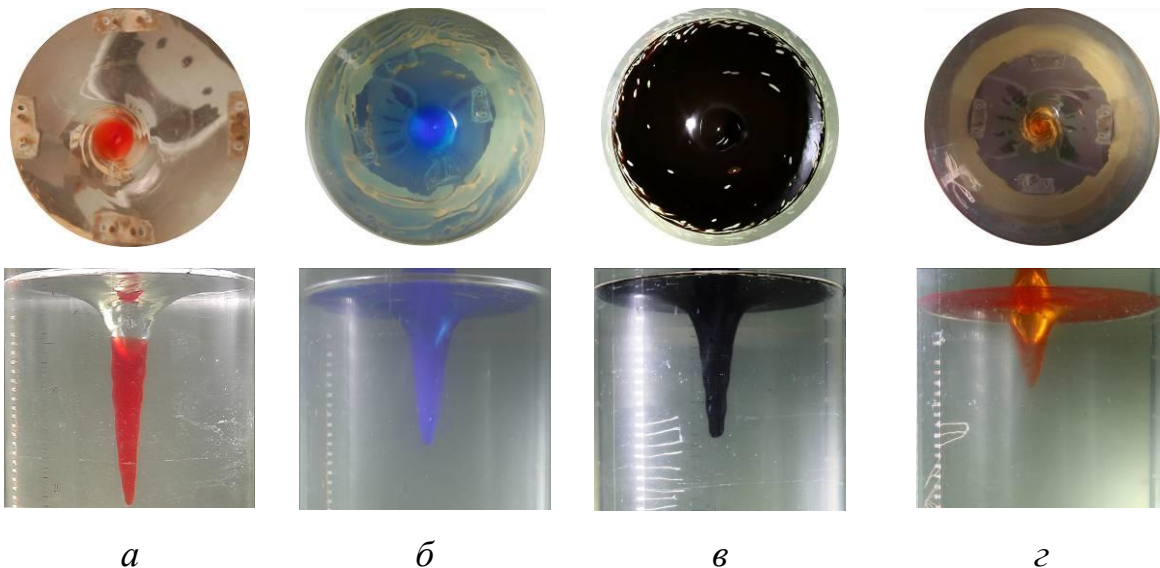


Рисунок 3.2.8 – Распределение несмешивающейся примеси на поверхности и в толще составного вихря $H_w = 40$ см, $R_d = 7.5$ см, $V_m = 150$ мл, $\Omega_d = 770$ об/мин: *a*) подсолнечное масло, *б*) смесь подсолнечного масла и дизельного топлива в равных пропорциях, *в*) нефть, *г*) дизельное топливо

Для вертикальных размеров поверхностной каверны и масляного тела в центре построены зависимости от скорости вращения активатора, которые интерполируются линейными функциями вида $h_i = A\Omega + B$, входящие в них коэффициенты приведены в Таблице 3.2.6. Прослеживается четкая тенденция к уменьшению вертикальных размеров масляного тела при уменьшении плотности и коэффициента поверхностного натяжения добавленной в поток примеси, что подтверждается полученными аппроксимациями.

	A	B
Подсолнечное масло	2.33 ± 0.13	-11.66 ± 1.30
Подсолнечное масло + дизель	2.09 ± 0.27	-8.44 ± 0.67
Нефть	1.88 ± 0.16	-8.01 ± 0.55
Дизель	1.66 ± 0.21	-7.74 ± 1.48

Таблица 3.2.6 – Коэффициенты линейных интерполяций размеров масляного тела

Сохранение формы центральной части масляного тела при изменении угловой скорости вращения диска позволяет охарактеризовать относительное изменение его размеров одним отношением $\xi_m = 2R_m / h_m$ в зависимости от числа Рейнольдса [79]. Увеличение скорости вращения диска приводит к росту вертикальной компоненты скорости течения в центре контейнера и, соответственно, напряжению скорости сдвига на границе воды и масляного тела. В диапазоне параметров Re от 500 до 12000 зависимость представляется двумя линейными функциями $\xi_m = aRe + b$: при малых числах Рейнольдса (меньше 2500) угловой коэффициент велик $a = (-10.3 \pm 2.4) \times 10^{-4}$ при $b = 2.2 \pm 0.4$, наблюдается быстрое изменение соотношения высоты масляного тела к его диаметру вблизи свободной поверхности, при больших Re – линия становится более пологой $a = (4.0 \pm 2.0) \times 10^{-5}$, $b = 0.7 \pm 0.1$, изменение отношения диаметра и высоты масляного тела незначительное (рисунок 3.2.9).

В экспериментах на близких частотах, но с другим веществом (авиационное масло) наблюдается подобная картина (рисунок 3.2.10, а, б). Однако, в опытах с высокими частотами вращения активатора масляное тело полностью погружается в вихрь, свободная поверхность освобождается даже от отдельных капель примеси (рисунок 3.2.10, в).

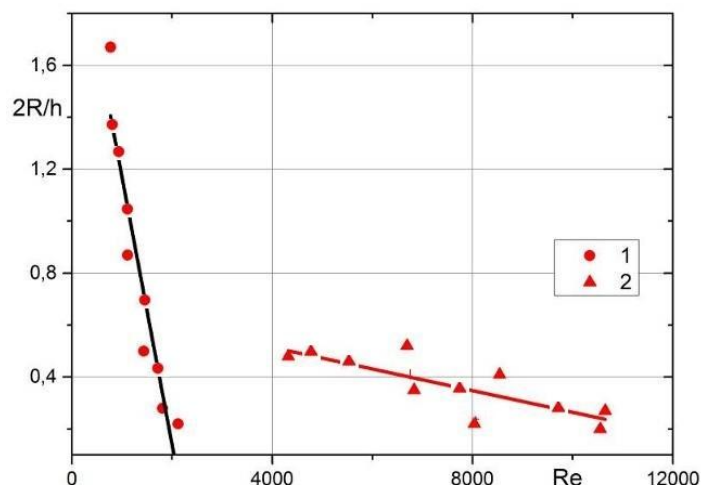


Рисунок 3.2.9 – Зависимость коэффициента остроты ξ_b масляного тела от параметров течения: 1 – подсолнечное масло; 2 – нефть

Устойчивость границы раздела воды и масляного тела и форма области контакта жидкостей у дна каверны зависят от вида маркера. При одинаковых угловых скоростях вращения диска граница вода – нефть сохраняет сплошность (рисунок 3.2.10, а), а от масляного тела в системе вода – авиационное масло начинают отделяться капли (рисунок 3.2.10, б). Вращающееся нефтяное тело сохраняется при увеличении частоты вращения диска (рисунок 3.2.10, в), в то время как в системе вода – авиационное масло на оси течения начинает формироваться инвертная эмульсия – ячейки с водой, оконтуренные угловатой масляной оболочкой.

Общая картина течения в области контакта масляного тела с воздушной каверной при различных угловых скоростях вращения диска приведена на рисунке 3.2.11. Когда слой масла покрывает всю свободную поверхность,

стенки каверны гладкие, переход масла с внутренней на внешнюю поверхность каверны происходит гладко, без особенностей (рисунок 3.2.11, *a*). С увеличением частоты вращения диска на поверхности каверны наблюдаются спиральные волны, а в области перехода маркера с внешней стороны каверны на внутреннюю формируется ступенька (рисунок 3.2.11, *б*), которая отсутствует в опытах с другими видами маркеров [80].

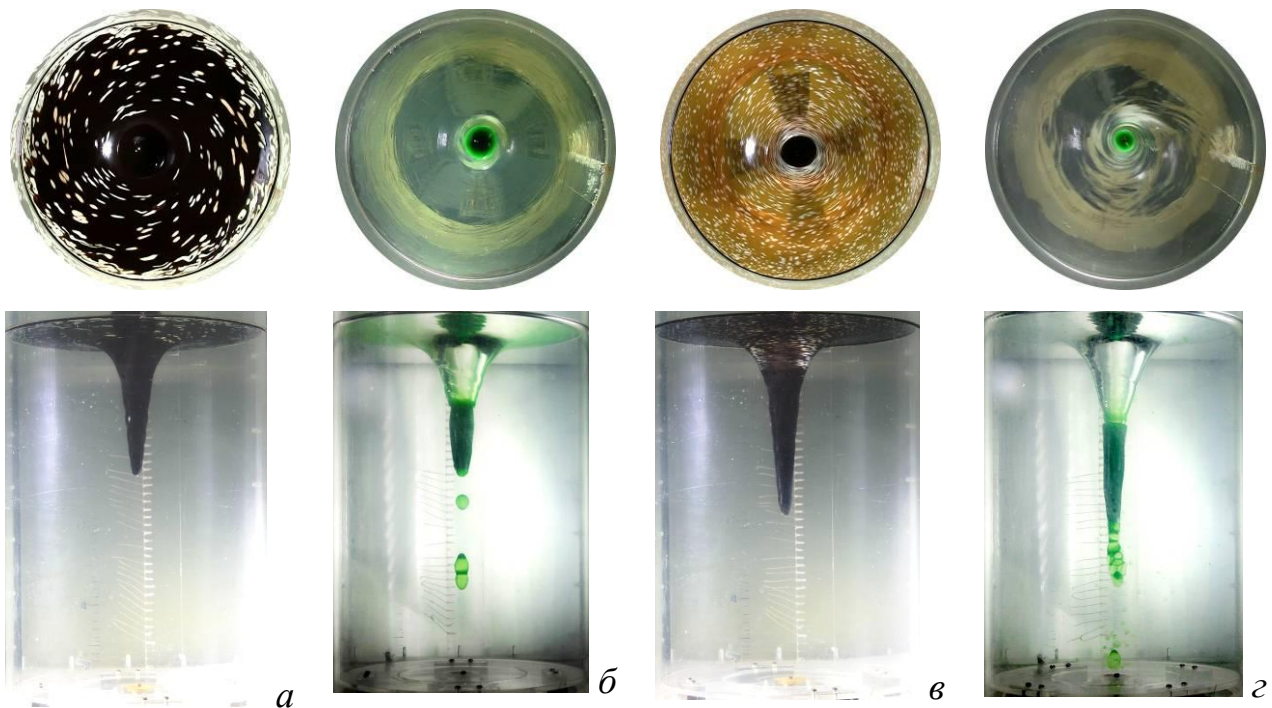


Рисунок 3.2.10 – Различные виды несмешивающегося маркера в вихревом течении при различных условиях эксперимента $H_w = 40$ см, $R_d = 7.5$ см, $V_m = 150$ мл: *a*) нефть $\Omega_d = 770$ об/мин; *б*) авиационное масло $\Omega_d = 820$ об/мин; *в*) нефть $\Omega_d = 1020$ об/мин; *г*) авиационное масло $\Omega_d = 1050$ об/мин

Отрывающиеся от нижней кромки масляного тела сферические капли объединяются в группы и частично сливаются, формируя грушевидные тела. При дальнейшем увеличении частоты вращения ступенька в области линии перехода масла с внешней на внутреннюю сторону поверхности жидкости становится более выраженной, а вместо капель прямой эмульсии на нижней

кромке тела формируются ячейки инвертной (увеличенное изображение картины течения показано на врезке справа на рисунке 3.2.11, в).

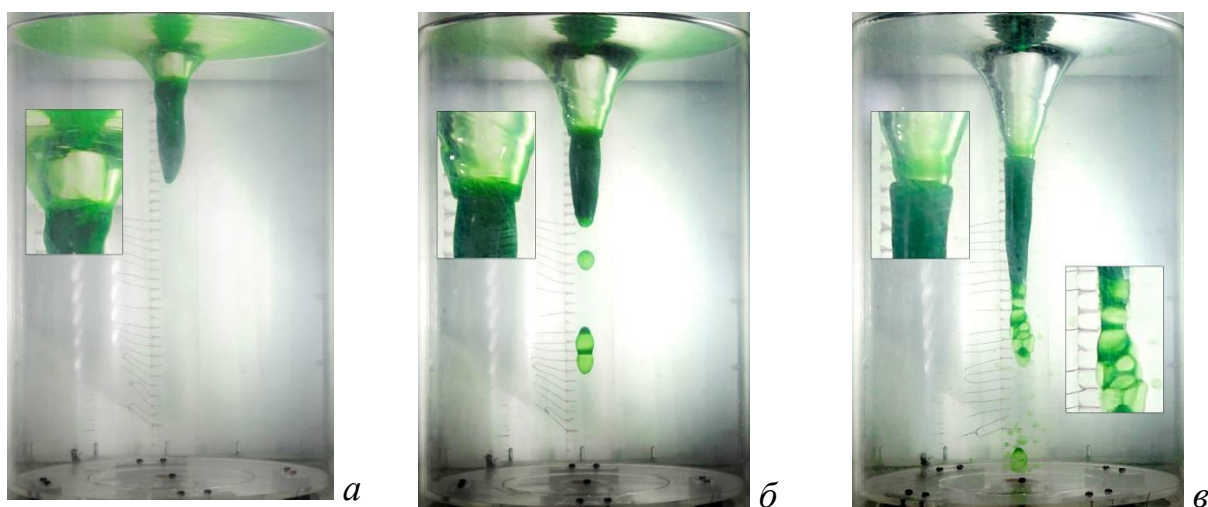


Рисунок 3.2.11 – Изменение формы масляного тела (авиационное масло) при изменении частоты вращения активатора $H_w = 40$ см, $R_d = 7.5$ см, $V_m = 150$ мл:

$a - в) \Omega_d = 670, 820, 1050$ об/мин соответственно

Размеры ячеек эмульсии составляют от 0.8 до 3.5 см. Механизмы образования таких структур будут представлены далее.

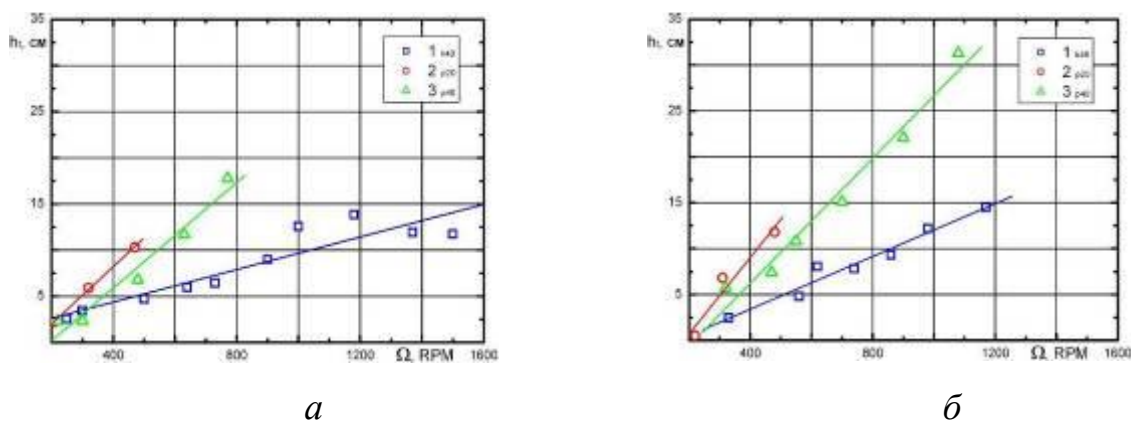


Рисунок 3.2.12 – Зависимости высоты масляного тела от частоты вращения диска-активатора ($R = 7.5$ см, 1 – касторовое масло $H = 40$ см, 2 и 3 – подсолнечное масло $H = 20, 40$ см соответственно): $a, б) - V_k = 30, 90$ мл

Сравнение размеров масляного тела в зависимости от количества и физических свойств добавленной в поток несмешивающейся примеси для различных начальных значений глубины слоя воды показывает, что увеличение вязкости маркирующей добавки ведет к уменьшению вертикального размера масляного тела h_t . Зависимости высоты масляного тела от частоты вращения диска-активатора приведены на рисунке 3.2.12.

Параметры проведенных линейных аппроксимаций по формуле $h_t = A \cdot \Omega + B$ приведены в Табл. 3.2.7.

Таблица 3.2.7.

Объем масла, V_k (мл), наименование	Глубина слоя воды, H (см)	A	B
30, подсолнечное	20	0.042 ± 0.010	-7.650 ± 3.635
30, подсолнечное	40	0.034 ± 0.003	-7.445 ± 2.080
30, касторовое	40	0.014 ± 0.001	-2.371 ± 1.029
90, подсолнечное	20	0.031 ± 0.001	-4.216 ± 0.421
90, подсолнечное	40	0.029 ± 0.003	-5.539 ± 1.778
90, касторовое	40	0.009 ± 0.001	0.846 ± 1.225

Распределение масла по поверхности составного вихря

Свободная поверхность и изменение распределения несмешивающейся примеси вдоль нее не во всех случаях служит наглядным индикатором распределения примеси. На свободной поверхности как в пресной воде, так и в воде соленостью 0.35 ‰, наблюдается трансформация пятна несмешивающейся примеси в систему спиралей. Центр такой системы располагается в середине свободной поверхности жидкости. Характерные изображения свободной поверхности приведены на рисунке 3.2.13.

Последовательные фотограммы эволюции формы пятна касторового масла поверхности каверны, образованной составным вихрем, представлены на

рисунке 3.2.14.

Дифференциальное вращение деформирует пятно в фигуру неправильной формы, из которой вытягивается толстый “спиральный рукав” толщиной около 3 мм, отделенный от пятна контактной линией на участке – “15-17 часов” (рисунок 3.2.14, *а*). Спустя короткое время, под действием сил гравитации и поверхностного натяжения вытянувшийся “рукав” практически полностью втягивается в компактное центральное пятно, на контуре которого появляются угловые точки (рисунок 3.2.14, *б*). От угловых точек отходят тонкие спиральные рукава.

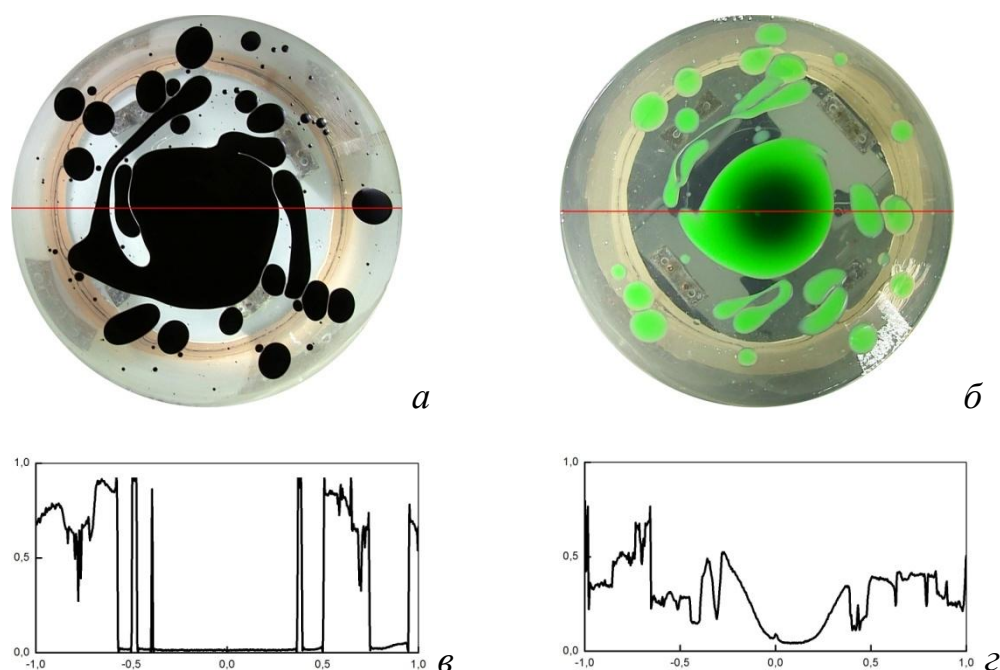
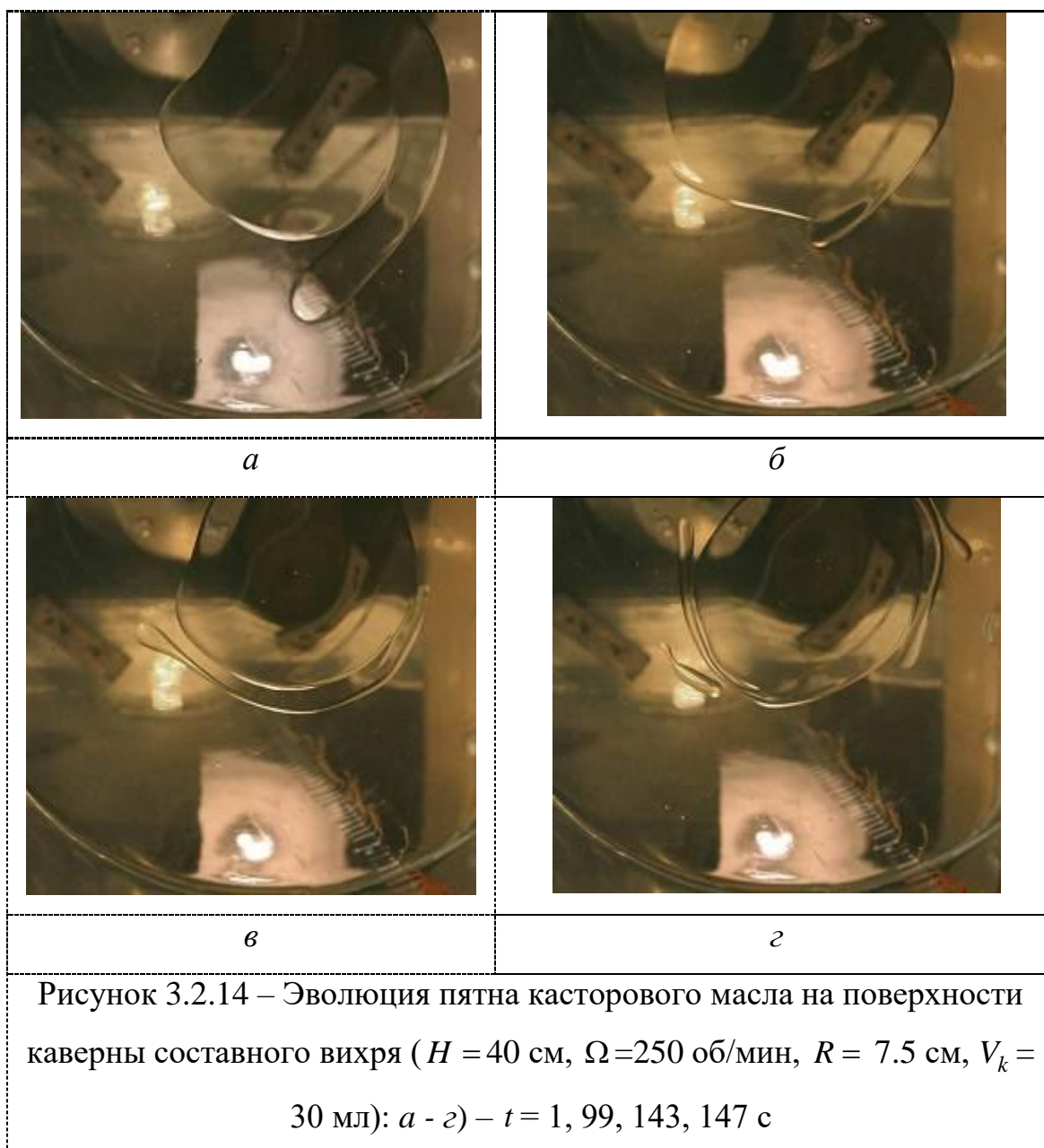


Рисунок 3.2.13 – Вид свободной поверхности с порцией несмешивающейся примеси ($H=40$ см, $R=7.5$ см, $\Omega=240$ об/мин, $V_k=50$ мл): *а*) нефть, *б*) подкрашенное авиационное масло; *в*, *г*) интенсивность освещенности участков изображения вдоль диаметра на фото *а* и *б* соответственно

Процесс образования угловых точек и формирования тонких спиральных рукавов идет практически непрерывно. Жидкость на передней кромке огибающего тонкого рукава неправильной формы стягивается в вытянутую каплю (рисунок 3.2.14, *в*), положение на “8 часов”, длина капли около 16 см.

Одновременно из других угловых точек центрального пятна растут новые рукава, на рисунке 3.2.14, *г* можно видеть формирование четырехзаходной спирали. Важно подчеркнуть, что между центральным пятном и рукавами остаются тонкие полосы чистой воды. От передней кромки рукавов отделяются капли, число которых со временем увеличивается. Остатки рукавов образуют «спиральный узор» на поверхности каверны составного вихря.



На поверхности вращающейся жидкости с добавлением небольшого количества подсолнечного масла (30 мл) центральное ядро – верхняя поверхность масляного тела и прилегающая сплошная масляная пленка –

окружено системой капель, вытянутых в тангенциальном направлении (рисунок 3.2.15, *a*). Контур пленки вытянут в направлении на “10 – 4” часа, его максимальный размер составляет 5.15 см, минимальный – 4.88 см.

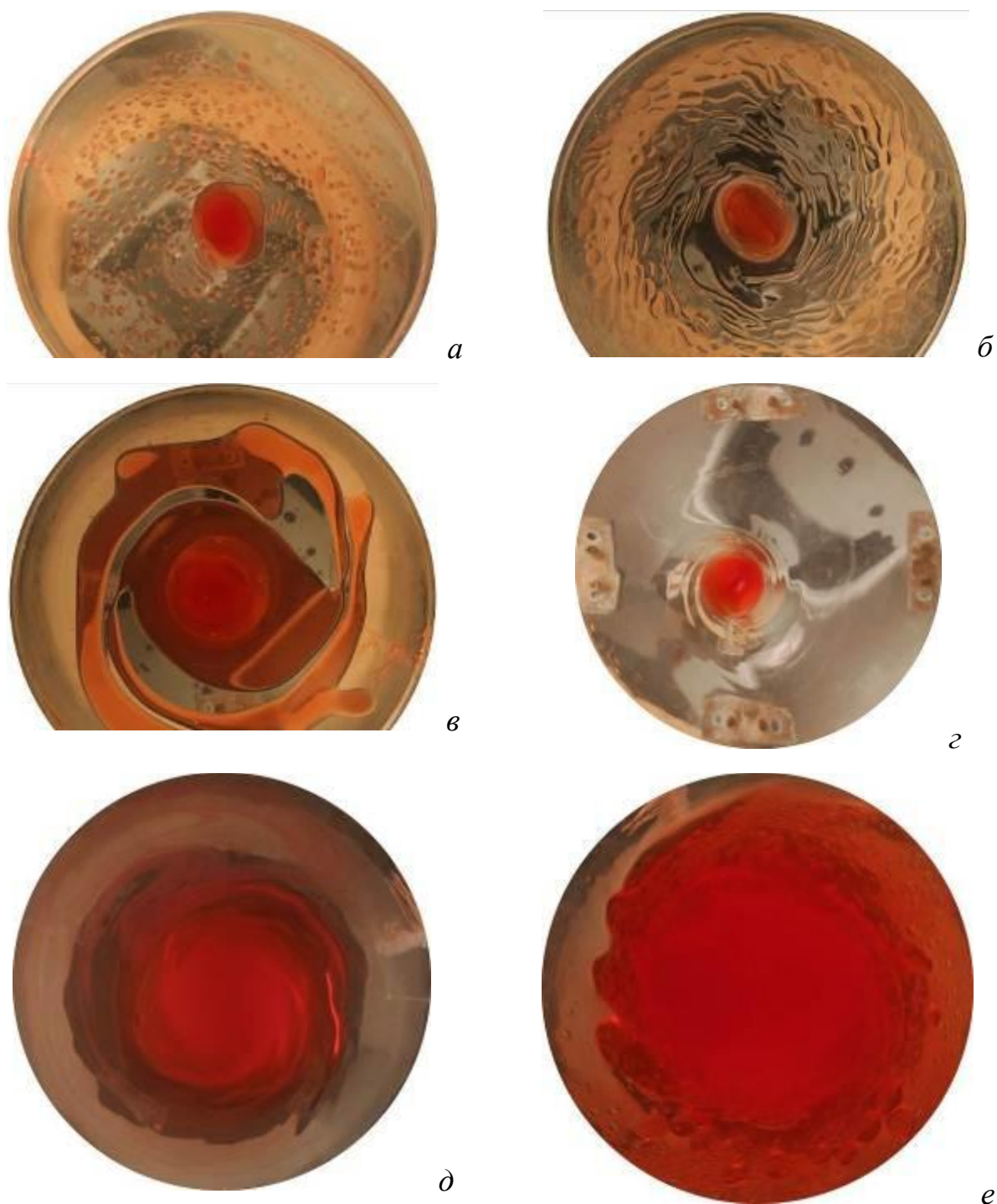


Рисунок 3.2.15 – Свободная поверхность составного вихря ($R = 7.5$ см, $H = 40$ см): *a - в*) – $\Omega = 310, 320, 260$ об/мин, $V_k = 30, 90, 150$ мл, *г*) – $\Omega = 470$ об/мин, $V_k = 30$ мл; *д*) $V_k = 1000$ мл, $\Omega = 550$ об/мин; *е*) – $V_k = 2000$ мл, $\Omega = 720$ об/мин

С увеличением угловой скорости вращения диска большая часть масла на свободной поверхности оказывается сосредоточенной в центральной части, внешняя кромка масляной пленки имеет грушевидную форму, ориентированную заострением вниз, максимальный размер составляет 3.82 см, минимальный – 3.73 см (рисунок 3.2.15, б). Ядро окружено отрезками шести спиральных рукавов, отделенными от центрального пятна полосами чистой воды. Как и в случае со смешивающейся примесью направления развития спиральных рукавов и основного вращения свободной поверхности противоположны.

С увеличением количества масла внешний контур центрального пятна теряет регулярную форму, на нем образуются отдельные выступы, заострения, неровности, порождающие протяженные спиральные рукава, некоторые из них отрываются от центральной пленки и существуют в виде отдельных нитевидных структур спиральной формы (рисунок 3.2.15, в). Рукава могут расщепляться и разрываться, неравномерно заполняя периферию течения.

С увеличением угловой скорости вращения диска большая часть масла на свободной поверхности оказывается сосредоточенной в центральной части, внешняя кромка масляной пленки имеет грушевидную форму, ориентированную заострением вниз, максимальный размер составляет 3.82 см, минимальный – 3.73 см (рисунок 3.2.15, г).

Для изучения структурной устойчивости распределения несмешивающейся примеси на поверхности и в толще составного вихря проведена серия экспериментов с радиусом диска $R=5.0$ см. В этом случае форма спиральных рукавов, их количество и размеры также изменяются в зависимости от частоты вращения активатора.

При средних частотах вращения диска ($\Omega=750$ об/мин) край масляного пятна на поверхности раздела воздух-жидкость имеет нерегулярную форму. От края основного пятна отделяются широкие спиральные рукава (поперечный размер от 1.0 до 2.5 см), удлиняющиеся в направлении противоположном основному течению, и частично примыкающие обратно к центральному пятну

(рисунок 3.2.16, *а*). Увеличение частоты вращения активатора до 1370 об/мин ведет к уменьшению ширины масляных рукавов (поперечный размер от 0.5 до 1.5 см) и возрастанию количества витков спирали вокруг центра. От крайних точек спиральных рукавов интенсивно отделяются капли масла, различной формы (рисунок 3.2.16, *б*).

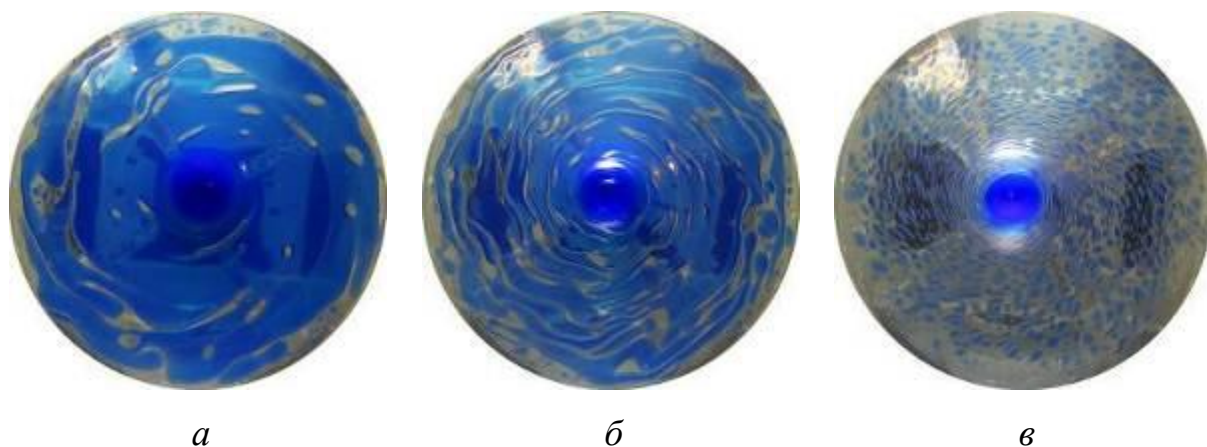


Рисунок 3.2.16 – Формы поверхностного пятна ($R = 5.0$ см, $H = 40$ см, $V_k = 150$ мл): *а – в*) $\Omega = 750, 1370, 1470$ об/мин

Более интенсивное течение, в данном случае при частоте вращения $\Omega = 1470$ об/мин (рисунок 3.2.16, *в*), приводит к разбиению периферических частей спиральных рукавов на отдельные капли, имеющих в основном вытянутую форму, и истончению прилегающих к центральному пятну коротких спиральных рукавов. Размеры масляных капель составляют от 0.3 до 0.9 см, диаметр центрального пятна – 4.4 см. Между спиральными рукавами, отдельными каплями и центральным пятном располагаются участки чистой поверхности воды.

Основная масса экспериментов была проведена с добавлением несмешивающейся примеси на покоящуюся поверхность воды, перед началом формирования вихря. Для изучения структурной устойчивости процесса переноса нерастворимой примеси проводились дополнительные серии экспериментов с изменением условий введения маркера в поток, а именно –

маркирующая примесь аналогичного объема вводилась на поверхность установившегося вихревого течения тонкой струей. Проведенные эксперименты по исследованию распределения несмешивающейся примеси объемом $V_k = 30$ мл, вводимой в покоящуюся и вращающуюся жидкость при частоте вращения активатора $\Omega = 770$ об/мин не выявили существенных отличий в картине распространения примеси.

Во всех предыдущих опытах в качестве рабочей жидкости использовалась водопроводная дегазированная вода, представляет интерес повторение этих же экспериментов в соленой воде с целью выявить различия в процессе переноса вещества в рабочей жидкости с различной соленостью.

В экспериментах с пресной водой, при добавлении на поверхность нефти формируется масляное тело, которое на высоких частотах вращения активатора погружено полностью в вихрь, свободная поверхность не занята даже каплями примеси (рисунок 3.2.17).

В опыте с соленой водой (соленость составляет 0.33 ‰) на тех же частотах граница раздела чистая вода - масляное тело наблюдается четче. Полное очищение свободной поверхности происходит на частотах значительно меньших, чем в чистой воде (рисунок 3.2.18).

Наблюдение масляного тела и всех его границ в опытах с нефтью затруднено: она имеет слишком высокую оптическую плотность, свет плохо проникает даже через тонкий слой.

Для размеров поверхностной каверны и масляного тела в центре построены зависимости от скорости вращения активатора, которые интерполируются линейными функциями вида $h_i = A\Omega + B$, входящие в них коэффициенты приведены в Таблице 3.2.8.

Прослеживается четкая тенденция к уменьшению вертикальных размеров масляного тела при уменьшении плотности и коэффициента поверхностного натяжения добавленной в поток примеси, что подтверждается полученными аппроксимациями.

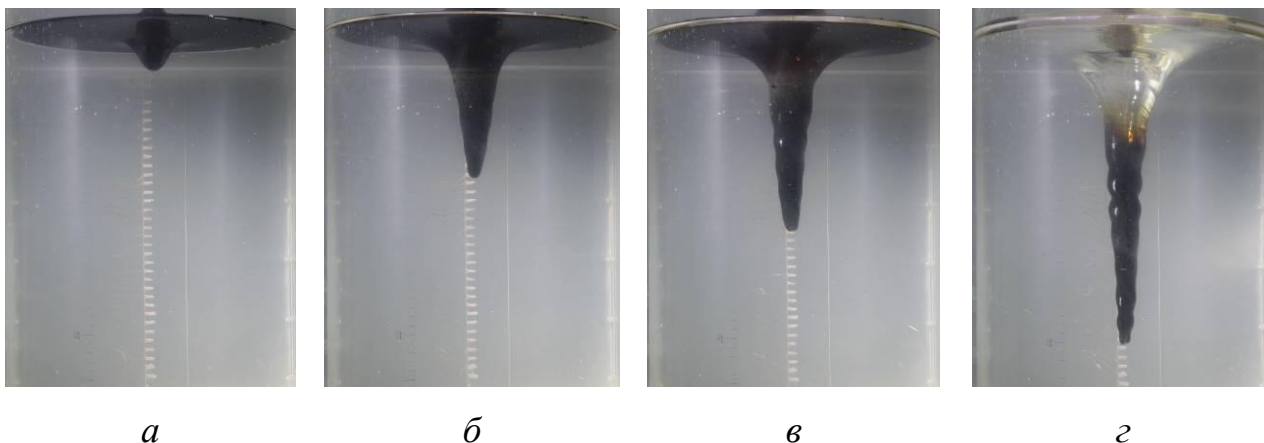
*a**б**в**г*

Рисунок 3.2.17 – Формы осевого сечения поверхности жидкости на различных частотах в пресной воде ($R=7.5$ см, $H=40$ см, $V_k=100$ мл):

a) $\Omega=430$ об/мин, *б)* $\Omega=666$ об/мин, *в)* $\Omega=850$ об/мин, *г)* $\Omega=1050$ об/мин

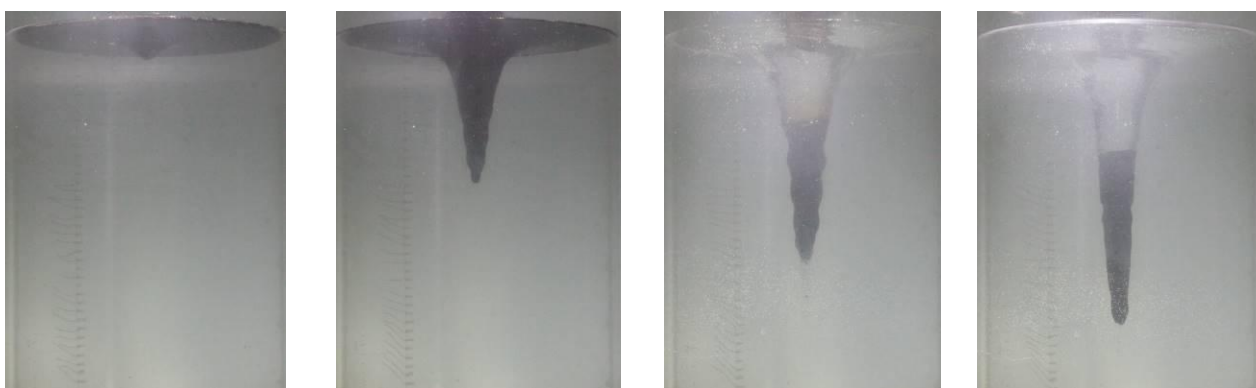
*a**б**в**г*

Рисунок 3.2.18 – Формы осевого сечения поверхности жидкости на различных частотах в соленой воде ($R=7.5$ см, $H=40$ см, $V_k=150$ мл):

a) $\Omega=430$ об/мин, *б)* $\Omega=680$ об/мин, *в)* $\Omega=800$ об/мин, *г)* $\Omega=1060$ об/мин

Глубины прогиба поверхности воздух-жидкость и проникновения скопления легкой примеси приведены в Таблице 3.2.9. На больших частотах вращения диска-активатора ($\Omega=1370$ об/мин) в чистой глубокой жидкости ($H=40$ см, $R=7.5$ см) образуется каверна, глубина которой составляет $h=29$ см.

	А	В
Масло	2.63 ± 0.33	-11.56 ± 3.25
Нефть	4.47 ± 0.41	-15.11 ± 3.25
Нефть в соленой воде	3.66 ± 0.64	-1.82 ± 1.24

Таблица 3.2.8 – Коэффициенты при линейной аппроксимации результатов эксперимента

Ω , об/мин	V_k , мл	h , см	h_t , см
550	150	3,66	3,66
720		6,6	6,6
930		10,47	10,47
1170		18,51	18,51
1370		23,34	26,64
430	100	4,02	4,02
666		15,63	15,63
850		20,49	20,49
1050		26,58	32,64
220	100	2,97	2,97
430		15,12	15,12
680		16,83	25,74
800		19,34	31,29
1060		15,62	32,55

Таблица 3.2.9 – Глубины прогиба поверхности воздух-жидкость и проникновения скопления легкой несмешивающейся примеси при различных значениях частоты вращения диска-активатора

При добавлении 150 мл подсолнечного масла, большая часть примеси оказывается сосредоточенной внутри центральной области, ограниченной

сверху поверхностью вращения глубиной $h_k = 3,3$ см, то есть, меньшей, чем глубина каверны в чистой жидкости, высота масляного тела составляет $h = 23,34$ см. Хотя поверхность воды покрыта пленкой масла, линия контакта масляного тела с поверхностью воды идентифицируется достаточно четко.

Ход линейных аппроксимаций (коэффициенты в табл. 3.2.8 и 3.2.9) и точки, ограничивающие центральные сечения масляного тела, приведены на рисунке 3.1.19.

При сравнении коэффициентов аппроксимаций отмечается сложная зависимость от объема несмешивающейся примеси, что ярко иллюстрируется изображениями картин течения (рисунок 3.2.19 - 3.2.20).

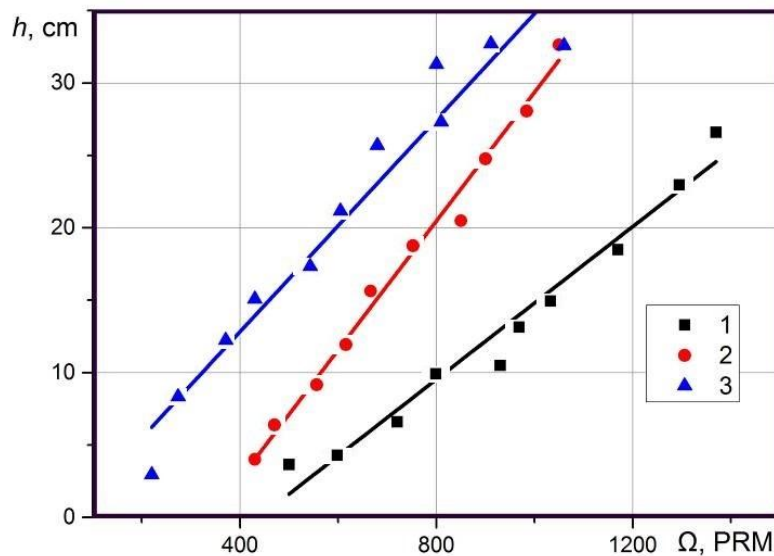
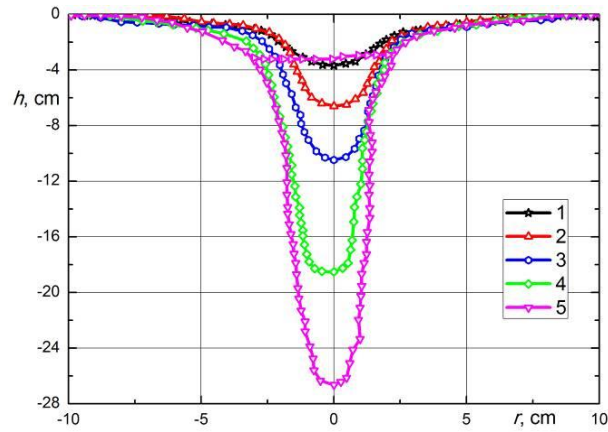


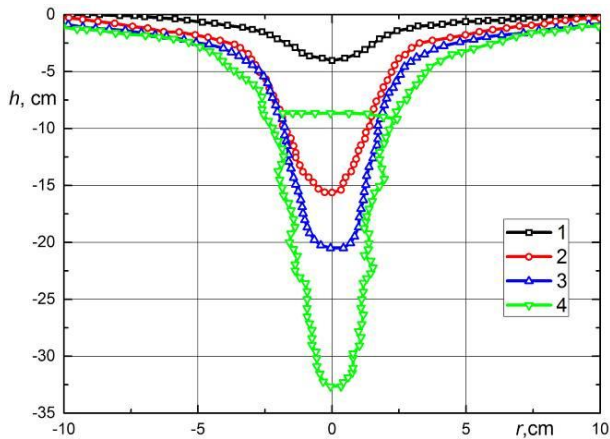
Рисунок 3.2.19 – Зависимость глубины от частоты вращения активатора

($H = 40$ см, $R = 7.5$ см): линия 1 – масло $V_k = 150$ мл, $h = h_t$; 2 – нефть

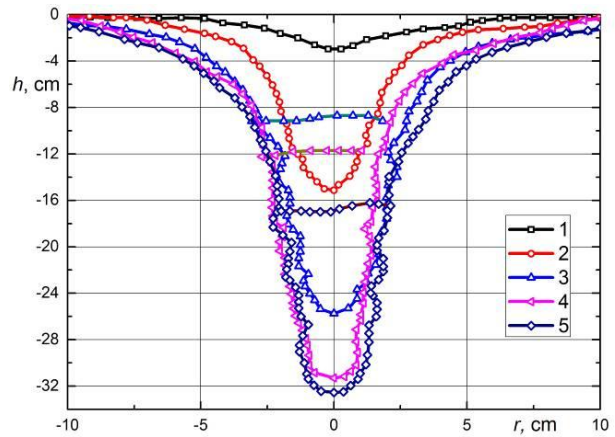
$V_k = 150$ мл, h ; 3 – нефть в соленой воде $V_k = 150$ мл, h_t



а



б



в

Рисунок 3.2.20 – Центральные сечения каверны составного вихря: а) ($R=7.5$ см, $H=40$ см, $V_k=150$ мл) 1 – граница масло-вода $\Omega = 500$ об/мин, 2 – граница масло-вода $\Omega = 720$ об/мин, 3 – граница масло-вода $\Omega = 930$ об/мин, 4 – граница масло-вода $\Omega = 1170$ об/мин, 5 – граница масло-вода $\Omega = 1370$ об/мин; б) ($R=7.5$ см, $H=40$ см, $V_k=100$ мл) 1 – граница нефть-вода $\Omega = 430$ об/мин, 2 – граница нефть-вода $\Omega = 666$ об/мин, 3 – граница нефть-вода $\Omega = 850$ об/мин, 4 – граница нефть-вода $\Omega = 1050$ об/мин; в) вихря ($R=7.5$ см, $H=40$ см, $V_k=100$ мл): 1 – граница нефть-вода $\Omega = 220$ об/мин, 2 – граница нефть-вода $\Omega = 430$ об/мин, 3 – граница нефть-вода $\Omega = 680$ об/мин, 4 – граница нефть-вода $\Omega = 800$ об/мин, 5 – граница нефть-вода $\Omega = 1060$ об/мин

3.3 Методика сравнения данных и построения аппроксимирующих кривых

Согласованность аналитических зависимостей для форм поверхностей границ раздела фаз определяется возможностью удовлетворительной аппроксимации экспериментально зафиксированных поверхностей при помощи аналитических выражений. Аппроксимирующие коэффициенты подбираются методом наименьших квадратов путем минимизации функционала

$$\Phi = \sum_{r_i} \left(\left(ar_i^2 + b - y_i \right) \Big|_{r_i \leq R_c} + \left(c + \frac{d}{r_i^2} - y_i \right) \Big|_{r_i > R_c} \right)^2 \quad (3.3.1)$$

записанного для поверхности $z = \eta(r)$, где

$$\begin{aligned} a &= \frac{A_0^2}{2g} \\ b &= H - \frac{(\alpha^2 - 1)A_0^2 R_c^4}{2gR_0^2} - \frac{A_0^2 R_c^2}{g} \\ c &= -\frac{A_0^2 R_c^4}{2g}, \\ d &= H - \frac{(\alpha^2 - 1)A_0^2 R_c^4}{2gR_0^2} \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

Поскольку в каждом из членов суммы одна из компонент равна нулю, функционал преобразуется к виду

$$\Phi = \sum_{r_i \leq R_c} (ar_i^2 + b - y_i)^2 + \sum_{r_i > R_c} \left(c + \frac{d}{r_i^2} - y_i \right)^2 \quad (3.3.3)$$

Параметры c и d могут быть выражены через a, b и R_c , что приводит функционал к виду

$$\Phi = \sum_{r_i \leq R_c} (ar_i^2 + b - y_i)^2 + \sum_{r_i > R_c} \left(aR_c^2 \left(2 - \frac{R_c^2}{r_i^2} \right) + b - y_i \right)^2 \quad (3.3.4)$$

где R_c – радиус твердотельного вращения, r_i – радиальная координата измеренной точки, y_i – её вертикальная координата [78].

Для поверхностей $z = \theta(r)$ и $z = \zeta(r)$ функционал имеет тот же самый вид, отличаются только выражения для a и b через физические параметры.

В полученном функционале присутствуют три неизвестных параметра: a, b и R_c , причём параметр R_c не только влияет напрямую на абсолютное значение второй суммы в (3.3.4), но и определяет количество суммируемых величин в каждой сумме. По этой причине минимум предложенного функционала ищется следующим образом. Сначала записываются условия равенства нулю производных Φ'_a и Φ'_b :

$$\begin{aligned}
 a \left(\sum_{r_i \leq R_c} r_i^4 + R_c^4 \sum_{r_i > R_c} \left(2 - \frac{R_c^2}{r_i^2} \right)^2 \right) + b \left(\sum_{r_i \leq R_c} r_i^2 + R_c^2 \sum_{r_i > R_c} \left(2 - \frac{R_c^2}{r_i^2} \right) \right) = \\
 = \sum_{r_i \leq R_c} y_i r_i^2 + R_c^2 \sum_{r_i > R_c} y_i \left(2 - \frac{R_c^2}{r_i^2} \right) \quad (3.3.5) \\
 a \left(\sum_{r_i \leq R_c} r_i^2 + R_c^2 \sum_{r_i > R_c} \left(2 - \frac{R_c^2}{r_i^2} \right) \right) + N b = \sum_{i=1}^N y_i
 \end{aligned}$$

где N – количество измерительных точек.

Затем система (3.3.5) аналитически разрешается относительно a и b , которые оказываются выраженными через экспериментальные данные и неизвестный параметр R_c . После чего эти величины подставляются (в аналитическом виде) в функционал (3.3.4), который оказывается функцией лишь одного параметра R_c . И, наконец, численным варьированием R_c достигается минимум функционала. Параметры a и b вычисляются после определения значения величины R_c . Расчет проводится отдельно для формы границы раздела «масло – воздух» и полной границы «вода – воздух, масло». Вычисленные величины a, b и R_c обозначаются символами a_o, b_o и R_c^o для масла и a_w, b_w и R_c^w для воды.

Здесь необходимо отметить важную особенность вычисления коэффициентов функционала (3.3.3). Так как расчёты проводятся для каждой из поверхностей в отдельности, то соответствие результатов реальному

физическому течению достигалось тем, что налагались дополнительные требования. Во-первых, вычисленные значения радиуса твердотельного вращения R_c для различных областей должны совпадать в пределах относительной погрешности не более 10 %. Во-вторых, значения коэффициентов a и b должны обеспечивать соответствие аналитическим соотношениям (3.3.1). Это означает, например, что в выражении для поверхности $\eta(r)$ отношение второго члена к коэффициенту при r^2 определяется величиной $2\alpha^2 R_c^2 + (1 - \alpha^2)R_o^2$ (величина H известна заранее, а R_o с достаточной точностью определяется экспериментально). Данное условие относится и к поверхностям $\theta(r)$, $\zeta(r)$ из (3.1.21).

Для получения удовлетворительных результатов было необходимо осуществить измерение координат достаточного количества точек. Использовался кадр с фотокамеры и инструменты для компьютерного анализа изображения. Зная физические размеры рабочего объема и соответствующие им размеры в пикселях, вычислялись вертикальный и горизонтальный масштабирующие коэффициенты для преобразования координат.

Было создано приложение для платформы .NET, позволяющее загружать точечное изображение и фиксировать при помощи «мыши» координаты в виде списка. Такая реализация многократно ускоряет процесс измерения координат ключевых точек по сравнению со способом, когда координаты точек определяются при помощи строки состояния графического редактора (*MS Paint*, *Adobe Photoshop*) вручную.

Было создано приложение, реализующее поиск минимумы функционала в соответствии с описанной методикой. Система (3.3.5) разрешалась относительно a и b при всех значениях параметра R_c , варьирувавшегoся с шагом 0.01 см. Такой шаг варьирования с большим запасом перекрывает погрешности определения координат точек, возникающих как при визуальном их определении с изображения, так и флуктуаций границы раздела фаз при проведении эксперимента, т.е. в «сырых» исходных данных. Для каждого

решения данной системы вычислялось значение функционала Φ . Несмотря на то, что от параметра R_c зависит количество суммируемых координат в системе (3.3.5), значение функционала Φ менялось плавно, что соответствует физическому смыслу рассматриваемого явления. Значение R_c , соответствующее минимальному значению Φ из списка решений есть радиус твердотельного вращения. Параметр R_c для каждого эксперимента определялся дважды – используя набор точек, лежащих на границе вода-масло, вода-воздух и набор точек, лежащих на границе масло-воздух.

В эксперименте с порцией масла объемом 150 мл на поверхности составного вихревого течения при глубине жидкости 40 см и индукторе радиуса 7,5 см изменение формы границ раздела фаз можно проследить четко в широком диапазоне частот вращения диска-индуктора (рисунок 3.3.1).

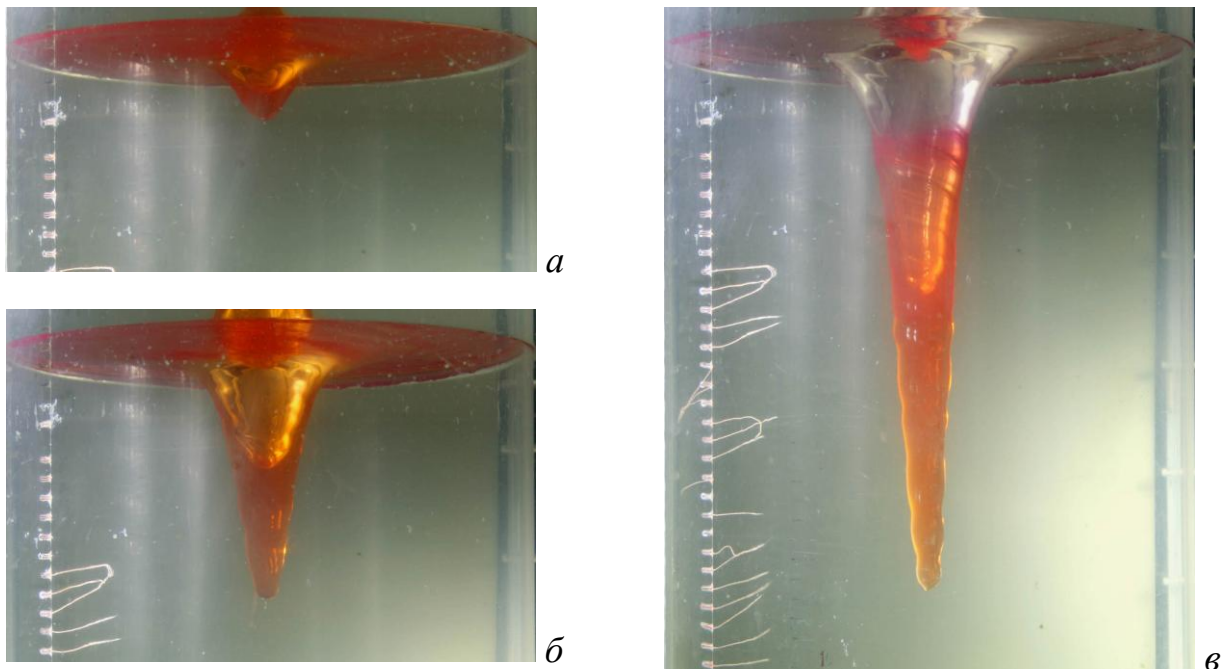


Рисунок 3.3.1 – Составной вихрь с порцией подкрашенного подсолнечного масла на свободной поверхности ($H = 40$ см, $R = 7.5$ см, $V_k = 150$ мл):

а) $\Omega = 600$ об/мин, б) $\Omega = 1000$ об/мин, в) $\Omega = 1400$ об/мин

При различных параметрах эксперимента были выбраны кадры, соответствующие установившемуся режиму течения, после чего при помощи

созданного приложения были произведены выборки точек. Наложение выбранных точек на изображения картин течения показано на рисунке 3.3.2. Аппроксимирующие кривые, построенные для границы масло-воздух с использованием параметров a_o, b_o, R_c^o , и полной границы вода-воздух и вода-масло с использованием параметров a_w, b_w, R_w^o , наложенные на изображения показаны на рисунке 3.3.2. Рассчитанные значения параметров представлены в Таблице 3.3.1.

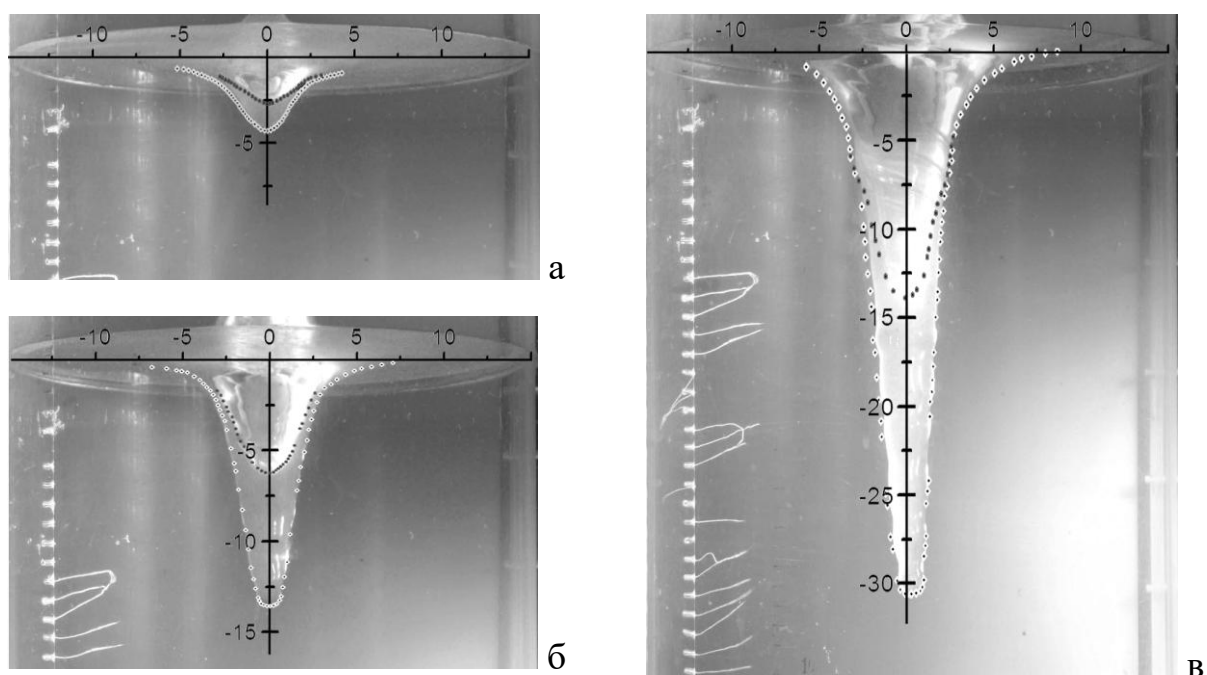


Рисунок 3.3.2 – Составной вихрь с порцией подкрашенного подсолнечного масла на свободной поверхности и наложенными точками (параметры эксперимента см. рисунок 3.3.1): а) $\Omega = 600$ об/мин, б) $\Omega = 1000$ об/мин, в) $\Omega = 1400$ об/мин

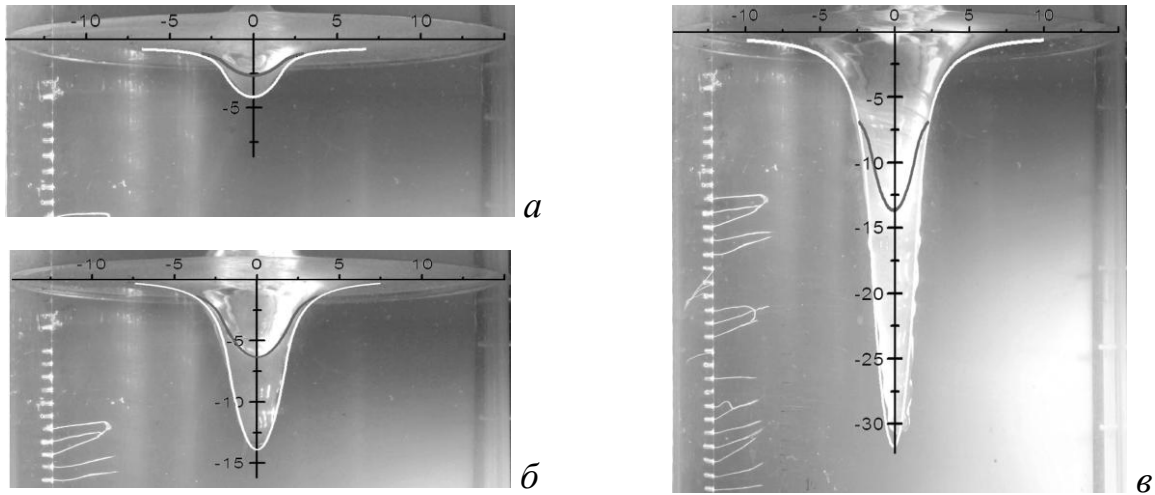


Рисунок 3.4.3 – Рассчитанные аппроксимирующие кривые с коэффициентами: а) $a_w = 0.57 \text{ см}^{-1}$, $b_w = -4.06 \text{ см}$ $R_c^w = 1.76 \text{ см}$, $a_o = 0.30 \text{ см}^{-1}$, $b_o = -2.50 \text{ см}$ $R_c^o = 1.75 \text{ см}$; б) $a_w = 2.31 \text{ см}^{-1}$, $b_w = -14.26 \text{ см}$ $R_c^w = 1.74 \text{ см}$, $a_o = 0.69 \text{ см}^{-1}$, $b_o = -6.69 \text{ см}$ $R_c^o = 2.07 \text{ см}$; в) $a_w = 6.96 \text{ см}^{-1}$, $b_w = -30.87 \text{ см}$ $R_c^w = 1.46 \text{ см}$, $a_o = 1.98 \text{ см}^{-1}$, $b_o = -13.65 \text{ см}$ $R_c^o = 1.41 \text{ см}$

Частота вращения индуктора Ω , об/мин	Граница	Параметр		
		a	b	R_c
600	Вода-масло, воздух	0,57	-4,06	1,76
	Масло-воздух	0,30	-2,51	1,75
820	Вода-масло, воздух	1,46	-8,78	1,69
	Масло-воздух	0,48	-4,11	1,84
1000	Вода-масло, воздух	2,31	-14,26	1,74
	Масло-воздух	0,69	-6,69	2,07
1200	Вода-масло, воздух	2,83	-23,89	2,09
	Масло-воздух	1,82	-10,30	1,9
1400	Вода-масло, воздух	6,96	-30,87	1,46
	Масло-воздух	1,98	-13,65	1,41

Таблица 3.3.1 – Коэффициенты аппроксимирующих кривых для эксперимента при $H = 40 \text{ см}$, $R = 7,5 \text{ см}$, $V_k = 150 \text{ мл}$

Кинетическая энергия вихря, возникающего в экспериментальной установке, сосредоточена главным образом в его вращении вокруг вертикальной оси, что учитывалось при получении аналитических зависимостей форм границ раздела фаз, выполненное в приближении отсутствия пограничных слоев и вертикальных потоков в объеме течения, ввиду значительно меньшего вклада этих течений в суммарную энергию вихря. Совпадение рассчитанных значений R_c^w и R_c^o , наряду с хорошим согласованием построенных аппроксимирующих кривых и зарегистрированных в эксперименте форм границ раздела фаз свидетельствует в пользу применимости предложенного представления формы границ раздела фаз [56].

3.4 Формы частичного распада масляного тела в составном вихре, образование прямых и обратных эмульсий

Жидкости в природных условиях и в промышленных установках обычно многокомпонентные, содержащие взвешенные частицы и растворенные газы, которые могут образовывать пузырьки. В поле массовых сил сложные жидкости расслаиваются. Возникающая стратификация, даже слабая, существенно влияет на динамику и структуру течений [81]. Картины течения усложняются, когда в жидкостях существуют резкие поверхности раздела. Интерес к изучению динамики многофазных и многокомпонентных сред стимулируется проблемами экологии и в условиях роста объема производства и транспортировки инертных, а также химически и биологически активных веществ. Научный и практический интерес представляет исследование процессов распада контактных поверхностей в вихревых течениях. Способность смесей жидкостей к фрагментации, образованию эмульсий и пен используется в одних промышленных технологиях и является нежелательным фактором в других [82].

Цель данного параграфа – исследование устойчивости поверхности раздела вода – масло в составном вихре, определение характерных форм и условий перестройки режимов течения.

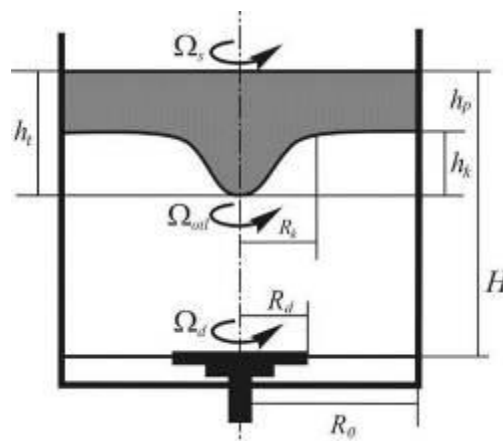
Опыты проводились с двухслойной жидкостью – подстилающей водой и несмешивающимся более легким маркером. Глубина слоя воды составляла $H_w = 10 \div 60$ см, толщина слоя маркера H_m определяемая его объемом составляла от 2 мм до 15 см.

Перед началом эксперимента контейнер заполнялся водой (высота слоя H_w), поверх которой наливался слой масла высотой H_o , покрывающий поверхность воды при всех режимах течения. В опытах объем масла составлял $V_o = 1$ или 2 литра, высота слоя – $H_o = 2.5$ и 4.9 см соответственно.

При вращении диска жидкости вовлекаются в вихревое течение, которое изменяет форму контактной и свободной поверхностей. Фотография установившегося вихревого течения с большим количеством масла ($V_o > 1000$ мл, длительность раскрутки – 20 мин) и его схема приведены на рисунке 3.4.1.



а



б

Рисунок 3.4.1 – Составной вихрь с порцией подсолнечного масла ($V_o = 2000$ мл, $H_w = 40$ см, $R_d = 7.5$ см, $\Omega_d = 220$ об/мин): а, б) – фотография (вид сбоку через поверхность раздела жидкость - воздух) и схема течения

При умеренных угловых скоростях вращения поверхность масло – воздух имеет гладкую форму с небольшим прогибом в центре (рисунок 3.4.1, *а*). Поверхность масло – вода имеет более сложную форму, к ней примыкает центральное масляное тело – заполненная маслом каверна, существующая в однородной жидкости при близких параметрах эксперимента [80]. Наблюдения показали, что каждый из слоев вращается с собственной угловой скоростью относительно вертикальной оси. Параметры геометрии течения приведены на схеме, представленной на рисунке 3.4.1, *б*.

Форма каверны, которая заметно меняется при добавлении масла, зависит от параметров течения и количества примеси. В чистой воде при $\Omega_d = 500$ об/мин образуется каверна, сечение которой близко к классической параболе вихря Рэнкина ($h = A_1 r^{B_1}$, $A_1 = 0.26 \pm 0.06$, $B_1 = 1.91 \pm 0.12$, начало координат помещается на нижний полюс каверны) (рисунок 3.4.2, *а*). На поверхности жидкости наблюдается семейство спиральных волн.

Добавление небольшого количества масла ($V_o = 30$ мл) приводит к увеличению глубины каверны до 15.2 см и изменению ее формы (рисунок 3.4.2, *б*). Масло собирается в узкое тело в окрестности оси вращения $h = A_2 r^{B_2}$ ($A_2 = 1.09 \pm 0.49$, $B_2 = 2.55 \pm 0.07$) во всех случаях аппроксимации контура масляного тела начало координат помещается на нижний полюс), его боковая поверхность искажена крупномасштабными волнами (рисунок 3.4.2, *б*). Часть масла остается на свободной поверхности, где системы капель собираются в спиральные рукава.

При раскрутке в двухслойной жидкости ($V_o = 2000$ мл подсолнечного масла, $H_o = 4.9$ см) часть легкой примеси затягивается в воду, где формирует масляное тело вращения ($h = A_3 r^{B_3}$, $A_3 = 3.44 \pm 0.54$, $B_3 = 7.48 \pm 0.67$) (рисунок 3.4.2, *в*). Контактная поверхность масло – воздух остается гладкой при малых угловых скоростях вращения диска, с увеличением скорости вращения

на ней появляется выраженная поверхностная каверна, инерциальные и капиллярные волны.

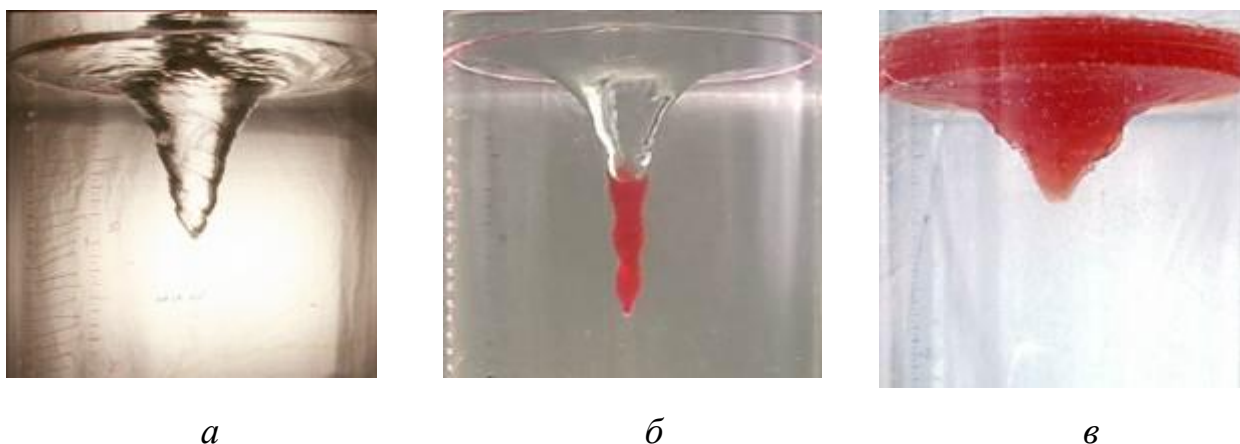


Рисунок 3.4.2 – Характерные формы контактной поверхности масло – вода в составном вихре ($H_w = 40$ см, $R_d = 7.5$ см): *а*) – чистая вода, $\Omega_d = 500$ об/мин; *б, в*) – вода и подсолнечное масло: $V_o = 30, 2000$ мл, $\Omega_d = 530, 330$ об/мин

Первоначально гладкая форма контактной поверхности вода – масло возмущается с увеличением угловой скорости вращения диска, постепенно на ней появляются мелкомасштабные спиральные волны с острыми гребнями, с которых масло срывается в толщу воды в форме отдельных капель. Одни масляные капли отделяются, а другие – остаются связанными с масляным телом тонкими перемычками (такие элементы можно видеть на рисунке 3.4.2, *в*). Постепенно нижняя поверхность масляного тела теряет целостность и оказывается покрытой отдельными каплями масла, наибольшая плотность которых наблюдается у нижнего полюса тела.

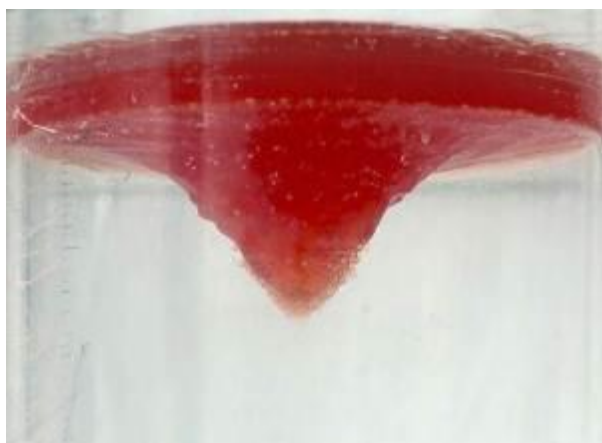
Контактная поверхность между несмешивающимися жидкостями может фрагментироваться с образованием двух типов эмульсий – прямой и инвертной [84]. Основу прямых эмульсий составляет – более полярная дисперсионная среда (обычно вода), в которой находится дисперсная фаза (масло). Пример прямой эмульсии – капли масла в воде. В обратных (инвертных) эмульсиях более полярная среда является дисперсной, распределенной в менее полярной

(масло, нефтепродукты). В данных опытах с двухслойными жидкостями наблюдались оба типа эмульсий: при малых угловых скоростях вращения диска – прямая, при больших – инвертная.

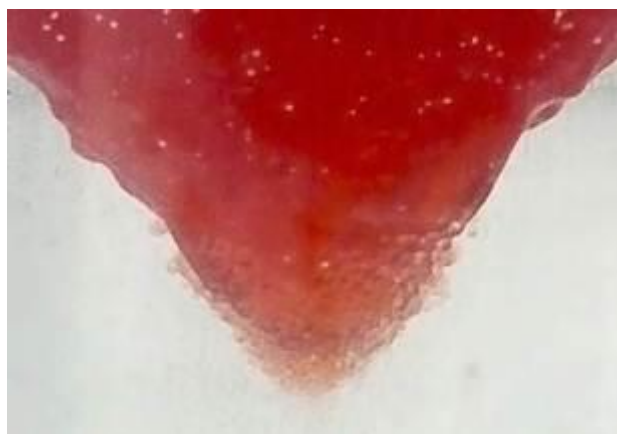
Образование прямой эмульсии

При первичной потере устойчивости на протяженной поверхности раздела масло – вода, которая формируется при добавлении большого объема несмешивающейся примеси ($V_0 = 2000$ мл, толщина слоя в покоящейся жидкости $H_o = 2.8$ см), наблюдалось образование прямой эмульсии.

Контактная поверхность подсолнечное масло-вода теряла устойчивость при умеренных скоростях вращения диска. Отдельные утолщения на гребнях поверхности масляного тела при $\Omega_d = 300$ об/мин начинали отрываться, как полностью, формируя изолированные сферические капли, так и частично, оставаясь связанными с основным масляным телом тонкими перемычками («капли на ножках» на рисунке 3.4.3, *а*). Здесь высота масляного тела в центре составляет 9.7 см, а у стенки контейнера – 0.9 см. Бугор длиной 0.8 см и высотой 0.2 см наблюдается на поверхности тела на расстоянии 0.3 см от нижнего полюса (рисунок 3.4.3, *б*).



а



б

Рисунок 3.4.3 – Накопление эмульсионных капель у нижнего полюса масляного тела ($R_d = 7.5$ см, $H_w = 40$ см, $V_o = 2000$ мл, $\Omega_d = 300$ об/мин):

а, б) полное изображение и его увеличенная часть

В увеличенном изображении нижней части масляного тела, представленном на рисунке 3.4.3, б представлен набор капель нерегулярной формы, отражающих пространственно-неоднородную картину течения в ядре вихря. Слой прямой эмульсии переменной толщины (0.6 см у нижнего полюса), составленный из отдельных капель масла диаметром 0.3 см, покрывает боковую поверхность тела на высоту около 5 см. Вся конфигурация, включающая масляное тело и примыкающие капли прямой эмульсии, вращается как единое целое.

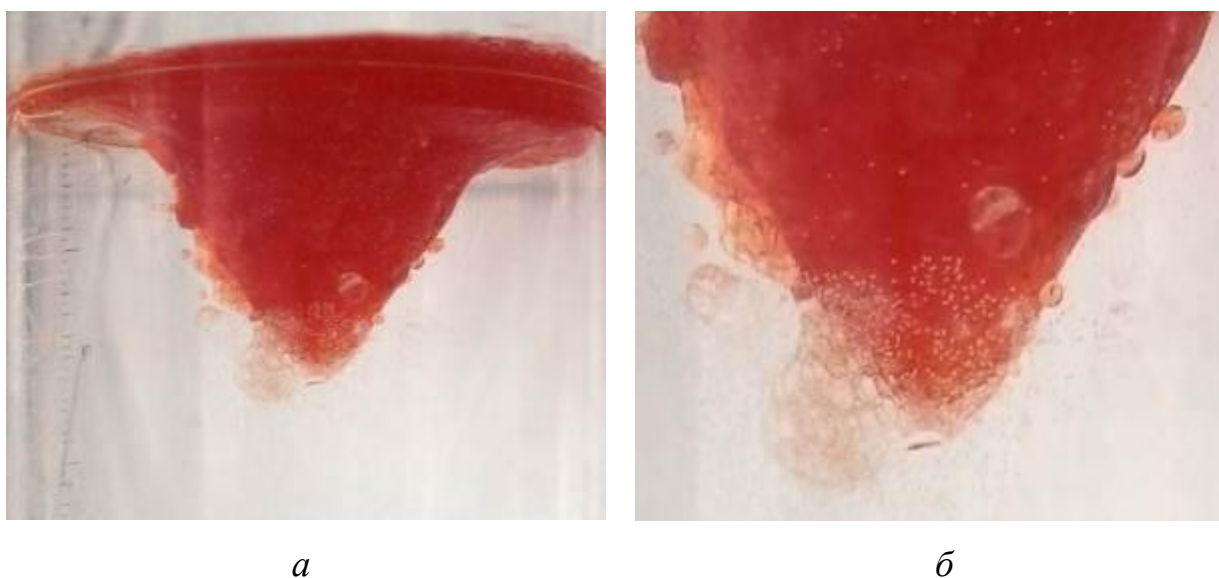


Рисунок 3.4.4 – Прямая (капли масла) и инвертная эмульсии в составном вихре ($R_d = 7.5$ см, $H_w = 40$ см, $V_o = 2000$ мл, $\Omega_d = 520$ об/мин): а, б) полное изображение и его увеличенная часть

При дальнейшем увеличении частоты вращения картина течения усложняется и помимо капель, образующих прямую эмульсию, в нижней части тела образуется пена, которая состоит из изолированных объемов воды в масляной оболочке – инвертной эмульсии (рисунок 3.4.4, а). Отдельные масляные ячейки размерами от 0.5 до 1.3 см собираются в облако высотой 12.1 см.

На гребнях волн сохраняются отдельные капли масла, неравномерно распределенные вдоль боковой поверхности тела. Отдельные капли отрываются от поверхности тела и обращаются вокруг него, удаляясь и приближаясь. Движение изолированных капель несистематизированно.

Облако пены может дробиться на клочья, составленные из угловатых ячеек размерами от 0.5 до 4.0 см, которые собираются на нижней части масляного тела (увеличенное изображение участка такого течения приведено на рисунке 3.4.4, б). Пена также собирается отдельными клочьями у вершины тела, которая сама нерегулярно прецессирует вокруг оси контейнера. Часть пены образует гладкое продолжение тела, причем на нижнем полюсе располагается сформированная масляная капля 3.4 см.

Картина течения стабилизируется с увеличением частоты вращения диска-активатора, когда большая часть масла оказывается собранной в тело. В условиях данного опыта (рисунок 3.4.4, а) боковая поверхность тела (высотой 22.8 см и поперечным размером от 12.7 см до 8.4 см на глубинах 7.5 см и 16.3 см) деформирована и покрыта крупными нерегулярными волнами и отдельными выступами и впадинами. Характерные высоты гребней составляют 0.8 см, а длина волн лежит в диапазоне от 2.1 до 7.3 см (рисунок 3.4.4, а). Контур сглаженного сечения тела аппроксимирован кривой $h = A_7 r^{B_7}$ ($A_7 = 1.41 \pm 0.26$, $B_7 = 1.38 \pm 0.11$). К нижней части масляного тела примыкает пенное облако инвертированной эмульсии, также имеющее форму тела вращения, высотой 10.1 см и шириной в области контакта с масляным телом в 2.1 см.

В картине масла на поверхности жидкости выражены тонкие спиральные рукава, ориентированные навстречу основному течению, как и в ранее выполненных экспериментах [85]. Сквозь полупрозрачное масло просматривается еще одна система спиральных рукавов, примыкающих к боковой поверхности масляного тела в толще жидкости. Полностью погруженные масляные рукава, ширина которых составляет $0.4 \div 1.6$ см,

ориентированы в направлении основного вращения жидкости (рисунок 3.4.5, б).



а



б

Рисунок 3.4.5 – Масляное тело и инвертная эмульсия в составном вихре ($H_w = 40$ см, $R_d = 7,5$ см, $V_o = 2000$ мл, $\Omega_d = 700$ об/мин):

а) – распределение масла в толще жидкости; б) – вид на масляное тело сверху

При выключении вращения диска скорость воды быстро убывает, распределение давления в жидкости выравнивается. Также уменьшаются сдвиговые напряжения на контактной поверхности вода-масло, угловая скорость вращения масляного тела падает. По мере затухания течений поверхность масляного тела сглаживается, высота выступов – уменьшается, толщина масляного слоя растёт, и, к моменту $t = 18$ с, составляет 1.8 см (рисунок 3.4.6, а). К масляному телу примыкают остатки пенного облака

высотой 11.9 см и шириной 4.8 см в области контакта с масляным телом. Нижний полюс пенного образования совершает круговые движения с отклонениями от линии центра 1.8 см (рисунок 3.4.6, *а*).

С уменьшением скорости жидкости в контейнере единое инвертное пенное образование разрывается на два облака. Распад пенных облаков (при $t = 47$ с, высота главного составляет 10.8 см, а размеры оторвавшегося объема – $d_i = 2.2$ см, $h_i = 4.5$ см) сопровождается утолщением масляных границ ячеек, часть из которых стягивается в капли. Капли под действием сил плавучести всплывают быстрее, чем наполненные водой ячейки инвертной пены и постепенно переходят из оторвавшегося облака в основное, примыкающее к масляному телу (рисунок 3.4.6, *б*).

После полного расслоения жидкости в воде остается пенное образование в форме тела вращения, размеры ячеек в котором монотонно увеличиваются от 0.3 до 1.8 см по мере удаления от основания к нижней кромке (рисунок 3.4.6, *в*). Высота пенного облака составляет 11.9 см при толщине масляного слоя 2.8 см.

Инвертное пенное облако высотой 6.8 см, плотно заполненное ячейками с размерами от 0.2 см вблизи слоя масла до 1.1 см у основания, длительное время сохраняет форму тела вращения (рисунок 3.4.6, *г*).

Проведенные опыты показали, что составной вихрь в прозрачном контейнере позволяет изучать изменение контактной поверхности вода – маркер, отслеживать изменения ее структуры в зависимости от свойств выбранного маркера.

Геометрия контактной поверхности зависит от параметров вихревого течения, задаваемых угловой скоростью вращения индуктора, и состава среды. Обнаружено, что выраженная ступенька наблюдается в области тройного контакта масла с несущей средой (вода) и воздухом при использовании в качестве маркера авиационного масла.

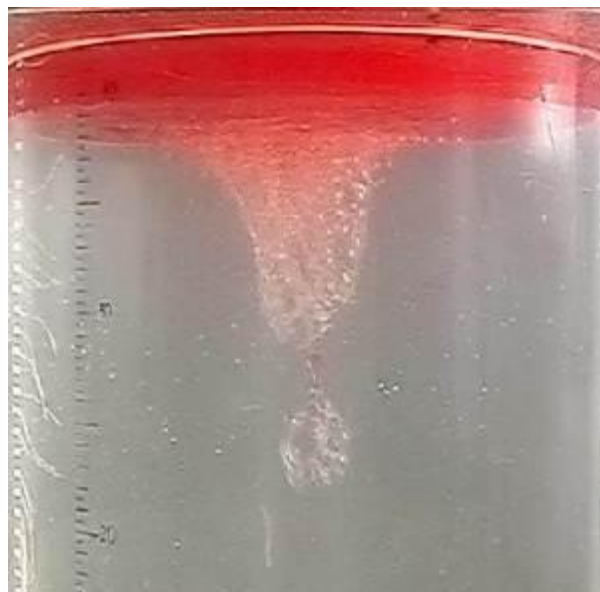
*a**б**в**г*

Рисунок 3.4.6 – Распад масляного тела и примыкающего облака инвертной пены после остановки диска $t = 18, 47, 82, 112$ с.

Условия потери сплошности поверхности раздела зависят от вида примеси. При средних угловых скоростях вращения формируется прямая эмульсия, с увеличением скорости наблюдаются оба вида, а при больших скоростях – инвертная эмульсия.

Выводы к Главе 3

Разработана методика исследования распространения различных примесей в вихревых течениях, позволяющая проводить эксперименты в чистой, в соленой воде, а также в воде с содержанием углеводов и спирта.

Экспериментально изучена тонкая структура поверхностей раздела нефтяное тело – вода и жидкость (вода или несмешивающиеся углеводороды) – воздух в составном вихре, включая режим начала формирования эмульсий. В качестве объекта исследования были выбраны массово используемые жидкости (подсолнечное, машинное и авиационное масла, нефть, дизельное топливо, а также их смеси в разных пропорциях).

Проведенные эксперименты показали, что в исследуемом вихре, как в пресной, так и в соленой воде несмешивающиеся жидкости (такие как масло, дизельное топливо) частично остаются на свободной поверхности, частично затягиваются в толщу жидкости, где образуют связанное масляное тело в окрестности оси вращения. Геометрия контактной поверхности зависит от параметров вихревого течения, задаваемых угловой скоростью вращения индуктора, и состава среды. На границе раздела масляного тела и подстилающей жидкости, как и на поверхности каверны в чистой жидкости, наблюдаются два типа возмущений – крупномасштабные инерциальные волны и мелкомасштабные спиральные волны.

К масляному пятну на поверхности вращающейся жидкости примыкают спиральные рукава, ориентированные навстречу основному течению. Масло в толще составного вихря собирается в компактное тело, ограниченное поверхностью вращения. Размеры и форма масляного тела и примыкающих рукавов зависят от параметров течения. Сравнение размеров масляного тела в зависимости от количества и физических свойств добавленной в поток несмешивающейся примеси для различных начальных значений глубины слоя воды показывает, что увеличение вязкости маркирующей добавки ведет к уменьшению вертикального размера масляного тела.

Во всех проведенных экспериментах примесь не может считаться пассивной, смещения отдельных полос, положение капель масла и ориентация спиральных рукавов не отражают картину течения в составном вихре.

Показано, что распад масляного тела может происходить в нескольких формах. При распаде масляного тела потеря сплошности поверхности раздела зависит от типа примеси. Вид образующейся эмульсии зависит от частоты вращения: при средних угловых скоростях вращения формируется прямая эмульсия, с увеличением скорости наблюдаются оба вида, а при больших скоростях – инвертная эмульсия.

Впервые рассмотрена задача аналитического определения формы масляного тела в составном вихре на основе анализа уравнений механики разноплотных жидкостей с физически обоснованными граничными условиями. Получены зависимости, отражающие форму границ раздела фаз в вихревом течении жидкости, состоящей из двух компонент. Аналитические выражения, характеризующие форму нулевого приближения для границ раздела фаз в составном вихре, удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Особенности полученных аналитических выражений для формы границ раздела фаз в вихревом течении накладывают существенные ограничения на свойства используемых несмешивающихся добавок, т.к. для точного определения всех параметров границ раздела фаз необходима низкая оптическая плотность, и на применяемые средства визуализации, которые должны обеспечивать необходимое разрешение изображения для проведения измерений формы поверхностей раздела.

Все наблюдаемые картины течения устойчиво воспроизводятся при повторении экспериментов и сохранении условий в пределах точности опытов.

Глава 4. ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ МАРКЕРОВ В ВИХРЕВОМ ТЕЧЕНИИ

Визуализация течения жидкости, определение гидродинамических характеристик, в частности, скорости, путем внесения в течение различных маркирующих предметов были и остаются важными задачами для исследователей. Однако, помещаемые в движущуюся жидкость различные объекты ведут себя по-разному в силу присущих им физических и химических свойств. Перемещение твердотельного объекта, особенно в вихревом течении, осложняется наличием сдвига скоростей на его границах, благодаря чему твердотельный объект помимо своего основного движения вокруг центра вихря начинает вращаться вокруг своей собственной оси. Поскольку плавучий объект обладает присущими ему физико-химическими характеристиками, отличающимися от характеристик жидкой среды, при описании его движения необходимо вводить поправки, учитывающие взаимодействие среды с объектом. Применительно к геофизике, такие поправки могут оказаться полезными, например, при исследованиях, связанных с проблемой накопления пластикового мусора в центрах вихревых образований в открытом океане, а также для корректировки показаний различных зондов-дрифтеров, передающих информацию о морских и океанских течениях.

Настоящая глава посвящена проблеме визуализации вихревых течений путем внесения в движущуюся жидкость различного рода маркеров, а также проблеме измерения характеристик течения на основе наблюдаемых перемещений маркеров. Разработана методика автоматической обработки результатов поведения маркера на свободной поверхности вихревого течения, основанная на преобразовании растрового изображения в векторное представление, которая позволяет значительно ускорить процесс обработки результатов проводимых экспериментов. Приведены результаты экспериментальных и теоретических исследований твердотельных маркеров разных форм и размеров в вихревом течении в многофазных жидкостях. В настоящей главе предложена теоретическая модель, объясняющая движение

маркеров, помещенных на поверхность вихревого течения в однокомпонентной жидкости. В п. 4.4. настоящей главы приведены результаты экспериментальных исследований спонтанного вращения ледяных блоков разных размеров, помещенных как на твердую поверхности (алюминий, полиметилметакрилат, стекло, пенопласт, керамика), так и на поверхность бассейна с покоящейся водой определенной глубины при заданной температуре и предложено объяснение механизма возникновения самопроизвольного вращения льда.

4.1 Экспериментальные исследования перемещения твердотельных маркеров на поверхности вихря

Для уточнения картины течения и косвенной оценки скорости вращения свободной поверхности жидкости в вихревом течении проведена серия экспериментов, где в качестве индикаторов использованы твердые маркеры (рисунок 4.1.1).

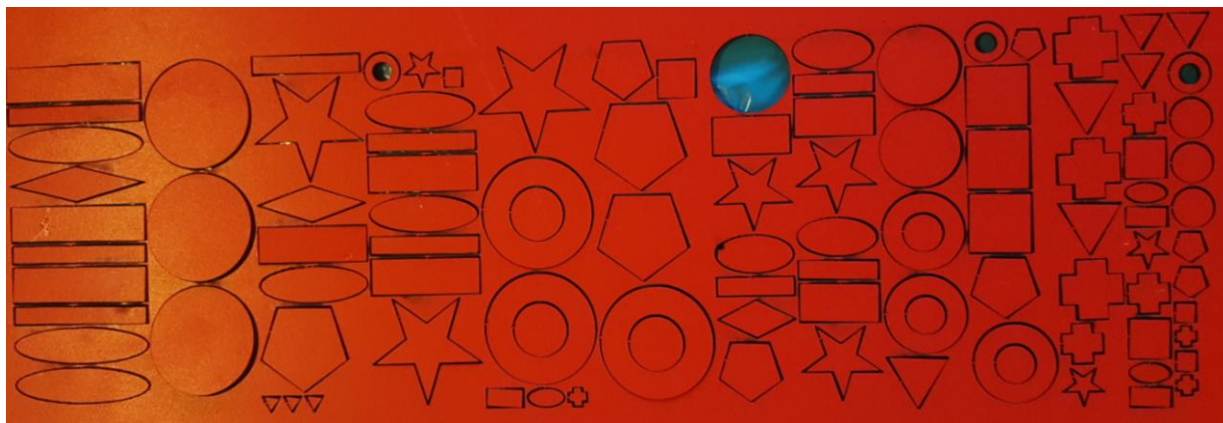


Рисунок 4.1.1 – Маркеры, использующиеся в экспериментах

Движение маркера, который перемещается по поверхности жидкости, вовлеченной в составное вихревое течение, сводится к комбинации его обращения вокруг вертикальной оси течения и одновременно вращения вокруг собственного центра масс [88]. Для удобства описания перемещений маркера по свободной поверхности течения вводятся несколько систем координат. Начало одной из них XOY (прямоугольной декартовой) совпадает с

геометрическим центром свободной поверхности, оси направлены вдоль сторон кадра видеозаписи картины течения, плоскость расположения осей координат системы совпадает с уровнем невозмущенной свободной поверхности до включения вращения индуктора (рисунок 4.1.2). Другая система координат – полярная (r, ψ) – располагается в той же плоскости и наиболее удобна для регистрации перемещений маркера вокруг вертикальной оси течения. В этой системе ведется отсчет координат центра маркера в зависимости от времени.

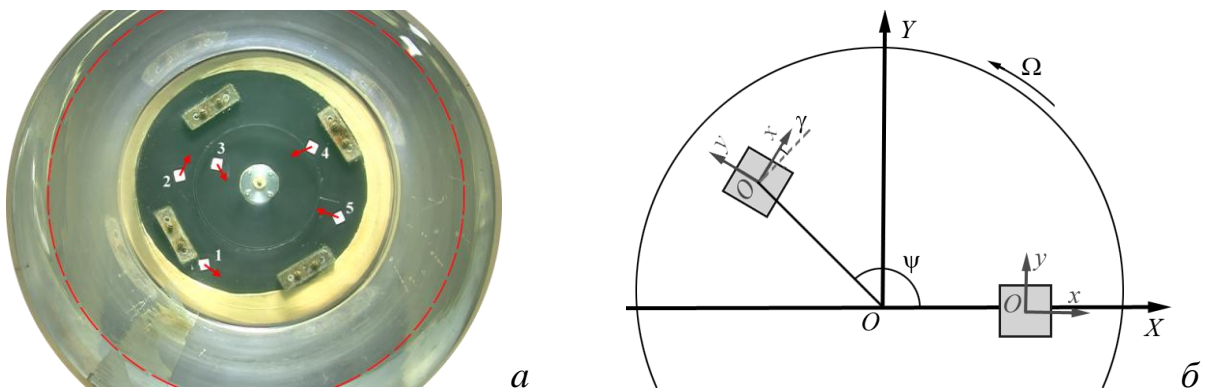


Рисунок 4.1.2 – Перемещение маркера по свободной поверхности:

а) квадратный маркер (1×1 см), $\Omega = 300$ об/мин; 1 – 5 с, 2 – 20 с, 3 – 27 с, 4 – 35 с, 5 – 44 с - наложенные последовательные кадры, б) введенные системы координат

С центром маркера связана присоединенная (подвижная) декартова система координат xOy , используемая для задания угла «верчения» γ , дополнительным углом θ описывается отклонение между мгновенным положением оси x системы координат xOy и радиус-вектором маркера r . Стоит отметить, что для всех типов маркеров на них нанесены специальные метки, позволяющие определить их угловое положение.

По изображениям, взятым из видеозаписи эксперимента с известным шагом по времени, независимо определялись радиальные и угловые координаты маркера в полярной системе координат, а также значения углов γ и ψ .

Автоматизация обработки экспериментальных данных

Современное развитие технологий в области видеосъемки и компьютерной обработки больших массивов данных существенно облегчает обработку экспериментальных данных. Проведение анализа серии экспериментов по регистрации перемещения подкрашенного маркера на поверхности течения требует обработки большого объема данных. Движения маркера вдоль свободной поверхности воды фиксировалось с помощью видеокамеры, поэтому исходными данными для обработки являются видеофайлы в формате mp4 с разрешением 1920x1080, и частота съемки составляет 25 кадров в секунду. При этом объем памяти, необходимый для записи длительностью 1 минута – 250 Мб. В ходе обработки такой видеофайл, конвертированный с помощью покадровой нарезки, преобразовывается в набор фотографий, массив из 1500 изображений. Ручная обработка такого количества изображений требует значительных затрат времени. Объем исходных данных и время, затрачиваемое на их обработку, в значительной мере влияют на эффективность проводимой экспериментальной работы [57].

Задача сокращения затрат времени с помощью автоматизации процесса обработки является актуальной и ее решение позволит повысить качество проводимой экспериментальной работы. Одним из возможных путей решения задачи автоматизации является применение средств векторной графики [86, 87].

Отдельный кадр, извлеченный из исходной видеозаписи, представляет собой растровое изображение. В тоже время если снимок преобразовать в векторное представление, то он будет представлять собой текстовый файл, содержащий набор команд, по которым данное изображение отображается на экране. Во-первых, такой переход позволяет существенным образом сократить объем исходной информации, во-вторых, сама задача обработки текстовых файлов во много раз проще задачи обработки файлов с двумерными растровыми изображениями.

Оценка параметров перемещения маркера вдоль поверхности жидкости на основе растровых изображений требует применения теории распознавания

образов. Современная векторная графика является результатом многолетнего применения теории распознавания образов к решению таких задач при создании геоинформационных систем, картографировании и полиграфии.

В результате проведенного поиска информации о программных средствах преобразования растровых изображений в векторное представление, был найден программный продукт Potrace [90], способный выполнять поставленную задачу.

В проведенных экспериментах использовались маркеры: квадратной, круглой, эллипсовидной формы, в форме кольца, пятиугольной и крестообразной формы, – вертикальный размер всех маркеров составляет 0.5 мм. Большинство экспериментов проводились при следующих параметрах: глубина жидкости – 40 см, частота вращения индуктора – 220 об/мин и менее, что соответствует свободной поверхности с незначительным изгибом в центре для любого размера диска-активатора [89].

Для трехмерных маркеров – цилиндра радиусом 0.5 см и высотой 0.3 см, и параллелепипеда (круглый), одна из граней которого квадрат со стороной 1.0 см, а третье измерение составляет 0.3 см (квадратный) – зависимости угла «верчения» относительно собственного центра γ от угла поворота вокруг оси течения ψ более сложные. Наблюдается зависимость, как от формы маркера, так и от параметров среды (одно- или двухкомпонентная жидкость).

В чистой воде цилиндрический маркер движется вместе с потоком жидкости вокруг центральной вертикальной оси, медленно смещается к центру и одновременно вращается вокруг собственной оси. Тангенциальная компонента скорости центра маркера в чистой воде при $\Omega = 9.2 \text{ с}^{-1}$ на расстоянии $r = 8.1 \text{ см}$ от центра равна $v_\varphi = 2.26 \text{ см/с}$ и медленно меняется при его перемещении к центру течения. За время наблюдения между приведенными на рисунке 4.1.3, *а*, *б* кадрами (40 с) маркер совершает 24 оборота и смещается к центру на 4.3 см. При этом маркер совершает 12 оборотов вокруг собственной оси.

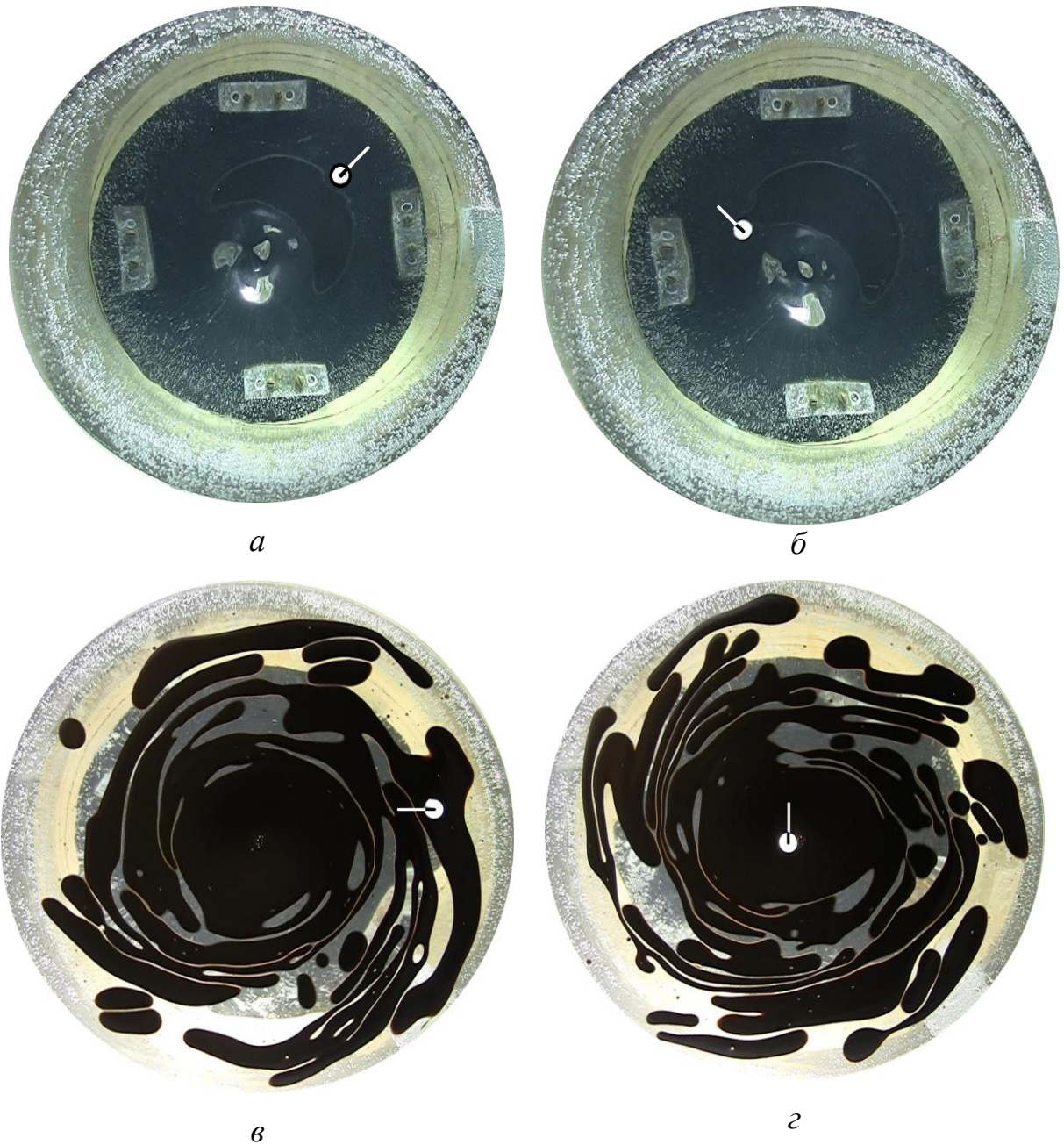


Рисунок 4.1.3 – Перенос круглого маркера в составном вихре ($H = 40$ см, $\Omega = 9.2$ с⁻¹, $R_d = 7.5$ см): *а, б*) – чистая вода ($t = 10, 50$ с), $Re_{\Omega}^w = 51562.5$, $Fr = 0.119$; *в, г*) – двухслойная жидкость (вода и нефть $V_o = 50$ мл, невозмущенная толщина слоя $\Delta = 1.5$ мм) ($t = 10, 50$ с), $At_w^a = 0.998$, $At_o^a = 0.997$, $At_w^o = 0.099$, $Bo_w^a = 0.055$, $Bo_o^a = 0.109$, $Bo_w^o = 0.257$ (для наглядности риски продолжены белыми линиями на приводимых рисунках)

При тех же условиях ($H = 40$ см, $\Omega = 9.2$ с⁻¹, $R_d = 7.5$ см) в двухслойной жидкости вода – нефть цилиндрический маркер за время $t = 40$ с успевает совершить 16 оборотов вокруг центра ($\psi = 16\pi$), 8 оборотов вокруг собственной оси ($\gamma = 34\pi$) и попадает в центр вращения на дне поверхностной каверны, пройдя путь $\Delta r = 8.1$ см (в однородной жидкости при той же угловой скорости вращения диска маркер смещается на меньшее расстояние $\Delta r = 4.3$ см) [83].

Каждый эксперимент повторялся не менее трех раз, на графиках приведены средние значения по всей совокупности опытов.

При помещении маркера в вихревое течение на его нижнюю поверхность начинают действовать вязкие касательные напряжения со стороны жидкости, которые переносят его как целое вдоль некоторой траектории, лежащей на поверхности, и вращают вокруг его собственного центра масс.

По мере продвижения к центру вихревой воронки маркер попадает в переходную область, пересекает границу между твердотельным и периферийным типами вращения вихря и постепенно меняет собственное вращение относительно центра масс на противоположное которое сохраняется после полного перехода маркера в область твердотельного вращения.

Характер «верчения» маркера зависит от его формы и угловой скорости вращения диска-активатора Ω . Круглый маркер после короткого интервала вовлечения ($\Delta t = 5$ с) вертится с практически постоянной угловой скоростью, величина которой монотонно растет с увеличением скорости вращения диска: $\omega_1 = d\varphi_1 / dt = 66.6$ с⁻¹, $\omega_2 = d\varphi_2 / dt = 99.3$ с⁻¹, $\omega_3 = d\varphi_3 / dt = 134.8$ с⁻¹.

Квадратный маркер также вертится с практически постоянной угловой скоростью при малой угловой скорости вращения диска $\omega_4 = d\varphi_4 / dt = 30.1$ с⁻¹ (при $\Omega = 3.3$ с⁻¹) и при большой $\omega_5 = d\varphi_5 / dt = 128.2$ с⁻¹ ($\Omega = 16.7$ с⁻¹). При промежуточных значениях угловой скорости вращения диска-активатора $\Omega = 9.2$ с⁻¹ квадратный маркер вертится неравномерно (кривая 2, рисунок 4.1.4, б), что отражает сложный характер взаимодействия увлекаемого

квадратного маркера с основным течением.

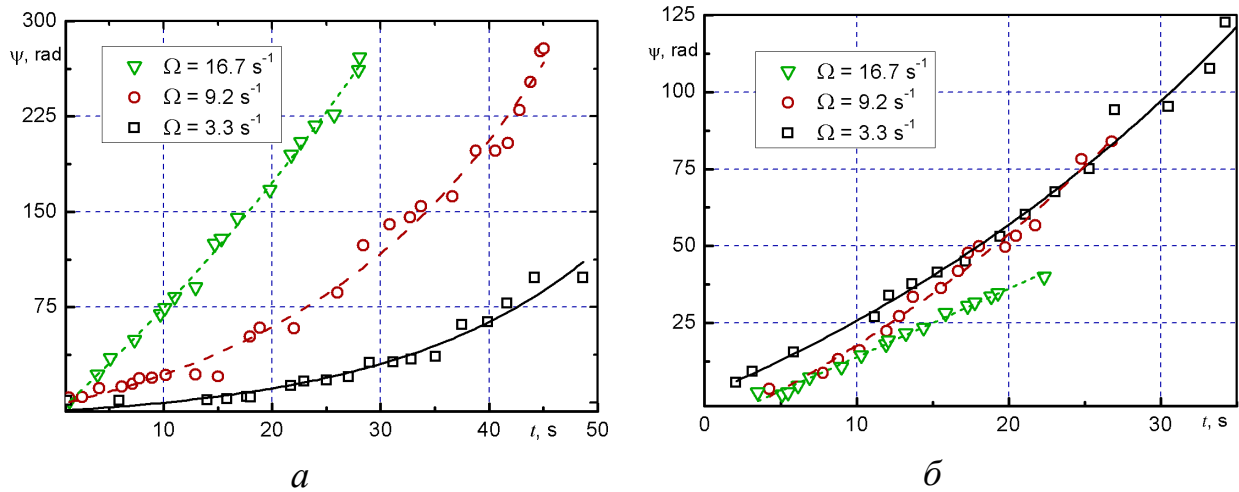


Рисунок 4.1.4 – Угол поворота маркера вокруг собственной оси от времени ($H = 40 \text{ см}$, $R = 7.5 \text{ см}$, $Re = 18\,750, 51\,750, 93\,750$, $\Omega = 3,3, 9,2, 16,7 \text{ с}^{-1}$): а) круговой цилиндр радиусом 0.5 см и высотой 0.3 см , б) параллелепипед $1.0 \times 1.0 \times 0.3 \text{ см}$

Возможно, нерегулярный характер верчения обусловлен взаимодействием маркера с инерциальными и спиральными волнами, произвольно возникающими на поверхности вращающейся жидкости, наиболее выраженным при данном режиме течения. Зависимость угла «верчения» квадратного маркера от времени аппроксимируются функциями $\varphi_s = 40.8 t^{1.4}$ (для частоты $\Omega = 3.3 \text{ с}^{-1}$), $\varphi_s = 0.77 t^{2.68}$ (для частоты $\Omega = 9.2 \text{ с}^{-1}$), $\varphi_s = 1.4 t^{2.4}$ (для частоты $\Omega = 16.7 \text{ с}^{-1}$).

По результатам автоматической обработки экспериментальных данных получены зависимости изменения радиуса обращения маркеров различной формы вокруг центра вращающейся свободной поверхности и рассчитаны зависимости радиального положения маркера от времени (см. рисунок 4.1.5, 4.1.6).

Особенностью всех представленных графиков являются периодические изменения координат (биения) центров маркеров при приближении к центру вращающейся свободной поверхности. Небольшие флуктуации координат центра маркера связаны с эллиптическими искажениями формы свободной

поверхности, а также с небольшими колебаниями положения центра вращения свободной поверхности относительно неподвижных стенок контейнера.

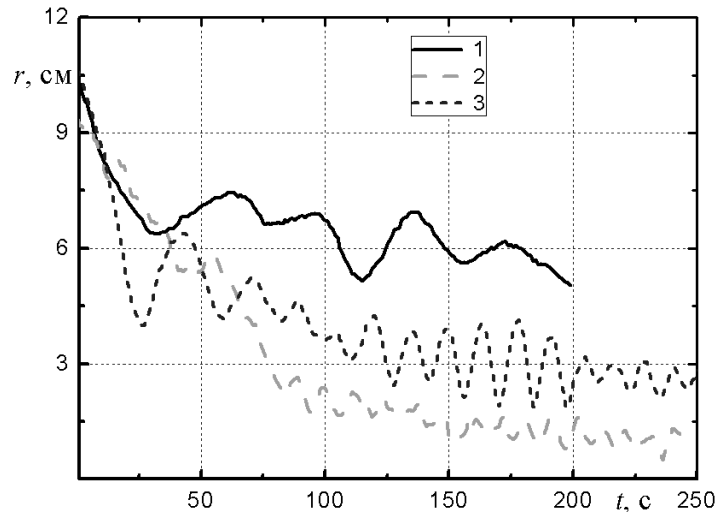


Рисунок 4.1.5 – Зависимость изменения радиуса обращения маркеров различной формы вокруг центра вращающейся свободной поверхности

($H = 40$ см, $R = 7.5$ см, $\Omega = 200$ об/мин):

1 – пятиугольный, 2 – овальный и 3 – круглый маркеры с наибольшим размером 1 см

После размещения на вращающейся свободной поверхности маркер постепенно набирает скорость и смещается к центру – радиальная координата уменьшается, а частота биений увеличивается. Обработка проведенных экспериментов наглядно демонстрируют влияние формы маркера на скорость обращения маркера и на характер зависимости изменения радиуса обращения маркера вокруг центра. Форма маркера связана с темпом набора скорости в начале эксперимента – маркеры с гладкими границами (круглые и овальные) медленнее набирают скорость и медленнее смещаются к центру течения, чем квадратные и крестообразные маркеры. Предсказуемо набор скорости и приближение к центру течения тем медленнее, чем больше масса маркера, даже при совпадении формы. При этом от глубины начального слоя жидкости, вовлеченной в вихревое течение, темпы набора скорости и приближения к

центру течения практически не зависят.

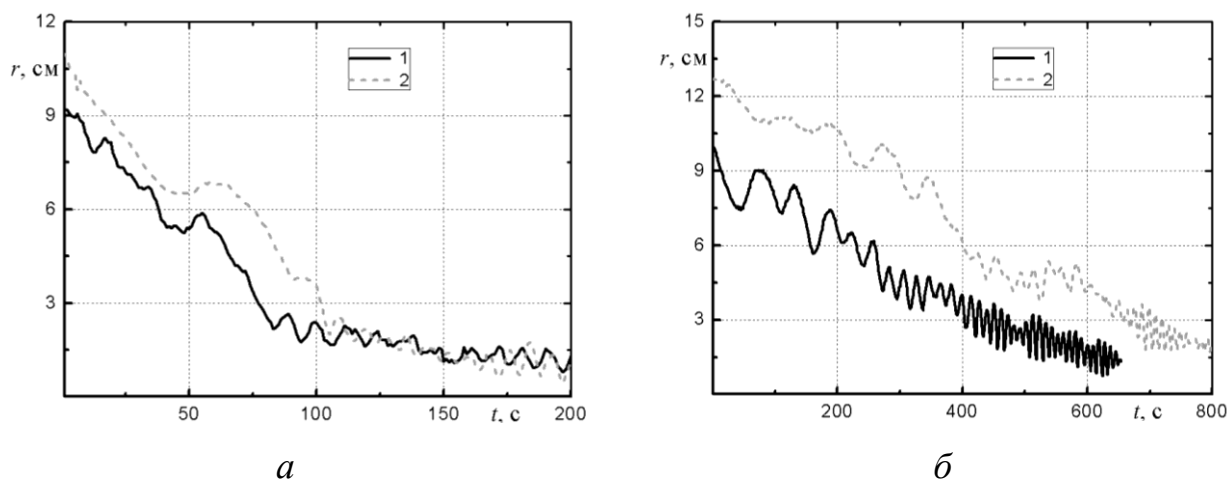


Рисунок 4.1.6 – Зависимость изменения радиуса обращения маркеров

различной формы вокруг центра вращающейся свободной поверхности при различных глубинах жидкости ($R = 7.5$ см, $\Omega = 200$ об/мин): *а*) маркер овальной формы длиной $L = 1.5$ см, *б*) маркер крестообразной формы $L = 1.5$ см, глубина жидкости: 1 – 20 см, 2 – 40 см

Проведенные измерения радиуса обращения крупномасштабного твердотельного маркера от центра свободной поверхности показывают, что наилучшее совпадение аппроксимирующей функции $R(t)$ с экспериментальными данными получено с применением логарифмической зависимости вида $R_m = A \ln(t) + B$, где R_m – радиальная координата маркера относительно центра, t – время, прошедшее с момента размещения маркера на свободной поверхности течения.

4.2 Аналитическое представление движения маркеров по поверхности вихря

При оценке силового воздействия водяного потока на маркер используется экспериментальный факт, что его глубина погружения в воду существенно меньше характерных масштабов приповерхностного течения. Это позволяет использовать приближение отсутствия возмущений потока за счёт помещения

на его поверхность маркера. На основании этого предполагается, что маркер как бы расплывается по поверхности вихря, но при расчётах сохраняет свою плоскую форму.

Маркер, находящийся на поверхности воды, испытывает на себе действие силы тяжести, архимедовой силы и силы гидродинамического происхождения, которая представляет собой результат сложения нескольких сил, порождённых различными физическими явлениями.

Гидродинамическая сила определяется распределением давления по нижней и верхней поверхностям маркера, капиллярными эффектами, возникающими на контактной границе воды на ребре маркера, эффектами увлечения маркера потоком и его торможения за счёт его погружения в воду, а также эффектами вязкого взаимодействия с водой на всей контактирующей поверхности.

Получение точных аналитических выражений для всех упомянутых сил в случае маркера произвольной формы представляет собой, по-видимому, неразрешимую задачу и потому в дальнейшем используется ряд приближений, позволяющих получить конструктивные результаты.

Первое приближение состоит в том, что движение маркера всегда описывается перемещением его центра масс и вращением вокруг мгновенной оси, всегда проходящей через него нормально к поверхности жидкости.

Так как в экспериментах использовались маркеры, форма которых проявляет центральную симметрию (непрерывную или дискретную), то касательная к поверхности жидкости компонента суммарной капиллярной силы, действующей на маркер, равна нулю.

Сила, действующая со стороны потока воды на погружённую часть ребра маркера, определяется выражением

$$\mathbf{F}_f = \oint_L c_f(L) \mathbf{v} (\mathbf{v} \cdot (\mathbf{v} - \dot{\mathbf{r}}_c)) dL$$

где \mathbf{r}_c – радиус-вектор центра масс маркера; \mathbf{v} – поле скорости воды, которое по причине малой толщины маркера по сравнению с характерными масштабами течения считается меняющимся только вдоль контура L , ограничивающего ребро маркера; \mathbf{n} – внутренняя нормаль к контуру; $c_f(L)$ – локальный погонный коэффициент сопротивления формы (в случае произвольной формы ограничивающего контура L этот коэффициент – величина трудноопределимая); точки над символами здесь и далее обозначают дифференцирование по времени [98].

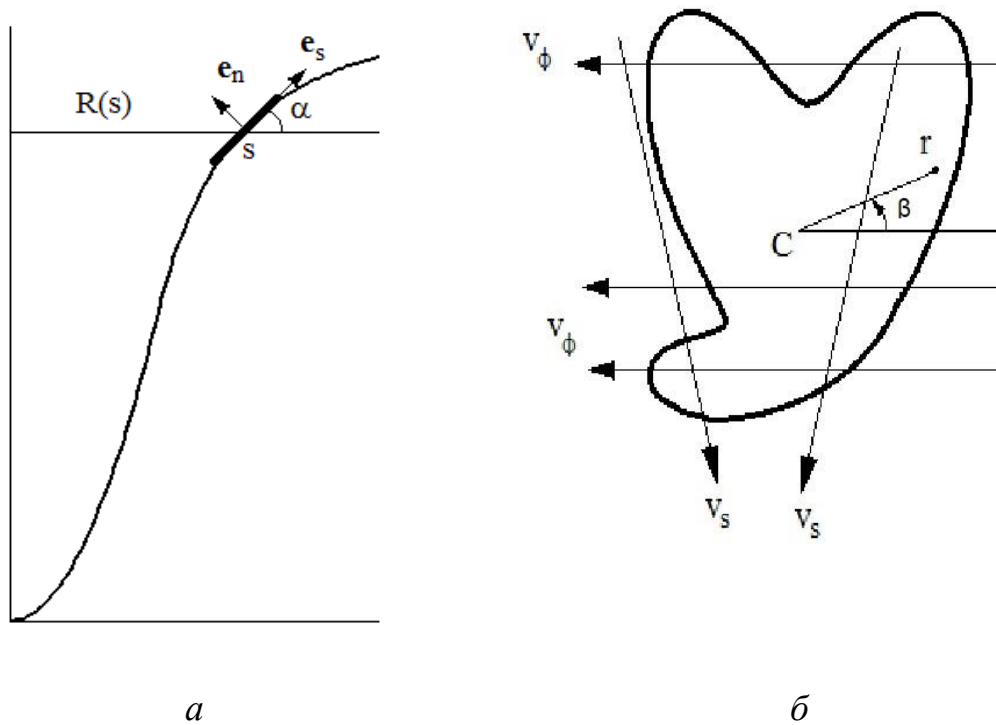


Рисунок 4.2.1 – Схематическое изображение маркера, находящегося на поверхности вихря (а) и поля скорости, примыкающего к его нижней стороне (б)

По причине центральной симметрии маркеров, скоростной напор, возникающий на части контура и разгоняющий маркер, практически полностью компенсируется тормозящим эффектом, возникающим на оставшейся части контура.

В результате второе приближение состоит в пренебрежении силой \mathbf{F}_f , порождённой воздействием потока на ребро маркера, что позволяет считать маркер бесконечно тонким, а его центр масс расположенным на поверхности жидкости.

Если бы маркер располагался на горизонтальной поверхности, результирующая силы тяжести, архимедовой силы, нормальной к поверхности маркера компоненты капиллярной силы и силы, порождённой разностью давлений на верхней и нижней поверхностях была бы равна нулю. В случае же наклонной поверхности жидкости эта результирующая сила направлена по касательной к поверхности жидкости, поскольку сам маркер от этой поверхности не отрывается, и задаётся выражением

$$\mathbf{F}_R = \lambda m g \mathbf{e}_t$$

где m – масса маркера; g – ускорение силы тяжести; λ – некоторый безразмерный коэффициент, пропорциональный тангенсу угла наклона поверхности жидкости к горизонту; \mathbf{e}_t – единичный касательный вектор к поверхности жидкости.

При помещении маркера на поверхность на его нижнюю поверхность начинают действовать вязкие касательные напряжения со стороны жидкости, которые переносят его как целое вдоль некоторой траектории, лежащей на поверхности, и вращают вокруг его собственного центра масс. В рамках сделанных приближений поверхностная плотность этой вязкой силы определяется величиной

$$\mathbf{f}_v = \kappa (\mathbf{v}_t - \dot{\mathbf{r}}_c - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$$

где \mathbf{v}_t – касательная к поверхности маркера компонента поля скорости воды в точке с координатой $\mathbf{r}_c + \mathbf{r}$; \mathbf{r} – локальный радиус-вектор точки на поверхности маркера с началом в центре масс, как показано на рисунке 4.2.1; κ – некоторый

коэффициент, характеризующий сцепление поверхности маркера (в зависимости от его материала, шероховатости и т.д.) с жидкостью; член $\mathbf{v}_t - \dot{\mathbf{r}}_c - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ представляет собой скорость движения точки на дне маркера относительно потока жидкости.

Действующие на маркер полная вязкая сила и полный момент вязких сил относительно оси его вращения, проходящей через центр масс, определяются выражениями

$$\mathbf{F}_v = \int_S \mathbf{f}_v dS, \quad \mathbf{M}_v = \int_S \mathbf{r} \times \mathbf{f}_v dS$$

где S – нижняя поверхность маркера.

Момент силы \mathbf{F}_R , приложенной к центру масс, равен нулю.

Таким образом, в принятой приближённой модели уравнения и начальные условия, описывающие движения маркера по поверхности жидкости, имеют вид

$$\begin{aligned} m\ddot{\mathbf{r}}_c &= \mathbf{F}_v + \mathbf{F}_R = \kappa \int_S (\mathbf{v}_w - \dot{\mathbf{r}}_c - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) dS + \lambda m g \mathbf{e}_t \\ J \dot{\boldsymbol{\omega}} &= \kappa \int_S \mathbf{r} \times (\mathbf{v}_w - \dot{\mathbf{r}}_c - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) dS \\ \dot{\mathbf{r}}_c|_{t=0} &= 0, \quad \mathbf{r}_c|_{t=0} = \mathbf{r}_{c0}, \quad \boldsymbol{\omega}|_{t=0} = 0 \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

Здесь J – момент инерции маркера относительно указанной оси вращения.

Исследование движения маркера проводится в системе координат, связанной с поверхностью воды [91] и показанной на рисунке 4.2.1. Положение центра масс маркера описывается координатами s , φ и $n = 0$ (так как маркер находится на поверхности воды), а его радиус вектор задаётся выражением

$$\mathbf{r}_c = (RR' + \zeta\zeta')\mathbf{e}_s + (\zeta R' - R\zeta')\mathbf{e}_n \quad (4.2.2)$$

где \mathbf{e}_s , \mathbf{e}_n и \mathbf{e}_φ – единичные орты, подчиняющиеся правилам дифференцирования

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{e}_s}{\partial s} &= -\frac{R''\mathbf{e}_n}{\zeta'} = \frac{\zeta''\mathbf{e}_n}{R'}, & \frac{\partial \mathbf{e}_s}{\partial \varphi} &= R'\mathbf{e}_\varphi, & \frac{\partial \mathbf{e}_s}{\partial n} &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{e}_\varphi}{\partial s} &= 0, & \frac{\partial \mathbf{e}_\varphi}{\partial \varphi} &= -R'\mathbf{e}_s + \zeta'\mathbf{e}_n, & \frac{\partial \mathbf{e}_\varphi}{\partial n} &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{e}_n}{\partial s} &= -\frac{\zeta''\mathbf{e}_s}{R'} = \frac{R''\mathbf{e}_s}{\zeta'}, & \frac{\partial \mathbf{e}_n}{\partial \varphi} &= -\zeta'\mathbf{e}_\varphi, & \frac{\partial \mathbf{e}_n}{\partial n} &= 0 \end{aligned}$$

на основании которых из (4.2.2) следует

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}}_c &= \dot{s}\mathbf{e}_s + R\dot{\varphi}\mathbf{e}_\varphi \\ \ddot{\mathbf{r}}_c &= (\ddot{s} - RR'\dot{\varphi}^2)\mathbf{e}_s + (R\zeta'\dot{\varphi}^2 + \zeta''\dot{s}^2/R')\mathbf{e}_n + (R\ddot{\varphi} + 2R'\dot{s}\dot{\varphi})\mathbf{e}_\varphi \end{aligned} \quad (4.2.3)$$

а также $\partial \mathbf{r}_c / \partial n = 0$ – это означает, что центр масс маркера во всё время движения остаются на поверхности жидкости.

Угловая скорость вращения маркера в принятых приближениях представляется в виде

$$\boldsymbol{\omega} \approx \omega(s, \varphi, t)\mathbf{e}_n \quad (4.2.4)$$

где s и φ – координаты центра масс, так что дифференцирование по времени выражения (4) приводит к результату

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} \approx \dot{\omega}\mathbf{e}_n \quad (4.2.5)$$

Так как для маркеров с центральной симметрией справедливы соотношения $\int_S \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}_c dS = 0$ и $\int_S \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} dS = 0$, то уравнения, описывающие

движение, с учётом (4.2.3) приобретают форму

$$\begin{aligned}
m \left[\left(\ddot{s} - RR'\dot{\phi}^2 \right) \mathbf{e}_s + \left(R\ddot{\phi} + 2R'\dot{s}\dot{\phi} \right) \mathbf{e}_\varphi \right] = \\
= \kappa \left[\int_S \mathbf{v}_t dS - S(\dot{s}\mathbf{e}_s + R\dot{\phi}\mathbf{e}_\varphi) \right] - \lambda mg\zeta' \mathbf{e}_s \quad (4.2.7) \\
J\dot{\omega} = \kappa \left[\int_S [\mathbf{r} \times (\mathbf{v}_t - \dot{\mathbf{r}}_c)] \cdot \mathbf{e}_n dS - \omega \int_S r^2 dS \right]
\end{aligned}$$

В работе [90] показано, что в пренебрежении поверхностным натяжением скорость жидких частиц на поверхности воды описывается выражением

$$\mathbf{v}_t|_{n=0} = (-\Omega_s R' \mathbf{e}_s + \Omega_\varphi \mathbf{e}_\varphi) \left(R\mathcal{G}(a-R) + \frac{a^2}{R} \mathcal{G}(R-a) \right) \quad (4.2.8)$$

где Ω_s , Ω_φ – характерные угловые скорости вдоль направлений \mathbf{e}_s и \mathbf{e}_φ соответственно, a – радиус твёрдотельного вращения в вихре; $\mathcal{G}(x)$ – единичная функция Хевисайда.

При этом форма поверхности, по которой движется маркер, задаётся соотношением

$$\zeta(s) = \zeta_0 + \frac{\Omega_\varphi^2}{2g} \left[R^2(s)\theta(a-R(s)) + a^2(2 - a^2/R^2(s))\theta(R(s)-a) \right] \quad (4.2.9)$$

и описывает формирующуюся вихревую воронку.

В экспериментах [92] угловая скорость вращения диска на дне контейнера составляла величину 3.3 с^{-1} . Так как передача импульса от дна к поверхности контейнера происходит за счёт вязких эффектов, то справедливо ограничение сверху $\Omega_\varphi \leq 3.3 \text{ с}^{-1}$.

Так как $R'^2 + \zeta'^2 = 1$ [91], то на основании (9) следуют уравнения для функции R :

$$R' \sqrt{1 + k^2 R^2 / a^2} = 1, \quad R \leq a; \quad R' \sqrt{1 + k^2 a^6 / R^6} = 1, \quad R \geq a$$

где $k = \Omega_\varphi^2 a / g$.

Оценка сверху в предельном случае при $a = 7.5$ см (радиус контейнера) даёт значение $k_{\max} \leq 0.085$, так что с хорошим приближением можно положить $R' \approx 1$, $R'' \approx 1$, $\zeta' \approx 0$.

Дальнейшее исследование проблемы существенно зависит от конкретного вида экспериментального маркера и связано с вычислением интегралов, входящих в (4.2.7).

Следует пояснить, что в систему (4.2.7), описывающую движение маркеров в вихревом течении, входит уравнение для изменения кинетического момента маркера. В установившихся режимах, в особенности, когда маркер находится в области твердотельного вращения, его частота ω обращения вокруг собственной оси практически постоянна во времени. Тогда из уравнения для кинетического момента

$$J\dot{\omega} = \kappa \left[\int_S [\mathbf{r} \times \mathbf{v}_t] \cdot \mathbf{e}_n dS - \omega \int_S r^2 dS \right]$$

при $\dot{\omega} \approx 0$ следует

$$\int_S [\mathbf{r} \times \mathbf{v}_t] \cdot \mathbf{e}_n dS - \omega \int_S r^2 dS \approx 0 \quad (4.2.8)$$

следовательно, имеет место результат

$$\omega \approx \frac{\int_S [\mathbf{r} \times \mathbf{v}_t] \cdot \mathbf{e}_n dS}{\int_S r^2 dS} \quad (4.2.9)$$

Рассмотрим ситуацию, когда в качестве маркера выбирается простейшая центрально симметричная относительно центра масс фигура – два маленьких плоских диска, каждый площадью $d\Sigma$ на расстоянии l друг от друга, соединённых бесконечно тонким абсолютно жёстким стержнем, как показано на рисунке 4.2.2.

В этом случае

$$\int_S r^2 dS = 2d\Sigma \frac{l^2}{4} = \frac{l^2 d\Sigma}{2} \quad (4.2.10)$$

Пусть маркер в некоторый момент времени занимает положение, показанное на рисунке 4.2.2, причём его центр тяжести имеет координату s .

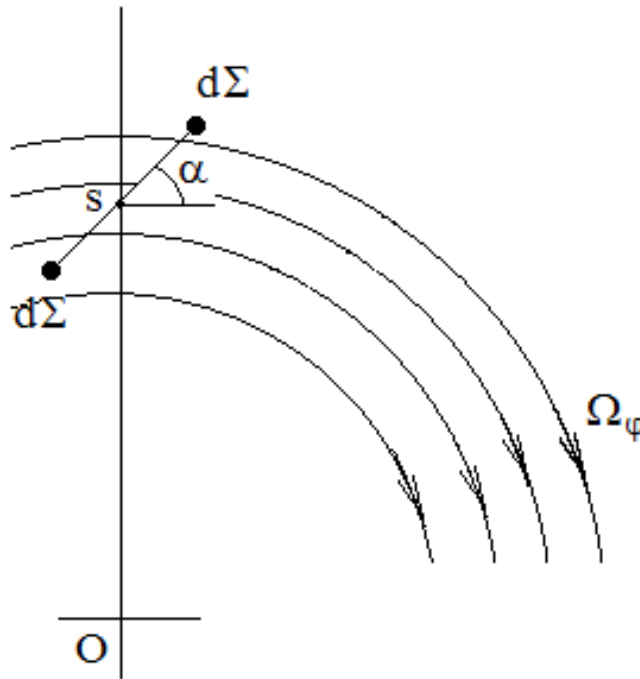


Рисунок 4.2.2 – Схема воздействия на маркер

Тогда при использовании приближённого выражения для поля скорости вихревой воронки у поверхности $\mathbf{v}_t \approx R\Omega_\varphi \mathbf{e}_\varphi$ получается оценка

$$\int_S [\mathbf{r} \times \mathbf{v}_t] \cdot \mathbf{e}_n dS = \quad (4.2.11)$$

$$= \Omega_\varphi \sin \alpha \frac{l}{2} d\Sigma \left(s + \sin \alpha \frac{l}{2} \right) - \Omega_\varphi \sin \alpha \frac{l}{2} d\Sigma \left(s - \sin \alpha \frac{l}{2} \right) = \Omega_\varphi \sin^2 \alpha \frac{l^2 d\Sigma}{2}$$

Подстановка (4.2.10, 4.2.11) в (4.2.9) даёт результат

$$\omega \approx \Omega_\varphi \sin^2 \alpha \quad (4.2.12)$$

Так как угол α меняется во времени (и, строго говоря, имеет место связь $\omega = \dot{\alpha}$), то в среднем за период частота собственного вращения оценивается величиной

$$\bar{\omega} \approx \Omega_\varphi \int_0^{2\pi} \sin^2 \alpha d\alpha = \frac{\Omega_\varphi}{2} \quad (4.2.13)$$

Только в отдельные моменты времени, когда $\alpha = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n = 1, 2, \dots$, мгновенная частота собственного вращения сравнивается с частотой вращения поверхности вихря в твердотельной области.

Так как любой маркер, обладающий центральной симметрией относительно центра масс, можно разбить на пары таких вот маленьких маркеров в виде гантели, то следует ожидать результата, что независимо от формы собственное вращение маркера в области твердотельного вращения вихря будет подчиняться соотношению (4.2.13).

Конечно, сам маркер при этом должен удовлетворять условию малости своего максимального размера по сравнению с наименьшим (по абсолютному значению) радиусом кривизны поверхности вихревой воронки, чтобы удовлетворять условию справедливости системы (4.2.13).

Так как углы ψ и γ в области твердотельного вращения подчиняются зависимостям

$$\psi = \psi_0 + \Omega_\varphi t, \quad \gamma = \gamma_0 + \omega t,$$

то при больших временах имеет место

$$\frac{d\gamma}{d\psi} = \frac{\omega}{\Omega_\varphi} = \frac{1}{2}$$

Маркер в форме диска радиуса ρ

В используемой приближённой модели радиус-вектор \mathbf{r} , отсчитываемый по поверхности маркера, представим в виде

$$\mathbf{r} \approx r(\mathbf{e}_s \sin \beta + \mathbf{e}_\varphi \cos \beta) \quad (4.2.14)$$

Тогда $\int_S r^2 dS = \frac{J S}{m}$, где $S = \pi \rho^2$ – площадь поверхности диска, $J = m \rho^2 / 2$

– его момент инерции.

На основании (4.2.8) имеют место выражения

$$\int_S \mathbf{v}_t dS \approx R \rho^2 \left(f_+(x) + \frac{a^2}{R^2} f_-(x) \right) (-\Omega_s \mathbf{e}_s + \Omega_\varphi \mathbf{e}_\varphi) \quad (4.2.15)$$

$$f_\pm(x) = \frac{\pi}{2} - \frac{2\rho}{3R} (1-x^2)^{3/2} \pm \left(\arcsin(x) + x\sqrt{1-x^2} \right), \quad x = \frac{s_a - s}{\rho}$$

$$\int_S [\mathbf{r} \times \mathbf{v}_t] \cdot \mathbf{e}_n dS \approx \Omega_\varphi \rho^3 R \left(h_+(x) + \frac{a^2}{R^2} h_-(x) \right) \quad (4.2.16)$$

$$h_\pm(x) = \frac{\rho}{4R} \left(\arcsin(x) - x(1-x^2)^{3/2} \right) \pm \left(\frac{\pi\rho}{8R} - \frac{2}{3} (1-x^2)^{3/2} \right), \quad x = \frac{s_a - s}{\rho}$$

где s_a – такое значение координаты s , что $R(s_a) = a$ – радиусу твёрдотельного вращения вихря.

При $x = -1$ маркер целиком находится на периферии вихря, в этом случае $f_+ = 0$, $h_+ = 0$ так что из (4.2.15, 4.2.16) следует

$$\int_S \mathbf{v}_t dS \approx \frac{a^2}{R} S (-\Omega_s \mathbf{e}_s + \Omega_\varphi \mathbf{e}_\varphi), \quad \int_S [\mathbf{r} \times \mathbf{v}_t] \cdot \mathbf{e}_n dS \approx -\Omega_\varphi \frac{a^2 \rho^2}{4R} S \quad (4.2.17)$$

При $x=1$ маркер целиком находится в области твёрдотельного вращения вихря, в этом случае $f_- = 0$, $h_- = 0$ и из (4.2.15, 4.2.16) следует

$$\int_S \mathbf{v}_t dS \approx RS (-\Omega_s \mathbf{e}_s + \Omega_\varphi \mathbf{e}_\varphi), \quad \int_S [\mathbf{r} \times \mathbf{v}_t] \cdot \mathbf{e}_n dS \approx \Omega_\varphi \frac{R\rho^2}{4} S \quad (4.2.18)$$

В переходной зоне $-1 < x < 1$, когда часть маркера расположена в области твёрдотельного вращения, а часть – на периферии, необходимые значения определяются по формулам (4.2.15, 4.2.16).

Качественное представление о свойствах уравнений движения (4.2.7) даёт запись этих уравнений в виде

$$\ddot{s} - s\dot{\phi}^2 + \mu\dot{s} \approx \mu a_s, \quad \ddot{\phi} + 2\dot{s}\dot{\phi}/s + \mu\dot{\phi} \approx \mu a_\varphi, \quad \dot{\omega} + \mu\omega \approx \frac{\mu\Omega_\varphi}{2} M \quad (4.2.19)$$

и представленные на рисунке 4.2.3, а зависимости величин a_s , a_φ и M от x , вычисленные согласно соотношениям (4.2.15, 4.2.16) при $\rho/a = 0.1$, $\Omega_s/\Omega_\varphi = 0.2$.

В (4.2.19) введено обозначение $\mu = \kappa S/m$. При одновременном уменьшении всех линейных размеров маркера $\mu \rightarrow \infty$, а в случае уменьшения взаимодействия маркера с водой ($\kappa \rightarrow 0$) имеет место $\mu \rightarrow 0$. Вертикальная шкала на рис 4.2.3 не представлена, поскольку на них изображены величины разных размерностей, но соотношения между a_s , a_φ находятся в точном соответствии с (4.2.19).

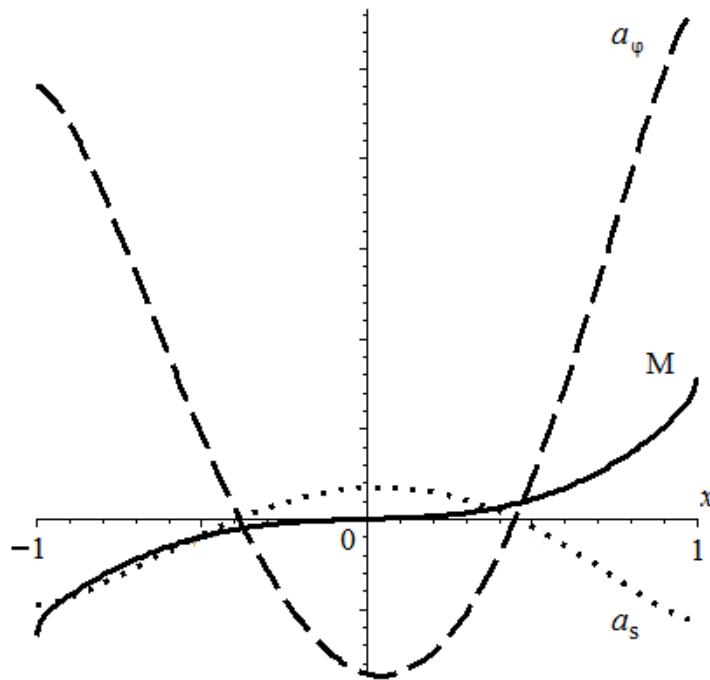


Рисунок 4.2.3 – Графики зависимостей величин a_φ (пунктир), a_s (точки) и M (сплошная) в переходной области $-1 < x < 1$ для маркера в форме диска

Вид уравнений (4.2.19), предельных соотношений (4.2.17, 4.2.18) и графиков a_s , a_φ рисунка 4.2.3 показывает, что после помещения на поверхность вихря в области его периферии ($x = -1$) маркер в виде диска «подхватывается» потоком жидкости и начинает движение к центру вихря (a_s принимает отрицательные значения) с одновременным обращением его центра масс в том же направлении, в котором вращается вихрь. Одновременно с этим сам маркер начинает вращаться относительно оси, проходящей через его центр масс, в противоположном направлении (M принимает отрицательные значения), то есть $\omega \cdot \Omega_\varphi < 0$.

По мере продвижения к центру вихревой воронки маркер попадает в переходную область ($-1 < x < 1$), пересекает границу между твердотельным и периферийным типами вращения вихря и постепенно меняет собственное вращение относительно центра масс на противоположное, так что начинает

выполняться соотношение $\boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\Omega}_\varphi > 0$, которое сохраняется после полного перехода маркера в область твердотельного вращения ($x = 1$).

При помещении маркера в периферийную область вихревой воронки уравнения (4.2.19) при использовании (4.2.17) принимают вид:

$$\ddot{s} - s\dot{\varphi}^2 + \mu\dot{s} + \mu \frac{a^2\Omega_s}{s} = 0, \quad \ddot{\varphi} + 2\dot{s}\dot{\varphi}/s + \mu\dot{\varphi} - \mu \frac{a^2\Omega_\varphi}{s^2} = 0, \quad \dot{\omega} + \mu\omega + \mu \frac{a^2\Omega_\varphi}{2s^2} = 0 \quad (4.2.20)$$

Из второго уравнения (4.2.16) следует

$$\dot{\varphi} = \frac{1}{s^2} \left[a^2\Omega_\varphi (1 - e^{-\mu t}) + s_0^2 \dot{\varphi}_0 e^{-\mu t} \right], \quad s_0 = s|_{t=0}, \quad \dot{\varphi}_0 = \dot{\varphi}|_{t=0} \quad (4.2.21)$$

Подстановка (4.2.21) в первое уравнение системы (16) и интегрирование его методами теории возмущений [92] приводит к результату

$$s = \sigma(t) + \varepsilon \frac{a^2}{\sigma(t)} (1 + \lambda^2) \ln \frac{\sigma(t)}{s_0} + o(\varepsilon) \quad (4.2.22)$$

$$\varepsilon = \Omega_s / \mu \ll 1, \quad \lambda = \Omega_\varphi / \Omega_s, \quad \sigma(t) = \sqrt{s_0^2 - 2a^2\Omega_s t}$$

И, наконец, подстановка полученных результатов в третье уравнение (4.2.20) определяет частоту вращения маркера относительно своего центра масс выражением

$$\omega = \frac{\beta\mu}{2} (\varphi e^{-\mu t} - \varphi_0) + \frac{1}{2} \left[\frac{\dot{\varphi}_0}{1 + 4\varepsilon\dot{\varphi}_0/\Omega_\varphi} - \frac{\dot{\varphi}}{1 + 4\varepsilon\dot{\varphi}/\Omega_\varphi} \right] \quad (4.2.23)$$

$$\beta = \frac{s_0^2 \dot{\varphi}_0}{a^2 \Omega_\varphi}, \quad \dot{\varphi}_0 = \dot{\varphi}|_{t=0}$$

Угол вращения маркера относительно собственной оси определяется выражением

$$\gamma = \int_0^t \omega dt = \frac{\beta}{2} \left[\varphi_0 - \varphi e^{-\mu t} - \int_0^t \dot{\varphi} e^{-\mu t} dt \right] - \frac{1}{2} (\varphi - \varphi_0) \quad (4.2.24)$$

Величина $\varphi - \varphi_0$ в выражении (4.2.24) – угол поворота центра масс относительно оси вращения вихревой воронки. Так как, согласно (4.2.21, 4.2.22)

справедливы оценки $\int_0^t \dot{\varphi} e^{-\mu t} dt \sim \lambda \varepsilon$, $\beta \approx 1$, то главный член в выражении

(4.2.24) имеет вид

$$\gamma \approx -\frac{1+\beta}{2} (\varphi - \varphi_0) + \frac{\beta}{2} \varphi (1 - e^{-\mu t}) \quad (4.2.25)$$

а это означает, что при нахождении маркера в области периферии происходит его вращение вокруг собственной оси в направлении обратном к направлению вращения центра масс маркера относительно оси вихревой воронки. В начальные моменты времени угол поворота γ относительно собственной оси практически противоположен по значению углу поворота относительно оси воронки, а затем рост его абсолютного значения постепенно уменьшается до момента времени $t_* \approx \frac{s_0^2 - (a + \rho)^2}{2a^2 \Omega_s}$, когда край маркера начинает входить в переходную зону и его движение уже не описывается системой (4.2.20).

Процесс движения маркера в переходной зоне описывается столь громоздкими соотношениями, что не позволяет привести их явный вид.

В области ядра движение маркера описывается системой уравнений

$$\ddot{s} - s\dot{\varphi}^2 + \mu \dot{s} + \mu \Omega_s s = 0, \quad \ddot{\varphi} + 2\dot{s}\dot{\varphi}/s + \mu \dot{\varphi} - \mu \Omega_\varphi = 0, \quad \dot{\omega} + \mu \omega - \mu \Omega_\varphi / 2 = 0 \quad (4.2.26)$$

Интегрирование (4.2.26) приводит к результату

$$\begin{aligned}
\varphi &= \varphi^* + \Omega_\varphi(t - t^*)(1 + 2\varepsilon + 2\varepsilon^2(3 - \lambda^2)) \\
s &= s^* \exp(-\Omega_s(t - t^*)(1 + \varepsilon(1 - \lambda^2))) \\
\omega &= \frac{\Omega_\varphi}{2}(1 - e^{-\mu(t - t^*)}) + \omega^* e^{-\mu(t - t^*)} \\
\gamma &= \gamma^* + \frac{\Omega_\varphi}{2}(t - t^*) - \frac{1}{\mu} \left(\frac{\Omega_\varphi}{2} - \omega^* \right) (1 - e^{-\mu(t - t^*)})
\end{aligned} \tag{4.2.27}$$

где t^* – время выхода маркера из переходной области и полный переход в область твердотельного вращения; φ^* , s^* , ω^* и γ^* – значения координат центра масс, частоты вращения и угла поворота вокруг собственной оси в момент времени t^* соответственно.

Как видно из (4.2.27) собственное вращение маркера совпадает по направлению с его вращением вокруг оси вихря, при этом $\gamma - \gamma^* \approx \frac{1}{2}(\varphi - \varphi^*)$.

Важная особенность выражений (4.2.21, 4.2.22, 4.2.27) состоит в том, что при использовании главных членов в выражениях для координат s и φ центра масс маркера эти координаты, как в области твердотельного вращения, так и на периферии вихревой воронки связаны соотношением общего вида

$$s \approx \tilde{s} \exp\left(-\frac{\Omega_s}{\Omega_\varphi}(\varphi - \tilde{\varphi})\right) \tag{4.2.28}$$

где \tilde{s} , $\tilde{\varphi}$ – некоторые постоянные величины.

Уравнение (4.2.28) описывает логарифмическую спираль на поверхности вихревой воронки, по которой движется центр масс маркера, причём эта спираль совпадает с траекториями жидких частиц вблизи свободной поверхности. Таким образом, маркер увлекается приповерхностным потоком и совершает дополнительное вращение, обусловленное ненулевым моментом вязких сил, действующих на его нижнюю поверхность со стороны жидкости. Как в периферийной области, так и в области твердотельного вращения углы

поворота маркера относительно собственной оси и центра масс маркера относительно оси вращения воронки связаны соотношением вида

$$\gamma - \gamma^* \approx c_1(\varphi - \varphi^*) + c_0 \quad (4.2.29)$$

где c_0 , c_1 – некоторые постоянные, в общем случае различные для областей периферии и твердотельного вращения.

Проведенные опыты показали, кроме вращения маркера вокруг центра свободной поверхности вихревого течения, он также вращается вокруг собственной оси. Полученные данные позволяют построить график зависимости углов поворота маркера относительно собственного центра (угла вращения γ) и центра течения ψ (рисунок 4.2.4, табл. 4.2.1) [93].

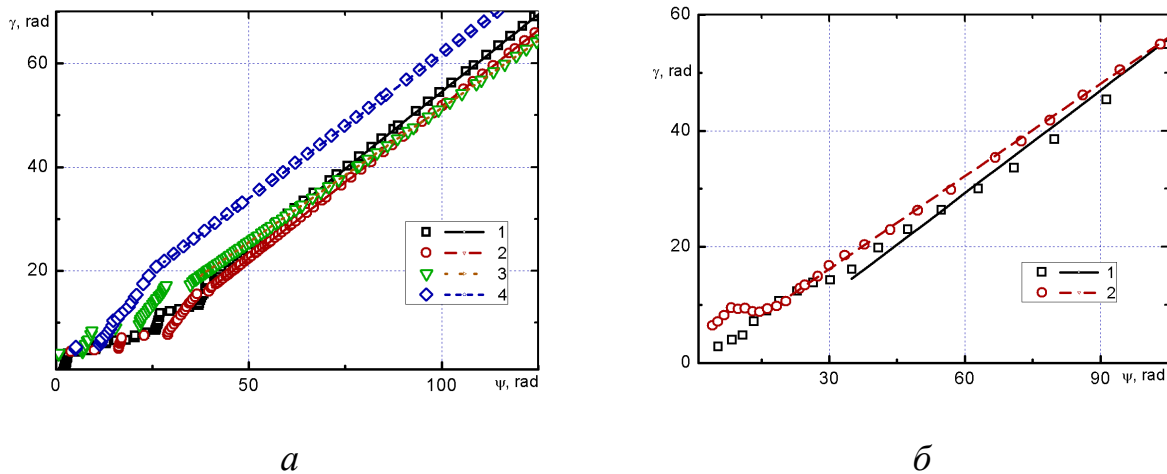


Рисунок 4.2.4 – Зависимость угла вращения маркера вокруг собственной оси γ от угла вращения вокруг центра ψ ($\Omega = 3,3 \text{ s}^{-1}$): а) прямоугольный маркер 1, 2 – $0,5 \times 1,0 \times 0,3 \text{ см}$, $H = 40$ и 20 см ; 3, 4 – $1,0 \times 2,0 \times 0,3 \text{ см}$, $H = 20$ и 40 см ; б) крестообразный маркер $1,5 \times 1,5 \times 0,3 \text{ см}$: 1, 2 – $H = 20$ и 40 см

Необходимо отметить следующую интересную особенность: после помещения на поверхность вихря в области его периферии маркер в виде диска «подхватывается» потоком жидкости и начинает движение к центру вихря с одновременным обращением его центра масс в том же направлении, в котором вращается вихрь. Одновременно с этим сам маркер начинает вращаться

относительно оси, проходящей через его центр масс, в противоположном направлении. По мере продвижения к центру вихревой воронки маркер попадает в переходную область, пересекает границу между твердотельным и периферийным типами вращения вихря и постепенно меняет собственное вращение относительно центра масс на противоположное которое сохраняется после полного перехода маркера в область твердотельного вращения, что соответствует теоретической модели.

Рисунок	Линия	Маркер	Размеры, см	Глубина жидкости, см	$\Delta\gamma / \Delta\psi$
4.2.4, а	1	Прямоугольник	0,5×1,0	40	0,595
	2			20	0,587
	3		1,0×2,0	20	0,518
	4			40	0,558
4.2.4, б	1	Крест	1,5×1,5	20	0,590
	2			40	0,532

Таблица 4.2.1 – Линейная интерполяция $\gamma(\psi)$

Таким образом, эксперименты показали, что движение маркера, размещенного на поверхности вихревой полости, является сложным и включает в себя тангенциальное смещение (вращение относительно центра потока вихревой полости), радиальное смещение и вращение относительно своей собственной оси. Характер движения зависит от условий эксперимента (глубина жидкости и скорость диска активатора), типа жидкости (гомогенная или двухслойная с масляной пленкой) и формы маркера. Экспериментальная зависимость угла вращения от угла поворота в области вращения твердого тела

хорошо согласуется с теоретической зависимостью (4.2.27), полученной на основе предложенной математической модели.

4.3 Экспериментальное исследование переноса смешивающейся примеси с твердотельного маркера на поверхности вихревого течения

Для уточнения картины течения и измерения скорости вращения свободной поверхности жидкости в составном вихре проведена серия экспериментов, где в качестве индикаторов использованы одновременно твердые и растворимые маркеры. На свободную поверхность установившегося вихревого течения с выбранными параметрами помещался твердый маркер, на который дополнительно был нанесен слой растворимого красителя контрастного цвета. На рисунке 4.3.1, *а* приведена фотография из эксперимента с применением подкрашивающей примеси (уранила). Параметры данного эксперимента: глубина $H = 40$ см, радиус диска $R = 7,5$ см, частота вращения диска $\Omega = 200$ об/мин.

На рисунке 4.3.1, *б* схематично изображено распространения опережающий и запаздывающий рукавов от маркера, где R_m – радиальная координата маркера относительно центра свободной поверхности, радиальные положения R_{fi} – конца опережающего и R_{bi} – конца запаздывающего окрашенных рукавов относительно центра вращающейся свободной поверхности, φ_m – угол поворота маркера относительно центра вращающейся свободной поверхности, φ_{fi} и φ_{bi} – угловые положения концов опережающего и запаздывающего окрашенных рукавов.

После размещения твердого плавучего маркера с нанесенным красителем на свободной поверхности составного вихря краситель сходит (смывается) с него порциями, каждая порция красителя формирует окрашенную область – рукав. Полученные данные о перемещении твердотельного маркера по свободной поверхности (без учета окрашенных спиральных структур) обрабатывались автоматизировано.

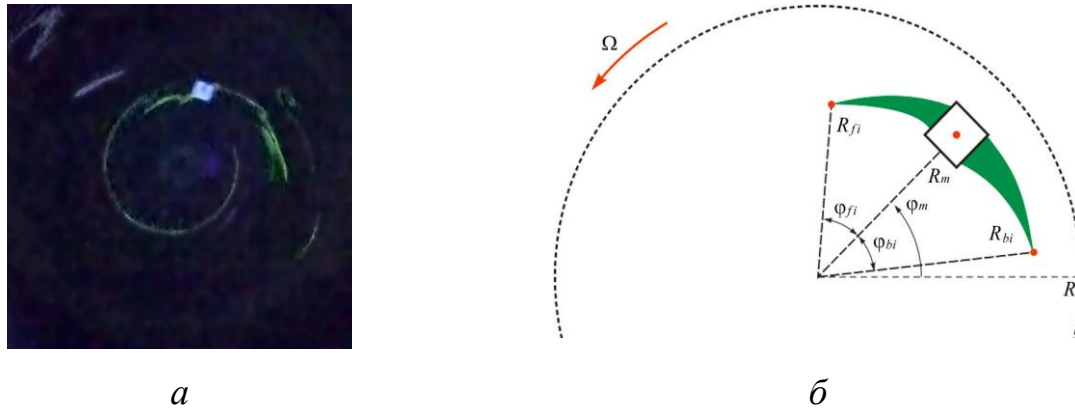


Рисунок 4.3.1 – Распространение подкрашивающей примеси относительно твердотельного маркера: а) фото, б) схема

Полученные данные позволили найти зависимости изменения угловых положений опережающих и запаздывающих рукавов краски от времени и выполнить их аппроксимацию функциями вида $\varphi_{fi} = at + b$ и $\varphi_{bi} = at + b$, где t – время, прошедшее с момента размещения маркера на свободной поверхности течения, φ_{fi} – угловое положение опережающего, φ_{bi} – запаздывающего рукавов краски. Рукава уранила сходят с твердотельного маркера порциями. На рисунке 4.3.2 изображена зависимость угловых положений опережающих рукавов, на рисунке 4.3.3 – запаздывающих рукавов.

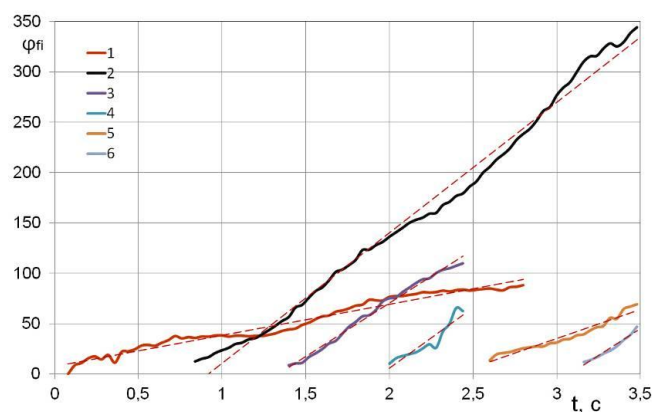


Рисунок 4.3.2 – Зависимость угловых положений опережающих окрашенных рукавов от времени, рукав отходит от маркера в момент времени: 1 – $t = 0,12$ с, 2 – $t = 0,84$ с, 3 – $t = 1,4$ с, 4 – $t = 2$ с, 5 – $t = 2,6$ с, 6 – $t = 3,16$ с

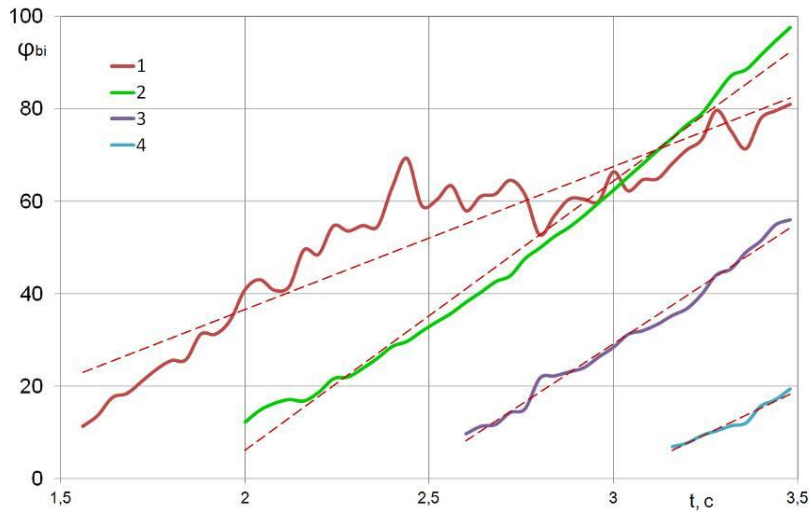


Рисунок 4.3.3 – Зависимость угловых положений запаздывающих рукавов краски от времени, рукав отходит от маркера в момент времени:

$$1 - t = 1,56 \text{ с}, 2 - t = 2 \text{ с}, 3 - t = 2,6 \text{ с}, 4 - t = 3,16 \text{ с}$$

Была построена линейная аппроксимация для каждого опережающего рукава (Таблица 4.3.1) и каждого запаздывающего рукава (Таблица 4.3.2). в виде функции: $\varphi_{fi} = at + b$.

Таблица 4.3.1

	a , град/с	Δa , %	b , град	Δb , %	S	\bar{S}
φ_{f1}	30,50	0,72	8,28	1,19	4,61	5,15
φ_{f2}	129,76	1,68	-119,26	3,86	10,57	
φ_{f3}	106,30	2,06	-142,23	4,00	3,26	
φ_{f4}	119,83	13,90	-233,79	30,91	6,34	
φ_{f5}	57,62	3,11	-137,51	9,49	3,86	
φ_{f6}	105,96	7,78	-325,85	25,85	2,25	

Таблица 4.3.2

	a , град/с	Δa , %	b , град	Δb , %	S	\bar{S}
φ_{b1}	30,95	1,73	-25,23	4,47	6,788	3,07
φ_{b2}	58,27	1,16	-110,35	3,21	3,082	
φ_{b3}	52,41	1,27	-128,05	3,87	1,575	
φ_{b4}	38,25	2,88	-114,72	9,58	0,835	

Поведение первых порций краски на свободной поверхности отличается от последующих. Интервал между последовательностями порций красителя составляет 0,6 с для опережающих рукавов и 0,5 с для запаздывающих рукавов.

Проведенные эксперименты по размещению на свободной поверхности составного вихря твердотельного маркера с нанесенным растворимым красителем наглядно демонстрируют наличие опережающего и запаздывающего относительно твердотельного маркера рукавов красителя. Подкрашивающая примесь распространяется по свободной поверхности составного вихревого течения порциями, отходя от маркера как вперед, так и назад приблизительно в одно и тоже время, и временные интервалы между образованием новых порций приблизительно равны.

4.4 Исследование конвективных вихревых течений, формирующихся при таянии льда, в многокомпонентных средах

Горизонтальные границы раздела льда и воды повсеместно распространены в нашей стране и характерны для зимнего периода, а также в течение всего года для полярных регионов. Такие границы расположены внизу ледовых шельфов, а также под морским, речным и озерным льдом. Необходимо отметить, что таяние шельфовых ледников по нижней кромке в последние десятилетия привело к существенному увеличению потока массы от ледников в

океан. Интерес представляют течения, возникающие на границе вода-лед в различных природных и рукотворных системах.

Течения в системах с горизонтальной границей между льдом и водой определяется силой плавучести, сдвиговыми напряжениями, составом воды и льда, а также шероховатостью и неоднородностью поверхности льда. Лабораторные эксперименты позволяют провести исследование задачи в упрощенной форме, исключив большинство слабо контролируемых факторов. Постановка эксперимента упрощает задачу и сводит ее термодинамическую часть к задаче свободной конвекции под гладкой поверхностью раздела. Более того, задача (исключая момент размещения ледяного блока на твердой подложке) всегда состоит в исследовании системы с плоской границей раздела пресный лед – пресная вода. Известны аналогичные исследования в численной постановке [94]. Установлено что в подобных системах ледяной блок в большинстве случаев вращается.

Явления с вращением ледяных блоков (дисков) различных размеров – от единиц до сотни метров – также возникают на замерзших пресноводных водоемах (рисунок 4.4.1). По данным из различных источников ([95 - 97]) следует заключить, что угловые скорости вращения таких ледяных дисков имеют порядок единиц градусов в секунду.



а



б

Рисунок 4.4.1 – Вращающиеся ледяные диски на поверхности пресноводных водоемов

Механизм вращения ледяных дисков еще не достаточно изучен. В настоящей работе описаны эксперименты с ледяными дисками, размещенными на твердых горизонтальных поверхностях (алюминий, полиметилметакрилат, стекло, пенопласт, керамика) и на поверхности резервуара с покоящейся водой. Обнаружено, что ледяной диск начинает самопроизвольно вращаться в большинстве проведенных опытов. Наблюдения показали, что в случае помещения ледяного блока на поверхность воды, под поверхностью раздела лед-вода образуется выраженное вертикальное течение, которое и служит причиной вращения.

Необходимо отметить, что в дальнейшем в тексте слово «лед» будет обозначать замороженную отстоянную водопроводную пресную воду. В случае добавления в состав пресной воды вспомогательных веществ при замораживании об этом будет упоминаться дополнительно.

Вращение льда на твердых поверхностях

В ходе экспериментов специально подготовленные ледяные блоки – круговые цилиндры высотой 0.5 см и диаметром 1 и 2 см – помещались на горизонтальную твердую поверхность (алюминий, полиметилметакрилат, стекло, пенопласт, керамика). Регистрация перемещения и вращения ледяных блоков облегчалась тем, что при подготовке внутрь вмораживается специальный маркер-указатель и по изменению его ориентации легко отслеживать изменение положения, в том числе и углового, ледяного блока. Все эксперименты производились при комнатной температуре (20°C), регистрация картины возникающих перемещений производилась видеокамерой, закрепленной на штативе. Во всех экспериментах зарегистрировано вращение цилиндрического ледяного блока вокруг вертикальной оси (рисунок 4.4.2).

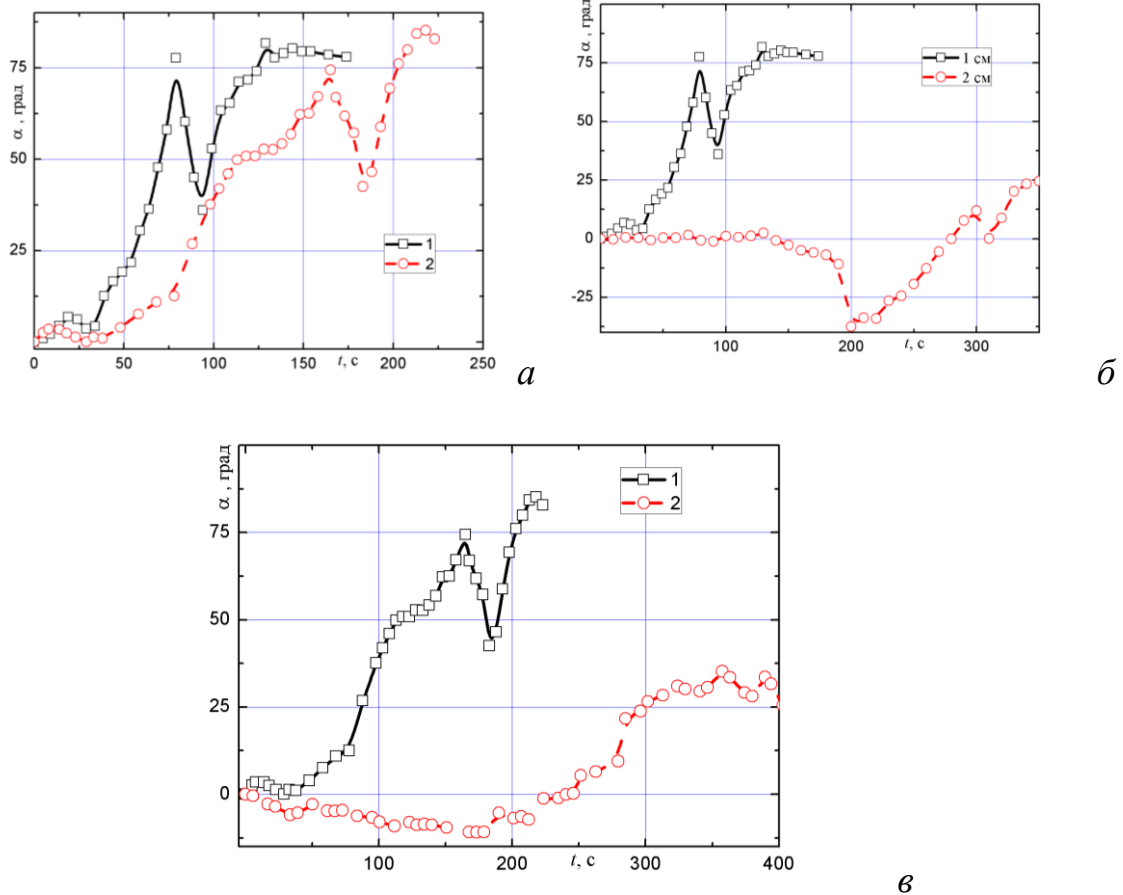


Рисунок 4.4.2 – Зависимость угла поворота ледяного блока от времени: *а*) – диаметр блока 1 см на подстилающей поверхности из алюминия (1) и фарфора (2); *б*) – ледяные блоки диаметром 1 (1) и 2 (2) см на подложке из алюминия; *в*) – ледяные блоки диаметром 1 (1) и 2 (2) см на фарфоровой подложке

Во всех экспериментах преобладает циклоническое направление вращения (рисунок 4.4.2), скорость вращения и количество полных оборотов, совершенных ледяным блоком, зависит как от материала подложки, так и от размера (массы) ледяного цилиндра. Чем меньше масса ледяного блока, тем большее количество оборотов вокруг собственной оси он успевает совершить до полного таяния. Характерной особенностью всех проведенных экспериментов можно назвать то, что происходит кратковременный срыв вращения в противоположную сторону (по часовой стрелке), а затем – продолжается вращение с нарастанием угловой координаты. Следует также отметить, что при схожих теплоемкостях подстилающего материала все

процессы существенно ускоряются с увеличением теплопроводности материала подложки (у алюминия теплопроводность выше на два порядка, чем у остальных использованных материалов).

Также были проведены экспериментальные исследования поведения цилиндрических ледяных маркеров на твердых поверхностях с тонким слоем углеводородов (рисунок 4.4.3).

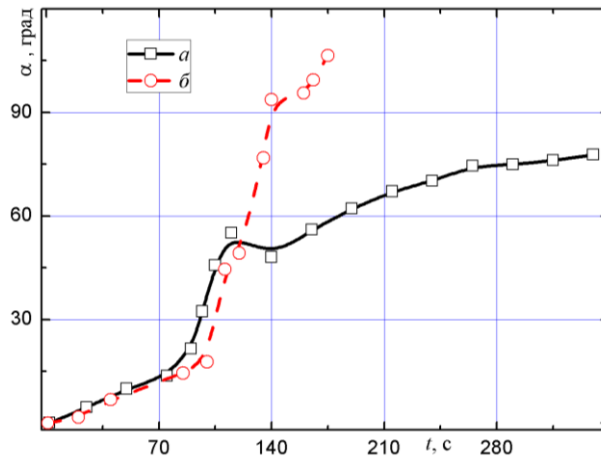


Рисунок 4.4.3 – Зависимость угла поворота ледяного цилиндрического маркера (диаметр 2 см, высота 1 см) помещённого на фарфоровую поверхность: а) – чистую, б) – с добавлением 10 мл бензина АИ-92.

Проведенные опыты показывают, что на поверхности с добавлением углеводородов, лед тает и вращается быстрее.

Самопроизвольное вращение льда на поверхности воды

Во многих источниках приводятся данные о вращении льда на поверхности пресной воды. Проведены эксперименты с целью выяснения параметров возникающего самопроизвольного вращения льда. В ходе проведения исследований также выяснена динамика таяния льда – изменения массы ледяного маркера, помещенного на поверхность воды, при температуре 20°C со временем (рисунок 4.4.4).

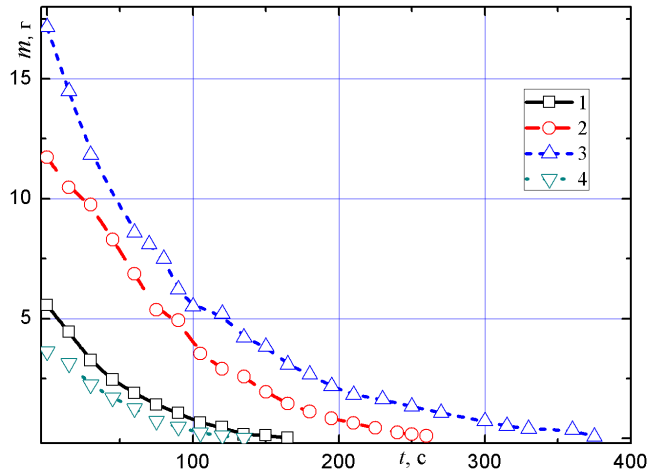


Рисунок 4.4.4 – Уменьшение массы ледяного блока со временем: 1 – 4 начальные массы 17.2, 11.7, 5.6, 1.9, г соответственно.

Потеря массы носит экспоненциальный характер, и все графики с рисунка 4.4.4 могут быть интерполированы экспоненциальными зависимостями со схожими коэффициентами (при обезразмеривании). Погрешности коэффициентов построенных интерполяций в виде $m = m_0 \exp(-am_0 t)$ для показателя степени a лежат в пределах 1% и уменьшаются с ростом первоначальной массы ледяного блока.

После размещения ледяного блока в форме кругового цилиндра на поверхности покоящейся воды наблюдалось вращение. Маркеры изо льда во всех случаях вращаются против часовой стрелки. Скорость вращения увеличивается с ростом температуры воды, при температуре воды в резервуаре 5°C и ниже вращение останавливается. Данный факт указывает на то, что механизм вращения льда на поверхности воды связан с аномалией плотности, характеризующей пресную воду – максимальная плотность воды достигается при температуре 4°C.

Для визуализации течения, возникающего в толще жидкости под размещенным на поверхности воды ледяным блоком, в ходе замораживания в воду добавлялся краситель – его высвобождение при таянии льда служит индикатором возникающего течения. Данный сравнительно несложный

эксперимент позволяет наблюдать образование вихревого течения непосредственно под ледяным блоком (рисунок 4.4.5).

Механизм возникновения нисходящего течения тесно связан с данной аномалией – охлажденная до 4°C вследствие таяния ледяного блока и перемешивания вода начинает погружаться. Непрерывный процесс таяния льда порождает непрерывный поток массы, направленный против вектора силы тяжести. Такое течение в направлении от диска вглубь жидкости служит основой для возникновения вихря непосредственно под тающим ледяным блоком, вследствие чего сам ледяной блок приходит во вращение.

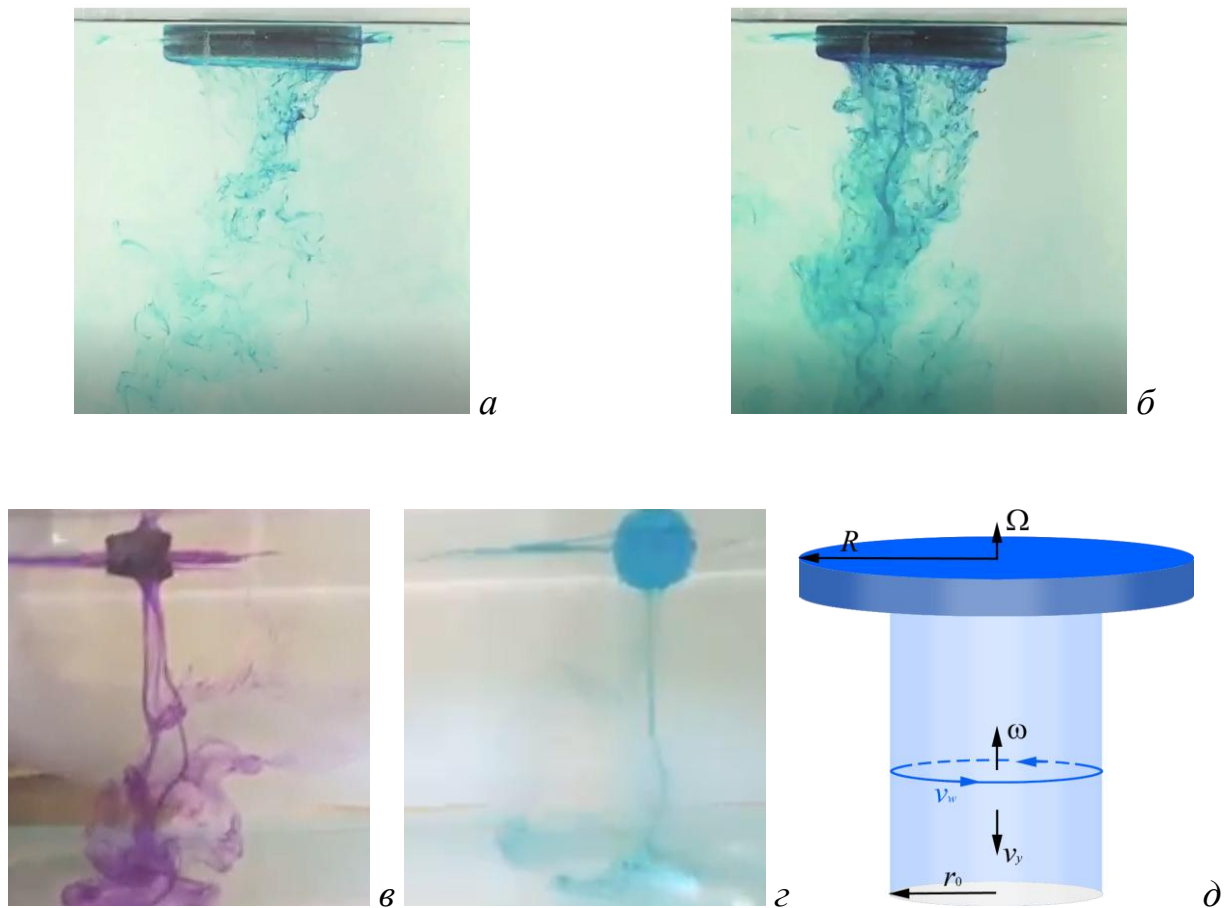


Рисунок 4.4.5 – Образование нисходящего течения и вихря под ледяным блоком на поверхности воды: *a – e*) - вид сбоку для ледяных блоков различной окраски в различные моменты времени, *д*) схема (вертикальная струя со скоростью v_y , вихрь в жидкости с угловой скоростью ω , приводит во вращение ледяной диск со скоростью Ω)

В ходе проведенных экспериментов зарегистрировано вращение ледяных блоков разного размера на поверхности покоящейся жидкости (рисунок 4.4.6, *а*), а также прослежена закономерность уменьшения частоты вращения ледяного блока с уменьшением толщины слоя покоящейся воды под ним – в частности в наших экспериментах при глубине жидкости 3 см вращение ледяного блока практически прекращалось (рисунок 4.4.6, *б*).

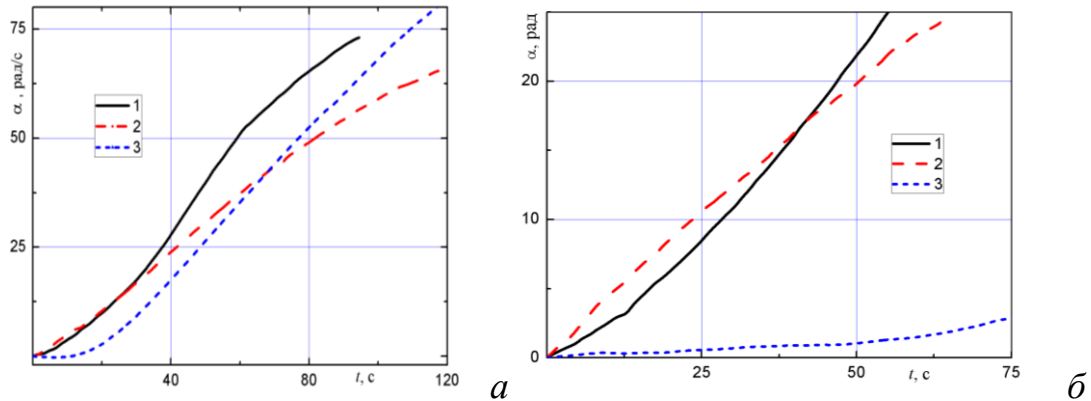


Рисунок 4.4.6 – Зависимости углового положения ледяных блоков от времени: *а*) глубина воды 5 см, горизонтальные размеры ледяных блоков: 1 – 13 мм, 2 – 20 мм, 3 – 25 мм; *б*) ледяной блок размером 20 мм, высота слоя жидкости: 1 – 10 см, 2 – 5 см, 3 – 3 см

Также наблюдалось заметное замедление вращения ледяных блоков при размещении их на поверхности покоящейся соленой воды (рисунок 4.4.7).

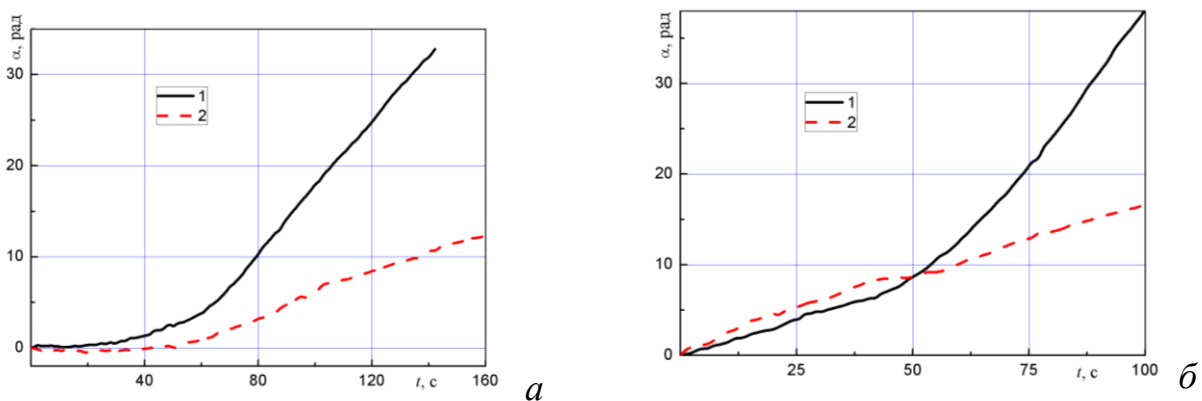


Рисунок 4.4.7 – Различия скорости вращения ледяных блоков на поверхности слоя пресной (1) и соленой (2) воды (1.35 г/см^3) глубиной 3 см: горизонтальный размер блока *а*) 27 мм, *б*) 13 мм

В отношении измерения скорости перемещения частиц может применяться модель тепловой струи. Поток плавучести P определяется в [99] как

$$P = \frac{Ag}{\rho_w c_p} Q \quad (4.4.1)$$

где ρ_w и c_p – плотность воды и ее теплоемкость при постоянном давлении, A – коэффициент теплового расширения воды, g – ускорение свободного падения, Q – поток тепла. Этот поток тепла можно оценить, определив поток массы dm/dt ледяного диска, если учесть, что параллельно идут нагревание от -5 до 0°C и плавление льда, в виде:

$$Q = (\Lambda + C_{ice}\Delta T) \frac{dm}{dt} \quad (4.4.2)$$

где Λ , C_{ice} – скрытая теплота плавления и удельная теплоемкость льда.

Далее для определения вертикальной скорости жидкости в центре нисходящей струи справедлива оценка

$$V_y \approx \left(\frac{P}{y} \right)^{1/3} \quad (4.4.3)$$

Для проведенных экспериментов с учетом проведенной интерполяции скорости таяния ледяных блоков различной начальной массы получены оценки значений вертикальных скоростей, приведенные в Таблице 4.4.1.

Обобщая имеющиеся соотношения получим, что оценка вертикальной скорости может быть выполнена с использованием соотношения

$$V_y \approx \left(\frac{Ag}{\rho_w c_p y} (\Lambda + C_{ice}\Delta T) \delta m \right)^{1/3} \quad (4.4.1)$$

где $A = 150 \cdot 10^{-6}$, $\rho_w = 1000 \text{ кг/м}^3$, $c_p = 4200 \text{ Дж/(кг К)}$, $C_{ice} = 2060 \text{ Дж/(кг К)}$,
 $g = 10 \text{ м/с}^2$, $T = 20^\circ\text{C}$, а характерные значения вертикального масштаба – от 3 до 10 см.

Начальная масса ледяного блока m_0 , Г	Коэффициент a в интерполяции динамики изменения массы ледяного блока $m = m_0 \exp(-am_0 t)$	Поток тепла Q , Дж	Вертикальная скорость v_y , см / с
1.9	0.0212	0.0279	0.07
5.6	0.0194	0.2052	0.13
11.7	0.0118	0.5557	0.19
17.2	0.0105	1.0561	0.23

Таблица 4.4.1 – Параметры возникающего под тающим ледяным блоком течения

Полученные значения вертикальных скоростей согласуются с величинами, наблюдаемыми в ходе экспериментов.

Выводы к Главе 4

Эксперименты показали, что движение маркера, размещенного на поверхности вихревой полости, является сложным и включает в себя тангенциальное смещение (вращение относительно центра потока вихревой полости), радиальное смещение и вращение относительно своей собственной оси. Характер движения зависит от условий эксперимента (глубина жидкости и скорость диска активатора), типа жидкости (гомогенная или двухслойная с масляной пленкой) и формы маркера.

Предложена теоретическая модель, объясняющая движение маркеров, помещенных на поверхность вихревого течения в однокомпонентной жидкости. Экспериментально показано, что при помещении маркера на поверхность вихря в области его периферии он начинает движение к центру вихря с одновременным обращением его центра масс в том же направлении, в котором вращается вихрь, при этом сам маркер начинает вращаться относительно оси, проходящей через его центр масс, в противоположном направлении. По мере продвижения к центру вихревой воронки маркер попадает в переходную область, пересекает границу между твердотельным и периферийным типами вращения вихря и постепенно меняет собственное вращение относительно центра масс на противоположное, которое сохраняется после полного перехода маркера в область твердотельного вращения, что соответствует теоретической модели.

Получено уравнение, описывающее движение центра масс маркера и представляющее логарифмическую спираль на поверхности вихревой воронки, которая совпадает с траекториями жидких частиц вблизи свободной поверхности. Таким образом, маркер увлекается приповерхностным потоком и совершает дополнительное вращение, обусловленное ненулевым моментом вязких сил, действующих на его нижнюю поверхность со стороны жидкости. Как в периферийной области, так и в области твердотельного вращения углы поворота маркера относительно собственной оси и центра масс маркера относительно оси вращения воронки связаны соотношением вида $\gamma = \psi/2$, которое справедливо для всех форм маркера, имеющих центральную симметрию. Экспериментальная зависимость угла вращения от угла поворота в области вращения твердого тела хорошо согласуется с теоретической зависимостью, полученной на основе предложенной математической модели.

Проведенные эксперименты по размещению на свободной поверхности составного вихря твердотельного маркера с нанесенным растворимым красителем наглядно демонстрируют наличие опережающего и запаздывающего относительно твердотельного маркера рукавов красителя.

Подкрашивающая примесь распространяется по свободной поверхности составного вихревого течения порциями, отходя от маркера как вперед, так и назад приблизительно в одно и тоже время, и временные интервалы между образованием новых порций приблизительно равны.

Исследовано спонтанное вращение ледяных блоков разных размеров, помещенных как на твердую поверхности (алюминий, полиметилметакрилат, стекло, пенопласт, керамика), так и на поверхность бассейна с покоящейся водой определенной глубины при заданной температуре. При плавлении ледяной блок служит источником вихревого течения, возникающего под его погруженной поверхностью. Механизм возникновения нисходящего течения тесно связан с данной аномалией плотности – охлажденная до 4°C вследствие таяния ледяного блока и перемешивания вода начинает погружаться. Непрерывный процесс таяния льда порождает непрерывный поток массы, направленный против вектора силы тяжести.

Глава 5 МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗЛИВА УГЛЕВОДОРОДОВ НА ПОВЕРХНОСТИ ВОДЫ

Нефть, газ и уголь остаются главными природными источниками, удовлетворяющими потребности человечества в энергии. В мировых запасах горючих ископаемых нефть составляет 10 %, а уголь – 70 %. В настоящее время эксплуатируют около 10–15 % запасов разведанных угольных месторождений и около 65–70 % – нефтяных. Аварийные выбросы нефти возможны на всех этапах её продвижения от устья скважин до установок переработки нефти на нефтеперерабатывающих заводах. Аварии с утечками нефти происходят при добыче, сборе и хранении нефти, из резервуаров, при сливноналивных операциях, отпуске нефтепродуктов потребителям, при транспортировании по трубопроводам и т.д. Величина утечек достигает больших значений и, по данным различных источников, составляет от 5 до 17% добываемой продукции [100]. При этом не только теряется ценное сырьё, но и наносится значительный вред окружающей среде. Причины попадания углеводородов в окружающую среду, характеристика источников и оценка величины загрязнений на объектах нефтегазодобычи достаточно полно освещены в литературе [101 - 110]. Попадая в природные экосистемы, нефтяные углеводороды вызывают нарушение биологического равновесия в течение длительного времени.

Список крупных катастроф, связанных с нефтяной промышленностью, приведен в Таблице 5.1.

Вопросами загрязнения океана нефтепродуктами и, в частности, динамикой нефтяных пятен на поверхности акваторий стали активно заниматься в шестидесятых годах 20-го века. По мнению многих исследователей, нефтяная пленка – одна из самых распространенных форм существования нефти как загрязняющего океан вещества.

Место катастрофы	Год	Название судна/источника утечки	Количество нефти, тыс. тонн
Мексиканский залив	2010	Дипвотер Хорайзон, платформа	460
Аравийское море	2003	Тасман Спирит	60
Бискайский залив	2002	Престиж	90
Аденский залив	2002	Лимбург	300
Средиземное море, Италия	1991	Амоко Хавен	144
Атлантический океан, берега Анголы	1991	АБТ Саммер	260
Индийский океан, ЮАР	1983	Кастило де Бельвер	252
Персидский залив	1983	Новруз	250
Мексиканский залив	1980	Икстоц I, платформа	467
Залив Наварино, Греция	1980	Иренес Серенад	100
Карибское море	1979	Атлантик Эмпресс	290
Атлантическое побережье Франции	1978	Амоко Кадис	223
Оманский залив	1972	Си Стар	115
Острова Силли, Великобритания	1967	Торей Кэньон	119

Таблица 5.1 – Крупнейшие разливы углеводородов в новейшей истории

Один из важнейших вопросов при оценке экологических последствий аварийных разливов нефти в море – определение продолжительности

существования пятна нефти на его поверхности. Критерием идентификации пятна нефти и, следовательно, оценкой времени его существования служит минимальная толщина слика, при достижении которой пятно перестает существовать как единое целое, и дальнейшее увеличение зоны загрязнения происходит за счет диффузионного разноса отдельных пятен. Для разных сортов нефти оценка этой толщины находится в пределах от 4 до 100 мкм [111]. К этому моменту в пятне может находиться от 15 до 35% первоначального объема нефти в виде конгломератов тяжелых смолистых фракций.

При планировании и проведении работ по борьбе с аварийными разливами углеводородов возникает необходимость прогнозирования распространения нефти в море. Такие прогнозы позволяют, в частности, предупреждать о возможности загрязнения нефтью береговой зоны, о пересечении нефтяным пятном районов интенсивной хозяйственной деятельности, курсов судов и т. д. Распространение нефти в море при аварийных разливах представляет собой сложный процесс, для описания которого необходим учет большого количества разнообразных факторов. Время существования нефтяного пятна нелинейно зависит от скорости ветра и объема первоначального разлива. Результаты численного моделирования показали, что при изменении скорости ветра от 2.5 до 25 м/с время существования пятна уменьшается в 16 раз, а при изменении от 10 до 25 м/с только в 3 раза. В целом, время существования пятна примерно пропорционально корню квадратному из объема разлива нефти [112 - 113].

В последние годы различными государствами большие усилия прилагаются к усовершенствованию систем предупреждения и ликвидации последствий аварийных разливов нефти и нефтепродуктов, но проблема все же остается актуальной. Для снижения возможных негативных последствий особого внимания требует изучение способов локализации, ликвидации разливов нефтепродуктов и разработки дополнительного комплекса

мероприятий по сбору и утилизации углеводородов, попавших во внешнюю среду.

В данной главе классифицированы возможные источники разливов нефти и нефтепродуктов, вероятные риски разливов нефти при ее добыче на суше и на морском шельфе, а также при хранении и транспортировке нефти и нефтепродуктов вследствие аварий. Приводятся результаты исследования процесса растекания углеводородов с различными физико-химическими свойствами по поверхности воды, а также сравнение полученных аналитически выражений, описывающих установившуюся форму поверхности пятна углеводородов на поверхности воды, с наблюдаемыми в экспериментах формами для различных значений параметров эксперимента. Приводится обзор существующих методик и сорбентов для ликвидации углеводородов с поверхности воды, изучены их характеристики и принцип работы устройств, которые в настоящее время используются для ликвидации разливов нефти. Предложен оригинальный способ ликвидации разливов углеводородов с помощью природного сорбента – натуральной овечьей шерсти. Проведенная флуоресцентная диагностика очищенной от нефтяных загрязнений воды сорбентом на основе овечьей шерсти, показала, что шерсть эффективно сорбирует загрязнения и может успешно применяться для ликвидации поверхностных разливов различных углеводородов на водных объектах в двух режимах: с надводного судна и с берега водоема.

5.1 Эволюция нефти на поверхности воды

Нефть - природная маслянистая горючая жидкость, смесь углеводородов. Физико-химические свойства нефти могут меняться в большом диапазоне в зависимости от её состава [114 - 116]):

- Плотность 0.65-1.05 г/см³;
- Вязкость 2-300 мм²/с;
- Молекулярная масса 220-400 г/моль;

- Содержится 82-87% углерода, 11-14% водорода и 0.4-1.0% различных примесей, таких как кислород, азот, сера и др.;
- Температура вспышки - минимальная температура, при которой образуется воздушная смесь с парами нефтепродукты, способная к кратковременному воспламенению от внешнего источника - лежит в диапазоне от 35°C до 120°C;
- Температура кристаллизации лежит в диапазоне от - 60°C до +30°C, и зависит, в особенности, от содержания в нефти парафинов.

Цвет нефти может варьироваться от светло-жёлтого до почти чёрного.

При попадании на поверхность воды нефть сразу начинает претерпевать изменения, связанные с воздействием различных физико-химических факторов. Такое взаимодействие нефти с окружающей средой можно разделить на несколько стадий: растекание, испарение, растворение, эмульгирование, рассеивание, окисление, диспергирование (рисунок 5.1.1).

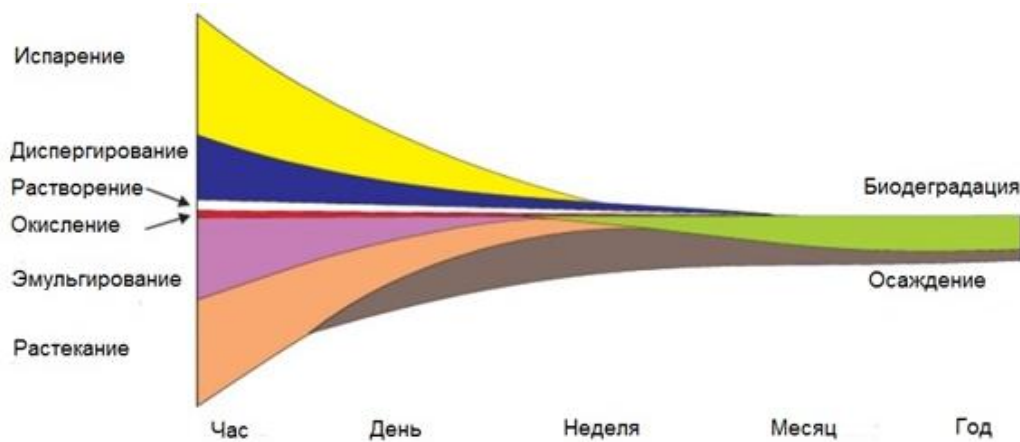


Рисунок 5.1.1 – Эволюция нефти на поверхности воды [117]

Все эти процессы занимают различное время и задействуют разные фракции нефти - одни происходят с лёгкими компонентами, а другие с более тяжёлыми, и под их воздействием состав нефтепродуктов меняется. Так, в первый день после разлива основными процессами являются испарение, диспергирование, эмульгирование и растекание. Через неделю лёгкие фракции улечиваются, и

оставшиеся углеводороды подвергаются биодegradации. Также нефть имеет свойство сорбировать твёрдые частицы, находящиеся в воде, образуя агрегаты и осаждаясь на дно в виде твёрдого осадка [101]. Эти процессы могут длиться от нескольких недель до нескольких лет. Рассмотрим подробнее механизмы перечисленных процессов.

5.1.1 Растекание

В случае нефти на открытой воде растекание происходит под действием ветра, поверхностных течений, сил поверхностного натяжения и гравитации, образуя области, покрытые тонкими нефтяными плёнками толщиной в тысячи молекулярных слоёв [102]. В отсутствие ветра и течений 1 м^3 сырой нефти может растечься на площади радиусом 50 м за 1.5 ч [118]. Факторами, влияющими на динамику растекания нефти, являются ветер и поверхностные течения. Так, чем больше скорость ветра, тем быстрее растекается пятно. Оно вытягивается вдоль направления ветра и быстро истончается, после чего может распасться на более мелкие пятна. Скорость этого процесса зависит от соотношения между коэффициентами поверхностных натяжений:

$$\sigma = \sigma_{wa} - \sigma_{wo} - \sigma_{oa}$$

где σ_{wa} – поверхностное натяжение на границе вода-воздух, σ_{wo} – поверхностное натяжение на границе вода-нефть, σ_{oa} – поверхностное натяжение на границе нефть-воздух.

Само понятие коэффициента поверхностного натяжения напрямую связано с изобарным потенциалом, или энергией Гиббса (G), по формуле [119]:

$$\sigma = \left(\frac{\partial G}{\partial S} \right)_{P, T, n_i}$$

где S – площадь соприкосновения фаз, P – давление, T – температура, n_i – концентрации веществ в фазах.

Рассмотрим систему «масло на воде» при постоянных температуре и давлении. Тогда:

$$\partial G = \sum \sigma_i dS$$

Если площадь капли масла увеличится на dS , то на эту же величину увеличатся площади границ раздела вода-масло и масло-воздух, и, при этом уменьшится площадь вода-воздух. Отсюда следует, что:

$$dG = \sigma_{wo} dS + \sigma_{oa} dS - \sigma_{wa} dS$$

Тогда для самопроизвольного процесса увеличения площади контакта вода-масло (растекания) такого, что $dS > 0$, $dG < 0$, можно ввести критерий растекания по Гаркинсу:

$$K = \sigma_{wo} + \sigma_{oa} - \sigma_{wa}$$

Растекание возможно при $K > 0$.

Существует несколько моделей растекания нефти по поверхности воды, основанных на гидродинамических уравнениях. В модели, предложенной Фэем в 1969 году, процесс растекания углеводородов можно разделить на следующие фазы [120]:

- инерционная – происходит за счёт баланса горизонтального градиента давления и сил инерции, скорость роста радиуса пятна определяется соотношением: $R = (\Delta g v t^2)^{1/4}$
- гравитационно-вязкая происходит за счёт баланса горизонтального давления и сил вязкости, $R = (\Delta g V^2 t^{3/2} \nu^{-1/2})^{1/6}$
- фаза поверхностного натяжения – основными действующими силами являются вязкость и поверхностное натяжение, $R = (\sigma^2 t^3 \rho^{-2} \nu)^{1/4}$
- фаза прекращения роста пятна,

где R – радиус пятна, V – объём разлитой нефти, t – время, Δ – относительная плотность воды, определяемая формулой $\Delta = \frac{\rho_w - \rho_o}{\rho_w}$, ν – кинематическая вязкость воды, выражение для σ было определено выше, g – ускорение свободного падения, ρ_w и ρ_o – плотности воды и нефти соответственно. Время действия фаз рассчитывается по диаграммам Хоулта в зависимости от объёма разлива [111]. Однако, радиус пятна, рассчитанный по

формулам Фэя, оказывается существенно меньше полученного экспериментально.

В Таблице 5.1.1 приведены характеристики фаз по Фэю. Здесь k_i^j – параметр, углеводородов определяемый экспериментально. Длительность фаз приведена для 10 литров углеводородов.

Название фазы	Длительность, с	Длина пятна	Радиус пятна
Инерционная	$10^3 - 10^4$ (часы)	$k_{g-i}^1 \left(\frac{gV\Delta}{d}\right)^{1/3} t^{2/3}$	$k_{g-i}^2 (gV\Delta)^{1/4} t^{1/2}$
Гравитационно-вязкая	$10^4 - 10^6$ (дни)	$k_{g-v}^1 \left(\frac{gV\Delta}{d^2 \rho_w v_w^{1/2}}\right)^{1/3} t^{2/3}$	$k_{g-v}^2 \left(\frac{g\rho_o \Delta V^2}{\rho_w v_w^{1/2}}\right)^{1/6} t^{1/4}$
Поверхностного натяжения	10^6 (месяцы)	$k_{v-r}^1 \left(\frac{\sigma}{\rho_w v_w^{1/2}}\right)^{1/2} t^{1/2}$	$k_{v-r}^1 \left(\frac{\sigma}{\rho_w v_w^{1/2}}\right)^{1/2} t^{3/4}$

Таблица 5.1.1 – Характеристики фаз разлива углеводородов по поверхности воды

В работах Фэя [120] также приведен график зависимости радиуса от времени (рисунок 5.1.2).

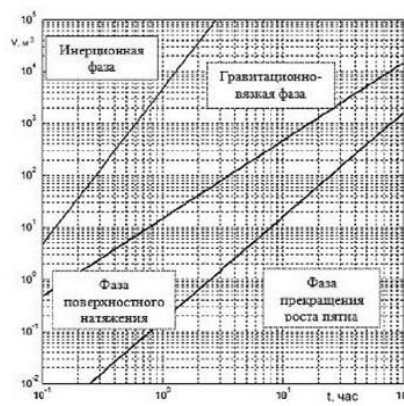
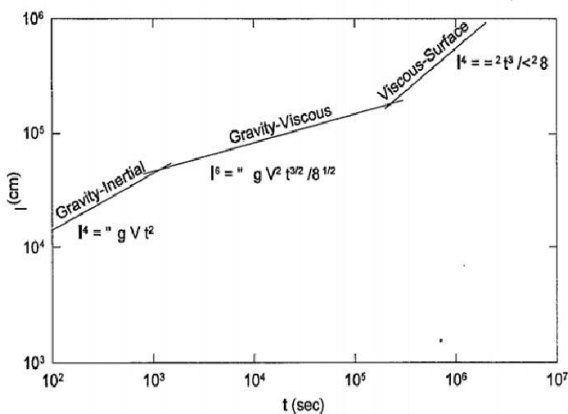


Рисунок 5.1.2 – Зависимость радиуса пятна нефти на поверхности воды от времени

Рисунок 5.1.3 – Номограмма Хоулта

Длительность фаз определяется по номограммам Хоулта (рисунок 5.1.3). По оси ординат отложены возможные объёмы разлива, по оси абсцисс – время. Пользуются номограммами следующим образом: выбирается необходимый объем разлива, например – 10000 л. Двигаясь по номограмме вправо от этого значения до пересечения с линией фазы, получаем, что время действия инерционной фазы для этого объёма – порядка 360 с, гравитационно-вязкой фазы – 2800 с, фазы поверхностного натяжения - около 8 часов.

5.1.2 Перемещение (адвекция)

Дрейф слика определяется такими внешними факторами, как течение, скорость и направление ветра. Согласно [115], скорость дрейфа пятна определяется по формуле:

$$U = u_w + 0.56 u_c$$

где u_w – скорость ветрового дрейфа, u_c – скорость дрейфа, вызванного течениями. Скорость ветрового дрейфа составляет около 3% от скорости ветра. Из-за действия силы Кориолиса направление дрейфа слика может отклоняться от направления скорости ветра.

5.1.3 Испарение

Начинается практически сразу после того, как нефть попала на поверхность воды. При испарении часть разлитой нефти переходит в атмосферу. В этом процессе нефтяной слик теряет до 40% своего первоначального объёма [118]. В течение первых суток после разлива испаряется 50% соединений, содержащих 13-14 атомов углерода, а к концу 3-й недели - до 50% соединений с 17 атомами углерода. Этот процесс может продолжаться до нескольких лет, но самые лёгкие фракции (пропан, бутан) улетучиваются в течение первых часов, вследствие чего увеличивается вязкость оставшихся на поверхности воды нефтепродуктов. Скорость испарения зависит от таких факторов, как

температура воздуха, скорость ветра, концентрация и давление насыщенных паров каждого из компонентов.

5.1.4 Растворение

Наиболее легко в воде растворяются лёгкие фракции нефти. Они же и активно участвуют в испарении, которое происходит намного активнее растворения. Поэтому считается, что при нормальной температуре нефть практически не растворяется в воде (пятно может потерять всего около 1% первоначального объёма). Однако, при температуре более 200°C растворимость резко повышается [114].

5.1.5 Эмульгирование

Эмульсия - смесь нерастворимых друг в друге, находящихся в мелкодисперсном состоянии жидкостей. За счёт эмульгирования пятно может возрасти в объёме до 5 раз. В данном случае возможно образование эмульсий «вода в нефти» и «нефть в воде». Преобладающей эмульсией является «нефть в воде». Образование такой эмульсии может привести к оседанию нефти в толще воды. Однако, при прекращении внешнего воздействия (волнения, ветра и др.) пятно может восстановиться [121]. Тип «вода в нефти», имеет коричневатый оттенок, из-за которого он получил название «шоколадный мусс». По времени существования эмульсии можно разделить на следующие категории: устойчивые (со временем существования более недели), среднеустойчивые (время существования - несколько дней), неустойчивые (время существования – несколько часов) [101]. Устойчивость нефтяных эмульсий зависит от наличия в нефти эмульгаторов, таких как асфальтены и смолы.

5.1.6 Окисление

Химическое изменение нефти и других веществ при взаимодействии с кислородом называется окислением. Окисление углеводородов происходит не только в результате контакта нефтяного пятна с атмосферой, но и под воздействием микроорганизмов в воде [122]. Например, такими

микроорганизмами являются *Acinetobacter* и *Oceanospirillales*. Скорость биодegradации зависит от уровня растворённых в воде азота, фосфора и кислорода, а также от температуры окружающей среды и может продолжаться годы. Однако, различные микроорганизмы реагируют на разные углеводороды, поэтому для полной биодegradации требуется наличие многих видов бактерий и грибов, разрушающих загрязнение, в одном месте, что редко выполняется на практике. Эффективность биодegradации при ликвидации разлива можно повысить, применив диспергенты, увеличив тем самым площадь контакта микроорганизмов с нефтью.

Следствием окисления является осмоление: увеличиваются плотность и вязкость нефти, возрастает количество кислот и асфальтовых компонентов. Окисление также может происходить под действием солнечного света (фотоокисление) [123]. Как следствие, увеличивается доля компонентов, растворимых в воде.

5.1.7 Диспергирование

При ветровом волнении нефтяное пятно может разбиваться на фрагменты и перемешиваться с водой, из-за чего мелкие капли нефти могут опускаться в толщу воды и распространяться в ней. Пороговый размер капель, при котором они не всплывают на поверхность, а остаются в толще воды, составляет ~70-150 мкм [101]. Капли большего размера вновь поднимаются к поверхности водоёма и могут восстановить пленку. Диспергированная нефть имеет большую площадь поверхности, благодаря чему ускоряются такие процессы, как окисление, растворение и поглощение микроорганизмами. Поэтому при ликвидации разливов углеводородов часто применяются диспергенты - вещества, ускоряющие процесс диспергирования пятна.

5.1.8 Оседание

Завершающим процессом после разлива является оседание (или осаждение). Как уже говорилось выше, испаряются, растворяются и биодegradируют

наиболее лёгкие фракции нефти. Остаются же наиболее тяжелые – смолы, асфальтены. Они сорбируют твердую взвесь в воде и опускаются на дно водоёма в виде осадка.

5.2 Аналитическое и численное моделирование формы пятна углеводородов на поверхности воды

Как уже говорилось выше, на пятно масла в воде действуют силы поверхностного натяжения. На рисунке 5.2.1 изображена граница раздела трёх поверхностей: σ_{wa} , σ_{wo} , σ_{oa} – силы поверхностного натяжения, действующие нормально к линии контакта вдоль граничных поверхностей “вода – воздух”, “вода – масло” и “масло – воздух” соответственно.

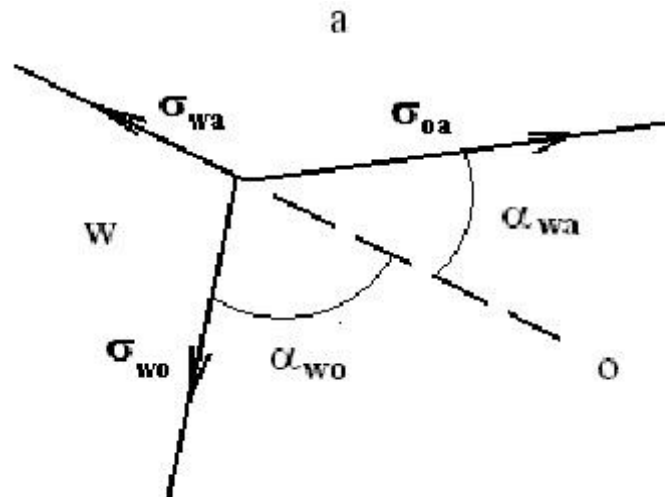


Рисунок 5.2.1 – Поверхностные силы на границе раздела трех сред

Условие равновесия (неподвижного положения вдоль радиальной координаты) линии контакта трёх веществ имеет вид:

$$\sigma_{wa} + \sigma_{wo} + \sigma_{oa} = 0 \quad (5.2.1)$$

Выраженное через углы, представленные на рис 5.2.1, соотношение (5.2.1) разбивается на два уравнения:

$$\sigma_{wa} = \sigma_{oa} \cos \alpha_{wa} + \sigma_{wo} \cos \alpha_{wo}, \quad \sigma_{oa} \sin \alpha_{wa} = \sigma_{wo} \sin \alpha_{wo} \quad (5.2.2)$$

Форма пятна масла на поверхности воды представляет для нас академический интерес. Мы ожидаем увидеть примерно следующую картину (рисунок 5.2.2).

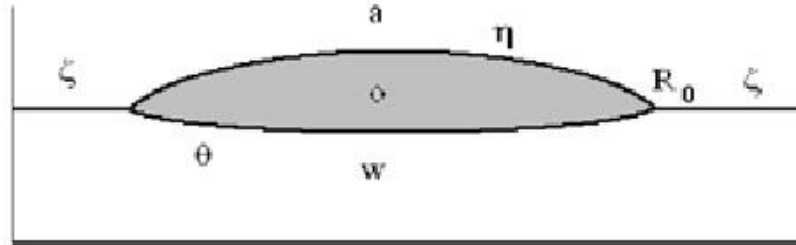


Рисунок 5.2.2 – Предполагаемая форма поверхности пятна углеводородов на поверхности воды

Здесь ζ – граница вода-воздух, η – граница масло-воздух, θ – граница вода-масло, R_0 – радиус пятна.

Приведем вывод системы уравнений, описывающих форму покоящегося объема углеводорода на поверхности воды.

В данной модели вода и масло считаются несжимаемыми, атмосферное давление – постоянным. Запишем уравнения для давлений воды (p_w) и масла (p_o) в разных областях системы, где R – радиус цилиндрического сосуда, окружающего систему.

$$p_w = p_a + \rho_w g (\zeta - z), \text{ при } R_0 \leq r \leq R \quad (5.2.3)$$

$$p_w = p_a + \rho_o g (\eta - \theta) + \rho_w g (\theta - z), \text{ при } 0 \leq r \leq R_0 \quad (5.2.4)$$

$$p_o = p_a + \rho_o g (\eta - z), \text{ при } 0 \leq r \leq R_0 \quad (5.2.5)$$

Для описания граничных условий, границы раздела между веществами задаются соотношениями вида:

$$S_{wa} : z = \zeta(r); \quad S_{oa} : z = \eta(r); \quad S_{wo} : z = \theta(r) \quad (5.2.6)$$

Тогда динамические уравнения примут следующий вид:

$$\begin{aligned}
p_w - \sigma_{wa} K_{wa} \Big|_{z=\zeta(r)} &= p_a, \\
p_o - \sigma_{oa} K_{oa} \Big|_{z=\eta(r)} &= p_a, \\
p_w - p_o - \sigma_{wo} K_{wo} \Big|_{z=\theta(r)} &= 0
\end{aligned}
\tag{5.2.7}$$

Здесь K_i – кривизны поверхностей раздела.

Кривизны поверхностей раздела вычисляются по формуле

$$K(f) = - \frac{f_{rr} + (1 + f_r'^2) f_r' / r}{(1 + f_r'^2)^{3/2}}
\tag{5.2.8}$$

где в качестве функции f подставляется форма соответствующей поверхности: $\zeta(r)$, $\eta(r)$ или $\theta(r)$.

На границе трёх сред, то есть при $r = R_o$, выполняется условие непрерывности физических полей.

В модели не учитывается испарение, поэтому запишем условия сохранения объёма для воды и масла соответственно:

$$\int_{R_0}^R \zeta(r) r dr + \int_0^{R_0} \theta(r) r dr = \frac{HR^2}{2}
\tag{5.2.9}$$

$$2\pi \int_0^{R_0} (\eta(r) - \theta(r)) r dr = V_o
\tag{5.2.10}$$

где V_o – заданный объём масла.

На границе с обечайкой поверхность воды должна составлять вполне определённый фиксированный угол смачивания α_w , величина которого зависит от характеристик материала обечайки, то есть имеет место граничное условие

$$\zeta_r' \Big|_{r=R} = \operatorname{ctg} \alpha_w
\tag{5.2.11}$$

Из граничных условий следует соотношение:

$$\sigma_{wa} K_{wa} = \sigma_{oa} K_{oa} + \sigma_{wo} K_{wo}
\tag{5.2.12}$$

Далее можно записать:

$$\begin{aligned} \rho_w g \zeta + \sigma_{wa} K_{wa} \Big|_{z=\zeta(r)} = a, \quad \rho_o g \eta + \sigma_{oa} K_{oa} \Big|_{z=\eta(r)} = b, \\ (\rho_w - \rho_o) g \theta + \sigma_{wo} K_{wo} \Big|_{z=\theta(r)} = a - b \end{aligned} \quad (5.2.13)$$

Соотношения (5.2.13) описывают чечевицу масла, лежащую на поверхности воды, как это показано на рисунке 5.2.2.

В явном виде первое граничное условие (5.2.13) задаётся выражением

$$\zeta - \frac{\sigma_{wa}}{\rho_w g} \frac{\zeta''_{rr} + (1 + \zeta'^2_r) \zeta'_r / r}{(1 + \zeta'^2_r)^{3/2}} = \frac{a}{\rho_w g} \quad (5.2.14)$$

Введение безразмерной радиальной координаты $\bar{r} = \sqrt{\frac{\rho_w g}{\sigma_{wa}}} r$ и

безразмерного отклонения поверхности $\bar{\zeta} = \sqrt{\frac{\rho_w g}{\sigma_{wa}}} \zeta - \frac{a}{\sqrt{\rho_w g \sigma_{wa}}}$ преобразует

уравнение (5.2.14) к виду

$$\bar{\zeta} - \frac{\bar{\zeta}''_{\bar{r}\bar{r}} + (1 + \bar{\zeta}'^2_{\bar{r}}) \bar{\zeta}'_{\bar{r}} / \bar{r}}{(1 + \bar{\zeta}'^2_{\bar{r}})^{3/2}} = 0 \quad (5.2.15)$$

Из второго граничного условия (5.2.14) следует точно такое же уравнение

для безразмерной величины $\bar{\eta} = \sqrt{\frac{\rho_o g}{\sigma_{oa}}} \eta - \frac{b}{\sqrt{\rho_o g \sigma_{oa}}}$ при введении безразмерной

радиальной координаты $\bar{r} = \sqrt{\frac{\rho_o g}{\sigma_{oa}}} r$.

Аналогично, из третьего граничного условия (5.2.15) следует уравнение

для безразмерной величины $\bar{\theta} = \sqrt{\frac{(\rho_w - \rho_o) g}{\sigma_{wo}}} \theta - \frac{a - b}{\sqrt{(\rho_w - \rho_o) g \sigma_{wo}}}$ при введении

безразмерной радиальной координаты $\bar{r} = \sqrt{\frac{(\rho_w - \rho_o) g}{\sigma_{wo}}} r$.

Таким образом, все введённые безразмерные поверхности удовлетворяют единому уравнению вида

$$F - \frac{F''_{\xi\xi} + (1 + F'^2_{\xi})F'_{\xi}/\xi}{(1 + F'^2_{\xi})^{3/2}} = 0 \quad (5.2.16)$$

где под F понимается соответствующая безразмерная величина, а под ξ – соответствующая безразмерная радиальная координата.

Несмотря на то, что разные области пространства масштабируются по-разному, в результате проведённых преобразований выполняется одно важное свойство: для соответствующих поверхностей задачи справедливы соотношения

$$F'_{\xi} = \left\{ \begin{array}{l} \zeta'_r \\ \eta'_r \\ \theta'_r \end{array} \right\} \quad (5.2.17)$$

Это свойство необходимо при получении решения уравнения (5.2.15).

В дальнейшем символами F_{ζ} , F_{η} и F_{θ} обозначаются безразмерные поверхности, соответствующие размерным поверхностям ζ , η и θ соответственно, а символы F'_{ζ} , F'_{η} и F'_{θ} обозначают производные этих безразмерных поверхностей по соответствующей безразмерной радиальной координате ξ .

Из соотношений (5.2.1) в точке контакта трёх веществ следует:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_{wo} &= \frac{\sqrt{4\sigma_{wa}^2 \sigma_{wo}^2 - (\sigma_{wa}^2 + \sigma_{wo}^2 - \sigma_{oa}^2)^2}}{\sigma_{wa}^2 + \sigma_{wo}^2 - \sigma_{oa}^2} = \frac{F'_{\theta} - F'_{\zeta}}{1 + F'_{\theta} F'_{\zeta}} \Big|_{r=R_0} \\ \operatorname{tg} \alpha_{wa} &= \frac{\sqrt{4\sigma_{wa}^2 \sigma_{wo}^2 - (\sigma_{wa}^2 + \sigma_{wo}^2 - \sigma_{oa}^2)^2}}{\sigma_{wa}^2 + \sigma_{wo}^2 - \sigma_{oa}^2} = \frac{F'_{\zeta} - F'_{\eta}}{1 - F'_{\zeta} F'_{\eta}} \Big|_{r=R_0} \end{aligned} \quad (5.2.18)$$

Равенства $\zeta(R_0) = \eta(R_0) = \theta(R_0)$ в точке контакта записываются в виде соотношений

$$\begin{aligned}
\frac{a}{\rho_w g} + \sqrt{\frac{\sigma_{wa}}{\rho_w g}} F_\zeta \Big|_{\xi=\sqrt{\frac{\rho_w g}{\sigma_{wa}} R_0}} &= \frac{b}{\rho_o g} + \sqrt{\frac{\sigma_{oa}}{\rho_o g}} F_\eta \Big|_{\xi=\sqrt{\frac{\rho_o g}{\sigma_{oa}} R_0}} = \\
&= \frac{a-b}{(\rho_w - \rho_o)g} + \sqrt{\frac{\sigma_{wo}}{(\rho_w - \rho_o)g}} F_\theta \Big|_{\xi=\sqrt{\frac{(\rho_w - \rho_o)g}{\sigma_{wo}} R_0}}
\end{aligned} \tag{5.2.19}$$

Из законов сохранения следуют уравнения

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\sigma_{wa}}{\rho_w g}\right)^{3/2} R \sqrt{\frac{\rho_w g}{\sigma_{wa}}} \int_{R_0 \sqrt{\frac{\rho_w g}{\sigma_{wa}}}}^R F_\zeta(\xi) \xi d\xi + \left(\frac{\sigma_{wo}}{(\rho_w - \rho_o)g}\right)^{3/2} R_0 \sqrt{\frac{(\rho_w - \rho_o)g}{\sigma_{wo}}} \int_0^{R_0 \sqrt{\frac{(\rho_w - \rho_o)g}{\sigma_{wo}}}} F_\theta(\xi) \xi d\xi = \\
= \frac{HR^2}{2} - \frac{a(R^2 - R_0^2)}{2\rho_w g} - \frac{(a-b)R_0^2}{2(\rho_w - \rho_o)g}
\end{aligned} \tag{5.2.20}$$

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\sigma_{oa}}{\rho_o g}\right)^{3/2} R_0 \sqrt{\frac{\rho_o g}{\sigma_{oa}}} \int_0^{R_0 \sqrt{\frac{\rho_o g}{\sigma_{oa}}}} F_\eta(\xi) \xi d\xi - \left(\frac{\sigma_{wo}}{(\rho_w - \rho_o)g}\right)^{3/2} R_0 \sqrt{\frac{(\rho_w - \rho_o)g}{\sigma_{wo}}} \int_0^{R_0 \sqrt{\frac{(\rho_w - \rho_o)g}{\sigma_{wo}}}} F_\theta(\xi) \xi d\xi = \\
= \frac{V_o}{2\pi} - \frac{bR_0^2}{2\rho_o g} + \frac{(a-b)R_0^2}{2(\rho_w - \rho_o)g}
\end{aligned}$$

Теперь, чтобы получить окончательные выражения, необходимо решить уравнение (5.2.16). Это уравнение нелинейно, поэтому его решения в общем случае труднодоступны, за исключением тривиального решения $F = 0$, которое задаёт плоскую поверхность.

Использование априорной информации о почти плоской поверхности воды на границе с воздухом позволяет использовать оценку $|F'_\zeta| \ll 1$. Тогда на основании (5.2.18), с использованием количественных данных для коэффициентов натяжения на границах соответствующих сред, $\sigma_{wa} \approx 0.073 \text{ Н/м}$, $\sigma_{oa} \approx 0.033 \text{ Н/м}$, $\sigma_{wo} \approx 0.050 \text{ Н/м}$, это означает, что на границе “масло – воздух” справедлива оценка

$$\max(|F'_\eta|) = \max(|\eta'_r|) = \operatorname{tg} \alpha_{wa} \approx 0.72 \quad (5.2.21)$$

а на границе “вода – масло” имеет место оценка

$$\max(|F'_\theta|) = \max(|\theta'_r|) = \operatorname{tg} \alpha_{wo} \approx 0.42 \quad (5.2.22)$$

Приведённые оценки (5.2.21, 5.2.22) позволяют для всего диапазона значений переменной ξ в соответствующих областях записать уравнение (5.2.16) в приближённом виде

$$F - F''_{\xi\xi} \left(1 - \frac{3}{2} F'^2_{\xi} \left(1 - \frac{5}{4} F'^2_{\xi} + \frac{35}{24} F'^4_{\xi} \right) \right) - \frac{1}{\xi} F'_{\xi} \left(1 - \frac{1}{2} F'^2_{\xi} \left(1 - \frac{1}{4} F'^2_{\xi} + \frac{5}{8} F'^4_{\xi} \right) \right) \approx 0 \quad (5.2.23)$$

решение которого, удовлетворяющее условию $F'_{\xi}|_{\xi=0} = 0$ (следствие цилиндрической симметрии чечевицы), имеет вид

$$F = A + \frac{A\xi^2}{4} + \frac{A(1+A^2)\xi^4}{64} + \frac{A(1+10A^2+5A^4)\xi^6}{2304} + \frac{A\left(1+82A^2+\frac{677}{4}A^4+\frac{261}{4}A^6\right)\xi^8}{147456} + \dots \quad (5.2.24)$$

где A – постоянная, подлежащая определению для верхней и нижней границ чечевицы по - отдельности, а также для поверхности воды. Для поверхности воды на границе с воздухом эта постоянная обозначается символом A_ζ , для поверхности масла на границе с воздухом – символом A_η , а для границы воды и масла используется символ A_θ .

Допустима и более компактная запись (5.2.12)

$$\begin{aligned}
 F &= AI_0(\xi) + \frac{A^3 \xi^4}{64} \left(1 + \frac{5(2+A^2)\xi^2}{36} + \frac{\left(82 + \frac{677}{4}A^2 + \frac{261}{4}A^4\right)\xi^4}{2304} + \dots \right) = \\
 &= AI_0(\xi) + A^3(6I_4(\xi) + 164I_6(\xi) + 4260I_8(\xi) + \dots) + \\
 &+ A^5(100I_6(\xi) + 22095I_8(\xi)/2 + \dots) + A^7(9135I_8(\xi)/2 + \dots) + \dots
 \end{aligned} \tag{5.2.25}$$

где I_n – модифицированная функция Бесселя n -того порядка.

Из (5.2.25) следует, что

$$\begin{aligned}
 F' &= AI_1(\xi) + \\
 &+ 6A^3 \left(I_3(\xi) - 4\frac{I_4(\xi)}{\xi} + \frac{82}{3} \left(I_5(\xi) - 6\frac{I_6(\xi)}{\xi} \right) + 710 \left(I_7(\xi) - 8\frac{I_8(\xi)}{\xi} \right) + \dots \right) + \\
 &+ A^5 \left(100 \left(I_5(\xi) - 6\frac{I_6(\xi)}{\xi} \right) + \frac{22095}{2} \left(I_7(\xi) - 8\frac{I_8(\xi)}{\xi} \right) + \dots \right) + \\
 &+ A^7 \left(\frac{9135}{2} \left(I_7(\xi) - 8\frac{I_8(\xi)}{\xi} \right) + \dots \right) + \dots
 \end{aligned} \tag{5.2.26}$$

Для того чтобы в явном виде представить форму чечевицы масла, лежащей на поверхности воды, необходимо найти шесть величин A_ζ , A_η , A_θ , R_0 , a и b , для определения которых имеется 6 уравнений и 6 неизвестных безразмерных коэффициентов, характеризующих поверхность чечевицы масла на поверхности воды. Численное решение и построение графиков проводилось в среде Maple.

Для решения системы уравнений использовались встроенные функции solve(), для интегрирования- integrate(). Графическое представление решения выглядит следующим образом (рисунок 5.2.4).

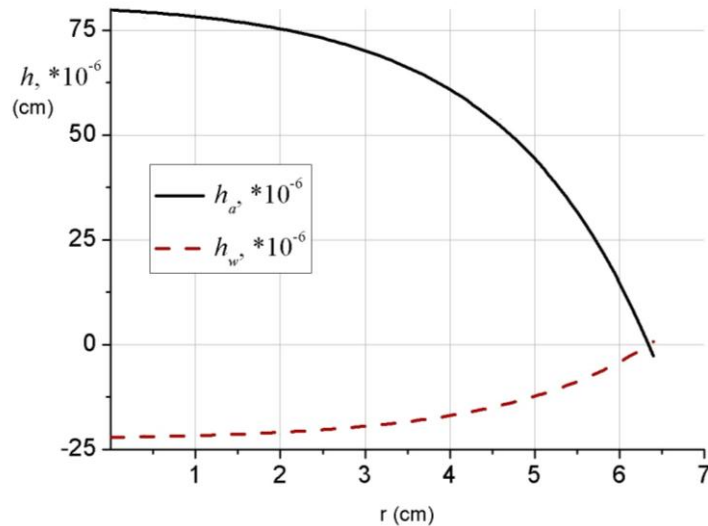


Рисунок 5.2.4 – Рассчитанная форма поверхности пятна углеводородов на поверхности воды

5.3 Экспериментальное исследование растекания углеводородов на поверхности воды

В данной работе было проведено экспериментальное исследование динамики растекания пятна углеводородов на поверхности воды при различных условиях. Эксперименты проводились с различными видами органических и минеральных масел и непосредственно нефтью. В качестве базовой жидкости использовалась вода различной температуры, как пресная, так и с различными значениями солености. Широкие рамки изменчивости определяющих параметров позволяют изучать базовые свойства течений с учетом основных критериев подобия и условий моделирования. Контроль площади начального пятна и процесса растекания производился при помощи видеозаписи. Проведено большое число экспериментов, позволяющее достоверно выявить закономерности процесса изменения площади пятна углеводородов на покоящейся поверхности воды.

Следует уточнить, что, так как разливались малые объёмы углеводородов, первые две фазы растекания по ФЭю протекают очень быстро и не фиксируются. Поэтому основными действующими силами сразу становятся силы поверхностного натяжения. Различные углеводороды, такие как нефть

некрасовского месторождения, масло машинное, масло касторовое и масло подсолнечное, разливались на поверхности покоящейся воды в объёме 1, 2 или 3 мл. Помимо самих углеводородов, менялись следующие параметры эксперимента:

1. Температура воды – от 20°C до 40°C
2. Солёность – использовалась пресная вода и вода с солёностью 35‰.

Как следствие, менялись поверхностные натяжения жидкостей. Значения следующие:

1. Пресная вода ($\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$) при 20°C:
 - Натяжение нефть-вода $23 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$
 - Натяжение нефть – воздух $25 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$
 - Натяжение вода-воздух $72 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$
2. Солёная вода ($\rho = 1035 \text{ кг/м}^3$) при 20°C:
 - Натяжение нефть-вода $31 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$
 - Натяжение нефть – воздух $33 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$
 - Натяжение вода-воздух $72.6 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$

Кинематическая вязкость некрасовской нефти, согласно [123], составляет $2.31 \text{ мм}^2/\text{с}$ при 20°C. Поверхностные натяжения масел при 20 градусах (σ_{20}) и при другой температуре (σ_T) вычислялись по эмпирическим формулам, где ρ_{20} – плотность нефтепродукта при 20°C, T – температура среды в К:

$$\sigma_{20} = 0.0515 \rho_{20} - 0.0166$$

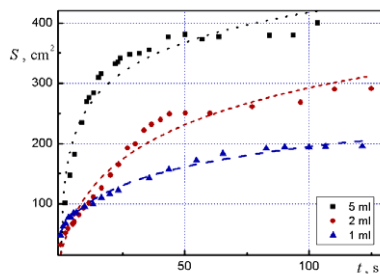
$$\sigma_T = \sigma_{20} - 10^{-4} (T - 273.15)$$

Процесс растекания до стабилизации записывался на видеокамеру. Затем в графическом редакторе вычислялась площадь пятна и площадь бассейна в пикселях. Получены следующие зависимости площади от времени.

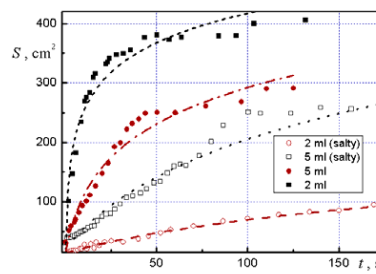
1. Машинное масло с вязкостью $2.6 \text{ мм}^2/\text{с}$, плотностью 890 кг/м^3 разливалось в количестве 1, 2 и 3 мл на пресную воду температурой 20°C. Прослеживаются следующие закономерности (рисунок 5.3.1):

- Зависимости для 1 и 3мл аппроксимируются линейной функцией с коэффициентом достоверности около 0.98. Зависимость для 2мл также можно аппроксимировать логарифмом, коэффициент достоверности - не менее 0.87.
- Аппроксимирующие функции следующие: для 1мл $y = 0.0659x + 19.116$, для 2мл $y = 0.093x + 38.746$, для 3мл $y = 0.3537x + 54.502$.
- Чем больше разливаемый объём, тем быстрее растекается масло. Так, для 1мл скорость растекания составляет $0.066 \pm 0.001 \text{ см}^2/\text{с}$, для 2мл – $0.093 \pm 0.002 \text{ см}^2/\text{с}$, для 3мл – $0.353 \pm 0.007 \text{ см}^2/\text{с}$.

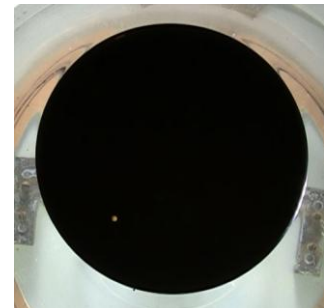
2. Проводились эксперименты по разлитию 1мл некрасовской нефти на пресной и соленой воде. Эксперименты показали, что разлитие нефти по пресной воде аппроксимируется логарифмической зависимостью, а по солёной - полиномиальной.



а



б



в

Рисунок 5.3.1 – Зависимость площади нефтяного пятна от времени при $T = 20^\circ$: а) различные объемы 1 мл, 2 мл, 5 мл; б) динамика растекания нефти в пресной и соленой ($S = 35 \%$) воде, в) фото нефтяного пятна спустя 600 с.

Также наблюдения показали, что площадь растекания на пресной воде ($400.16 \pm 12.8 \text{ см}^2$) в 4.4 раза больше, чем на солёной ($89.4 \pm 2.86 \text{ см}^2$), что коррелирует с тем, что в случае солёной воды поверхностные натяжения выше. Зависимость для растекания по солёной воде аппроксимируется

линейной функцией - $y = 0.0031x + 0.5503$, а для растекания по пресной воде - $y = 0.0049x + 0.1971$ (рисунок 5.3.1, б).

3. Сравнивался процесс растекания углеводородов с различной вязкостью. Были взяты следующие образцы: 1мл некрасовской нефти вязкостью $2.31 \text{ мм}^2/\text{с}$ и 1мл машинного масла Ойлрайт М-6з/14 г вязкостью $2.6 \text{ мм}^2/\text{с}$. Для наглядности на рисунке 5.3.2 график построен в относительных единицах (нормировка на максимальную площадь). Зависимости аппроксимируются линейными функциями: для масла $y = 0.0011x + 0.3396$, для нефти - $y = 0.0028x + 0.5655$, коэффициент достоверности – 0.90 и 0.98 соответственно. Таким образом, подтверждается утверждение, что углеводороды с большей вязкостью растекаются медленнее: в данном эксперименте скорость изменения площади нефти в 2.54 раза больше, чем у масла с большей вязкостью.

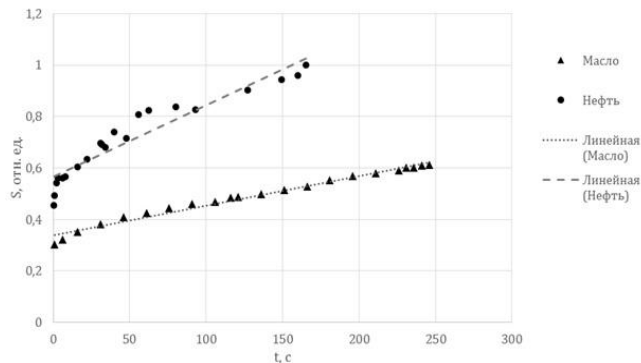
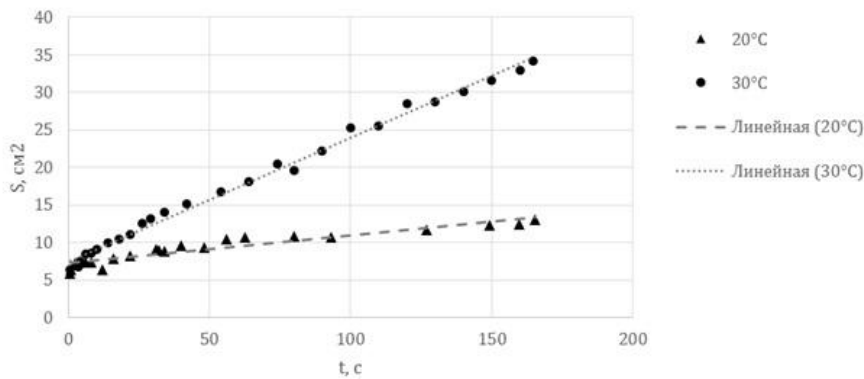


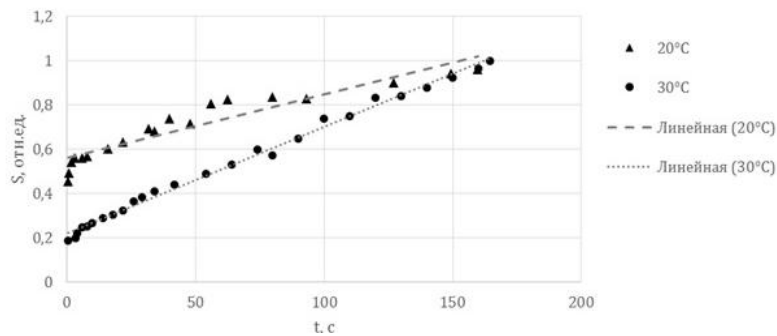
Рисунок 5.3.2 – Процесс растекания углеводородов с различной вязкостью на пресной воде

Эксперименты по растеканию машинного масла с плотностью $850 \text{ кг}/\text{м}^3$ и вязкостью $2.6 \text{ мм}^2/\text{с}$ по пресной воде различной температуры (20°C и 30°C) также показали, что максимальная площадь пятна во втором случае больше, чем когда растекание проходит на воде комнатной температуры (рисунок 5.3.3, а). Если построить зависимость в таких относительных единицах (рисунок 5.3.3, б), где нормировкой является максимальная площадь пятна, можно пронаблюдать следующее свойство: скорость растекания масла по тёплой воде

выше, чем в холодной, что соответствует формулам Фэя: радиус пятна пропорционален коэффициенту растекания, который на холодной воде равен 19.96 дин/см, на тёплой воде - 22.98 дин/см, т.о. на теплой воде скорость растекания должна быть выше. В данном эксперименте процесс растекания по воде с температурой 20°C аппроксимируется линейной зависимостью $y = 0.0371x + 7.2329$, а по воде 30°C - $y = 0.1644x + 7.4909$. Таким образом, скорость растекания в первом случае составляет $0.0371 \pm 0.0008 \text{ см}^2/\text{с}$, а во втором- $0.1644 \pm 0.0032 \text{ см}^2/\text{с}$.



а



б

Рисунок 5.3.3 – Растекание машинного масла Ойлпайт М-бз/14:

а) – зависимость реальной площади пятна от времени; б) – зависимость площади, нормированной на максимум, от времени

Различия с теорией Фэя можно объяснить малыми объёмами разливаемой нефти. Из диаграмм Хоулта следует, что для ~1мл нефти длительность гравитационно-инерционной и гравитационно-вязкой фаз ничтожно мала –

порядка сотых секунды. Таким образом, мы наблюдаем сразу фазу поверхностного натяжения.

Также следует отметить, что в большинстве моделей растекания углеводородов по поверхности воды принято условие, что нет взаимного проникновения жидких элементов олеина в воду и наоборот. На самом деле, такое проникновение практически всегда имеет место, особенно при падении капли олеина на поверхность. В этом случае в слое воды вблизи поверхности капли образуется суспензия «олеин в воде», состоящая из мелких капель олеина, окружённых полярными молекулами воды. При этом, чем больше коэффициент поверхностного натяжения воды, тем крупнее капли. В солёной воде за счёт довольно сложных физико-химических процессов образуется крайне мелкодисперсная суспензия, которую практически невозможно наблюдать в обычные оптические микроскопы. Такая суспензия в солёной воде содержит порядка одного триллиона олеиновых шариков в кубометре. В результате для правильного описания энергетического баланса необходимо учесть затраты на образование суспензий как в пресной, так и в солёной воде. Площадь поверхности элементов суспензии в солёной воде существенно больше, чем в пресной. Причём настолько больше, что несмотря на существенное уменьшение коэффициента поверхностного натяжения на границе олеин – солёная вода по сравнению с границей олеин – пресная вода, энергозатраты на создание мелкодисперсной суспензии в солёной воде гораздо больше, чем в пресной. В результате запас кинетической энергии системы при распылении капли по солёной воде должен быть существенно меньше, чем в случае распыления по пресной воде и капля нефти будет распыляться быстрее, чем в солёной, что соответствовало экспериментальным результатам.

5.4 Методы и средства ликвидации разливов нефти в океане

В настоящее время существует несколько групп методов ликвидации нефтяного загрязнения акватории, а именно:

- *Механический* - Этот метод ликвидации разлива наиболее эффективен в первые часы после происшествия, потому как в это время толщина плёнки максимальна. С течением времени толщина уменьшается, а площадь увеличивается, усложняя работу. Сначала пятно окружается боновыми ограждениями, локализуется. Затем используются т.н. нефтеуловители. Они работают за счёт гравитационных сил, т.е. путём отстаивания воды с нефтью и последующей фильтрации.
- *Физико-химический* - применяется, когда слой плёнки слишком мал для использования механического способа (не только при аварийных разливах, но и в штатных ситуациях). Состоит в использовании различных химических соединений – сорбентов и диспергентов и позволяет достичь степени очистки воды в 95%. Эффективность сорбента определяется следующими характеристиками:
 - Ёмкость по отношению к нефти (по массе)
 - Степенью гидрофобности
 - Плавучестью
 - Возможности десорбции (отжима)
- *Термический* – представляет собой выжигание нефти на поверхности. Требуется, чтобы слой был толщиной не менее 3мм, а скорость ветра - не более 35 км/ч. Также необходимо применить его до образования эмульсии, т.е. в первые часы после разлива. При горении нефтепродуктов выделяется много вредных канцерогенных веществ. Но при этом способ имеет свои достоинства: он позволяет быстро ликвидировать загрязнение и дешево стоит. Но даже эта методика не гарантирует полного избавления от загрязнений, поэтому часто комбинируется с другими средствами
- *Биологический* - Этот метод требует толщину плёнки не менее 0.1 мм. Он основан на использовании определённых бактерий (а также грибков и дрожжей), которые нефтью питаются, таким образом, разрушая её. Например, используются некоторые штаммы *Acinetobacter*, а также

Oceanospirillales и Pseudomonas (последние живут и используются на суше). К его минусам можно отнести медленное действие и необходимость поддержания особых условий – концентрации кислорода в воде, температуры и др.

Сейчас в мире производится и используется для ликвидации разливов нефти около двухсот сорбентов, которые можно отнести к четырем базовым типам: синтетические, неорганические, органоминеральные и природные органические. Данные Таблицы 5.4.1 показывают, что на российском рынке представлены следующие виды сорбентов: продукты минерального происхождения, продукты животного или растительного происхождения, синтетические продукты и полимеры [124].

Природные органические сорбенты широко освещены в научных исследованиях. В частности, в качестве таковых рассматривались материалы на основе рисовой шелухи, бурого угля, шерсти, скорлупы грецкого ореха, торфа, соломы, графита [125 - 129]. В качестве перспективного сырья для ликвидации разливов нефтепродуктов предлагается также использовать скорлупу кедрового ореха [130]. Одним из лучших природных сорбентов является шерсть. По своей сорбционной ёмкости она сопоставима с модифицированным торфом. Один килограмм шерсти может поглотить до 8–10 кг нефти, при этом свойства шерсти позволяют отжать большую часть лёгких нефтяных фракций.

В настоящем параграфе проводятся результаты экспериментальных исследований сорбирующей способности различных материалов и их применения для ликвидации загрязнений поверхности воды углеводородами. В качестве сорбентов исследовались следующие материалы: овечья шерсть, целлюлозное волокно, торф, биопрепарат «DOP-UNI». В качестве углеводородов использовались: нефть, дизельное топливо, авиационное, машинное и подсолнечное масла, обладающие различными физическими характеристиками [131].

Материал	Нефтеём- кость, кг/кг	Водопогл о-щение, кг/кг	Степень отжима,%	Расход сорбента для сбора 1 т нефти, кг/т
Полипропилен (волокно)	13-25	3-6	70-80	40
Карбамидный пенопласт	40-60	5-10	60-80	25-30
Карбамид- формальдегидная смола	30-50	4,6-10,0	70-80	33
Вермикулит	8-12	2-17	-	100-120
Торф	6-7	1,6	0	110
Мох	2-8	2	10-25	213
Графит	40-60	0,2	-	25-30
Шерсть	6-9	1-4	65-80	150-270
Целлюлоза	7-9	5-7	-	100-200
Бактерии	5-10	-	-	200

Таблица 5.4.1 – Свойства промышленных сорбентов для сбора нефти

Проводилось исследование плавучести сорбирующих материалов органического происхождения, которые применяются для ликвидации разливов нефти на акваториях: торфа, целлюлозы и овечьей шерсти. Методика эксперимента предусматривала размещение на поверхности известного объема воды различных количеств сорбирующего материала и дальнейшее наблюдение за погружением сорбента в толщу жидкости. Идентичные сосуды с различными сорбентами на поверхности воды размещались рядом, для регистрации

динамики процесса погружения сорбирующих веществ, ход проводимых экспериментов регистрировался с помощью цифровой фотокамеры в автоматическом режиме на протяжении 4 часов, съемка велась с частотой 2 кадра в минуту, полученные последовательности кадров обрабатывались и анализировались. На рисунке 5.4.1 приведены кадры из последовательности, положения сорбентов фиксировались при помощи метода фотометрирования обработанных изображений, подготовленных из оригинальных кадров методами пакетной обработки. На изображениях три емкости содержат по 100 мл воды и в каждую добавлен 1 г сорбента. Слева направо на каждом изображении - сосуды с добавлением шерсти, целлюлозы и торфа соответственно.

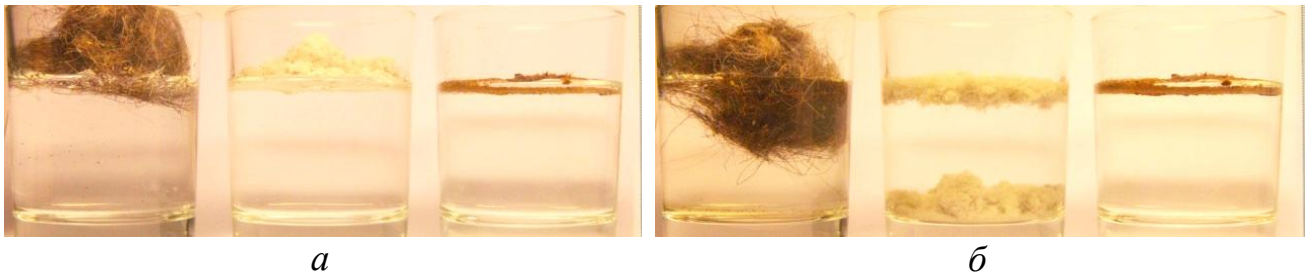


Рисунок 5.4.1 – Зафиксированные положения сорбентов: начальное (*a*) и в момент времени $t = 66$ мин (*б*) после размещения на поверхности воды

По полученным данным построены графики, отображающие динамику погружения сорбентов (шерсть и целлюлоза), которые приведены на рисунке 5.4.2.

Видимые на кривых *1* и *2* на рисунке 5.4.2 кратковременные колебания уровня расположения центра масс сорбента связаны с локальными изменениями параметров освещенности поля кадра, которые приводят к погрешностям регистрации положения центра масс, но эти флуктуации не повлияли существенно на общую картину зарегистрированных положений центров масс сорбентов во времени. Оба сорбента погружаются в толщу воды, но скорости погружения существенно различаются. В то время как через 60 минут после начала эксперимента центр масс целлюлозы (в центральном

сосуде) переместился вниз, объем шерсти (в сосуде слева) лишь слегка опустился.

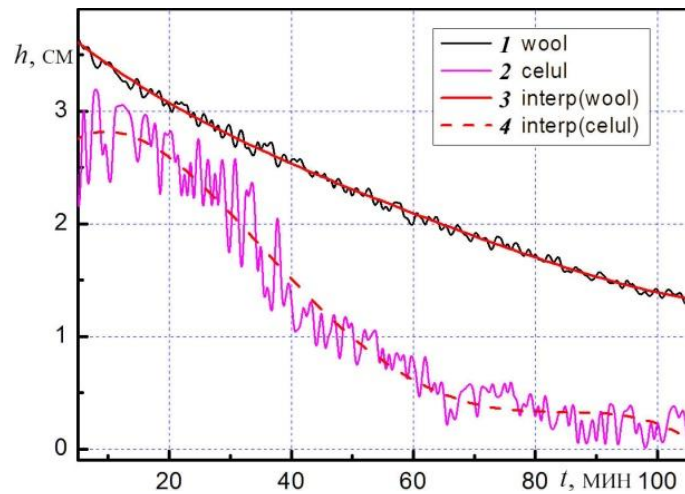


Рисунок 5.4.2 – Динамика погружения сорбентов в толщу воды со временем: *1* – положение центра масс шерсти, *2* – положение центра масс целлюлозы, *3* и *4* – интерполяция соответствующих данных по методу наименьших квадратов полиномами 4-ой степени

Все сорбенты, независимо от типа, характеризуются сорбционной емкостью по отношению к нефти (и/или нефтепродуктам), а также водопоглощением. Измерения коэффициента сорбционной емкости проводятся путем размещения известной массы сорбента на поверхности жидкости, сорбционная способность по отношению к которой исследуется, размещенной в испытательном контейнере, после этого по прошествии выбранного интервала времени, сорбент со связанным сорбатом извлекают и измеряют совокупную массу обоих компонент. Безразмерный коэффициент сорбционной емкости по отношению к нефти (воде) $K_{сорб}$ вычисляется по формуле:

$$K_{сорб} = m_{сорб} / m_{исх} \quad (5.4.1)$$

где $m_{сорб}$ – масса впитанного вещества (нефти, нефтепродуктов, воды), $m_{исх}$ – начальная масса сухого сорбента, которая вычисляется из простого

соотношения $m_{сорб} = M - m_{исх}$, в котором M – полная масса сорбата вместе с сорбентом.

В Таблице 5.4.2 представлены значения коэффициента сорбционной емкости по отношению к нефти для испытанных сорбентов.

Наименование сорбента	Коэффициент сорбционной емкости, кг/кг			
	Подсолнечное масло	Авиационное масло	Дизельное топливо	Нефть
Овечья шерсть	8.9	7.8	5.9	8.8
Целлюлозное волокно	6.6	6.1	3.8	6.7
Торф	6.0	5.0	3.7	5.9

Таблица 5.4.2 – Коэффициент сорбционной емкости сорбентов

Для определения коэффициента водопоглощения исследуемых сорбентов образцы материалов размером 6×6 см взвешивали и помещали в испытательный контейнер объемом 4л, наполовину заполненный водой. Емкость устанавливали на перемешивающее устройство (шейкер) для имитации волнения моря. Коэффициент водопоглощения K_g вычисляется по формуле, аналогичной формуле (5.4.1):

$$K_g = m_g / m_c \quad (5.4.2)$$

где m_c – начальная масса сухого сорбента, $m_g = M_{сорб} - m_c$ – масса поглощенной воды.

В Таблице 5.4.3 представлены значения коэффициента водопоглощения для испытываемых сорбентов.

В ходе проведенных экспериментов выяснено, что необработанная овечья шерсть массой $m_w = 1$ г гарантированно впитывает от 6 г нефти и других углеводородов (дизельное топливо, подсолнечное масло).

Наименование сорбента	Коэффициент водопоглощения, кг/кг
Овечья шерсть	2.1
Целлюлозное волокно	7.7
Торф	0.7

Таблица 5.4.3 – Коэффициент водопоглощения сорбентов

Типичные картины распределения нефти по поверхности слоя воды показаны на рисунке 5.4.3. Однородность изображения показывает, что нефть располагалась ровным слоем толщиной 0.50 мм (серый фон в левой части рисунка – тень нефти на подстилающей поверхности). При наброске выбранного количества волокна (в данном опыте – 3 г очеса натуральной овечьей шерсти) с началом сорбции равномерность толщины нефтяного слоя нарушалась. Совместное действие сил плавучести и поверхностного натяжения приводило к формированию заметных течений, меняющих общую картину распределения нефти по поверхности воды (рисунок 5.4.3, б) [132].

Графики, приведенные на рисунке 5.4.4, показывают, что максимальные значения скоростей капель нефти достигаются в начале процесса активной сорбции нефти, далее они нерегулярно убывают по мере увеличения площади свободной от нефти поверхности. Отдельные экстремумы отражают нестационарность процесса, на характеристики которого влияют сложная форма и неоднородный характер распределения отдельных пучков волокон наброски.

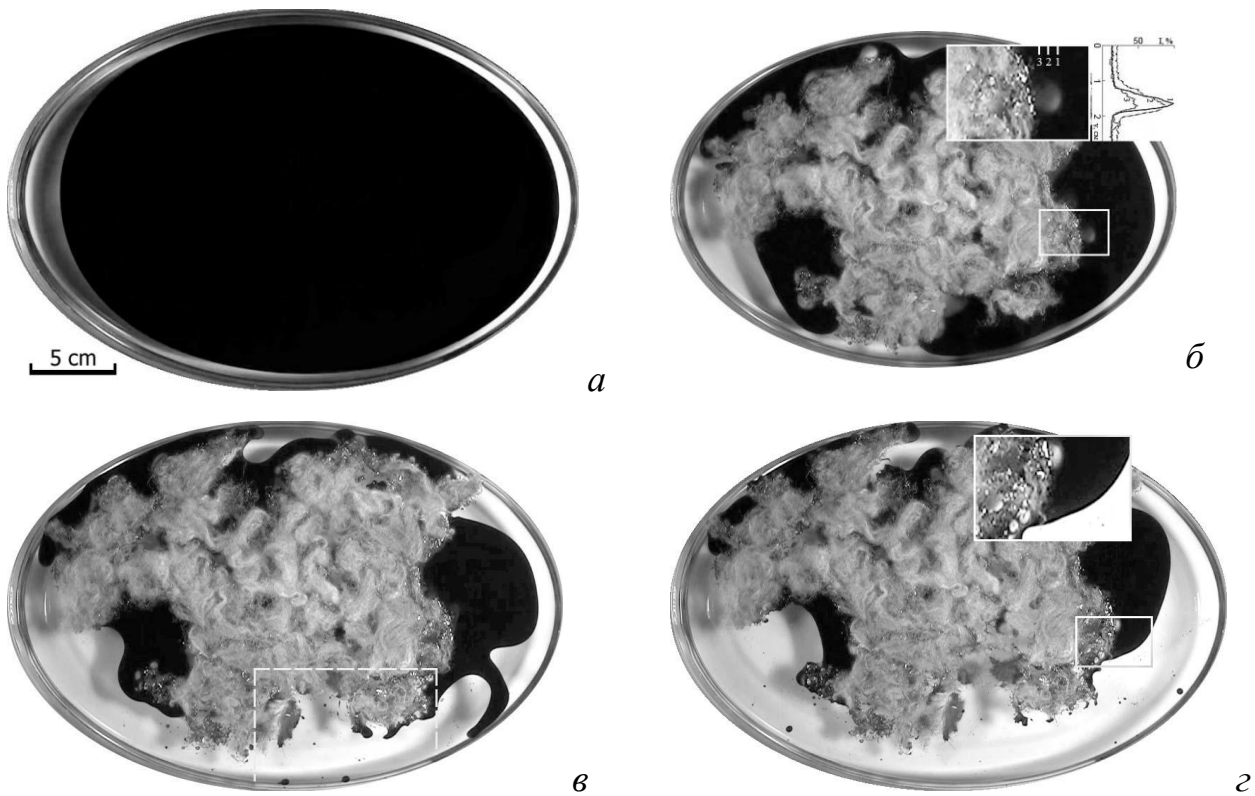


Рисунок 5.4.3 – Эволюция картины распределения нефти по поверхности воды в кювете в течении, индуцированном сорбцией на волокнистом материале: *а*) – слой тяжелой нефти толщиной 0.50 мм на поверхности воды глубиной 3.51 см, $t = 0$ с; *б*) – частичная сорбция нефти, нарушающая однородность верхнего слоя $t = 15$ с после наброски сорбента; *в*) – появление пятен чистой воды в индуцированном течении, $t = 25$ с; *г*) – медленная эволюция формы нефтяного пятна, $t = 35$ с

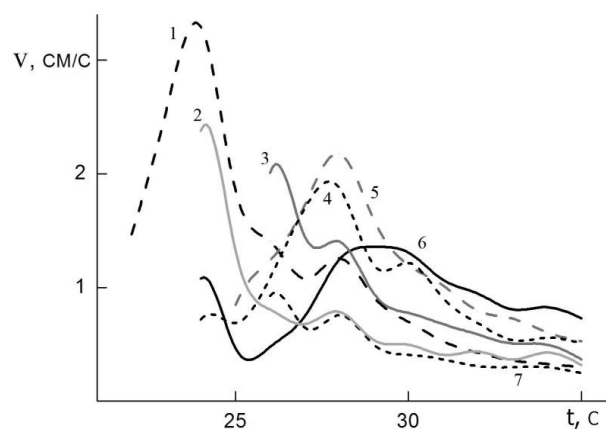


Рисунок 5.4.4 – Скорости движения капель нефти 1 - 7 в течении, индуцированном сорбцией

Наибольшая площадь поверхности воды, очищаемая от углеводородов, а также наибольшие значения скорости впитывания достигаются при увеличении первоначальной площади покрытия поверхности сорбентом, и, конечно, увеличением массы использованного сорбента.

Динамика процесса сорбции углеводородов овечьей шерстью представлена на рисунке 5.4.5. Характерные времена, присущие впитыванию нефти шерстью, – десятки секунд. Для приведенного на рисунке 5.4.4 случая характерное время уменьшения в e раз площади покрытия поверхности нефтью, вычисленное по аппроксимации данных, полученных на основе метода фотометрии [58], составляет 63.4 ± 4.9 с, при увеличении массы сорбента в 1.5 раза характерное время сокращается на порядок и составляет уже 6.1 ± 0.4 с.

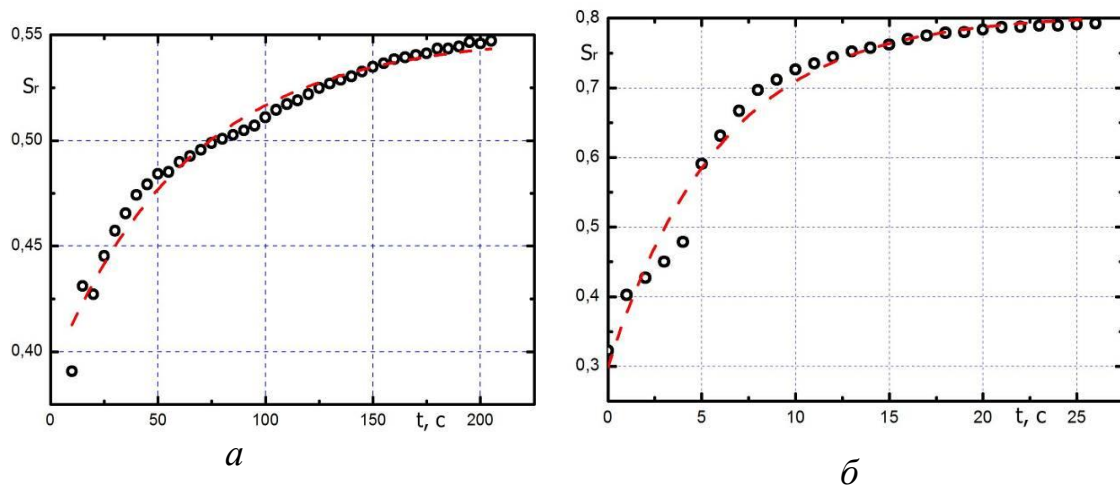


Рисунок 5.4.5 – Зависимость от времени площади, свободной от поверхностного загрязнения (по отношению к размеру начального пятна,

$$V_o = 50 \text{ мл}): \text{а) } m_w = 2 \text{ г; б) } m_w = 3 \text{ г}$$

На графиках представлены относительные площади очищенной поверхности воды: измеряется отношение первоначальной площади пятна углеводорода к остаточной площади загрязнения, а затем полученное значение вычитается из единицы.

В зависимости от использованной массы сорбента величина остаточной площади загрязнения колеблется в пределах 0.1–0.5 от первоначальной площади пятна (относительная площадь очищенной поверхности воды S_r составляет 0.5–0.9 соответственно) и зависит не только от массы сорбента, но и от особенностей его размещения. В случае размещения сорбента в несколько слоев, верхние оказываются не задействованы в процессе сорбции. Именно эта особенность применения овечьего очеса в качестве сорбента легла в основу предлагаемой конструкции изделия для сбора жидких углеводородов с поверхности воды. Для случаев, представленных на рисунке 5.4.5, пороговые значения относительной площади очистки составляет 0.55 и 0.80 соответственно.

Захваченная нефть связывается с волокнами овечьей шерсти достаточно прочно, сформировавшийся компактный объем легко поддается механическому извлечению из кюветы.

С целью разработать эскизный образец устройства для сбора жидких углеводородов с поверхности воды, которое будет применяться для ликвидации поверхностных разливов различных углеводородов на водных объектах, дополнительно были проведены эксперименты по исследованию процесса сорбции нефтепродуктов биопрепаратом «DOP-UNI», а также путем его добавления в шерсть.

Культура бактерий, обладающих способностью использовать углеводороды для питания, была передана в виде сухого порошка, который необходимо смешать с водой и насытить полученный раствор кислородом при постоянном перемешивании для восстановления активности микроорганизмов. Такая процедура проводилась в течение суток непосредственно перед началом каждого эксперимента по исследованию влияния биопрепарата (раствора культуры микроорганизмов в воде) на процесс сорбции нефти и величину коэффициента очистки от загрязнений (как в части сокращения площади поверхностного пятна, так и в части более тонкой очистки от части легких фракций нефти, растворяющихся в объеме воды).

Этот тип экспериментов проводился одновременно в трех идентичных бассейнах, заполненных водой (10 л), на поверхности которой размещалась порция нефтепродуктов объемом 30 мл (марка «Siberian Light», плотность 845 кг/м^3 (36,50 API), содержание серы 0,57%), (Рис. 8). В бассейн под номером 3 добавляли 5 г овечьей шерсти, в бассейн под номером 2 – 5 г овечьей шерсти и 500 г биопрепарата, в бассейн № 1 – 500 г биопрепарата (рисунок 5.4.6). Температура воды составляла 18°C , температура воздуха - 18°C .

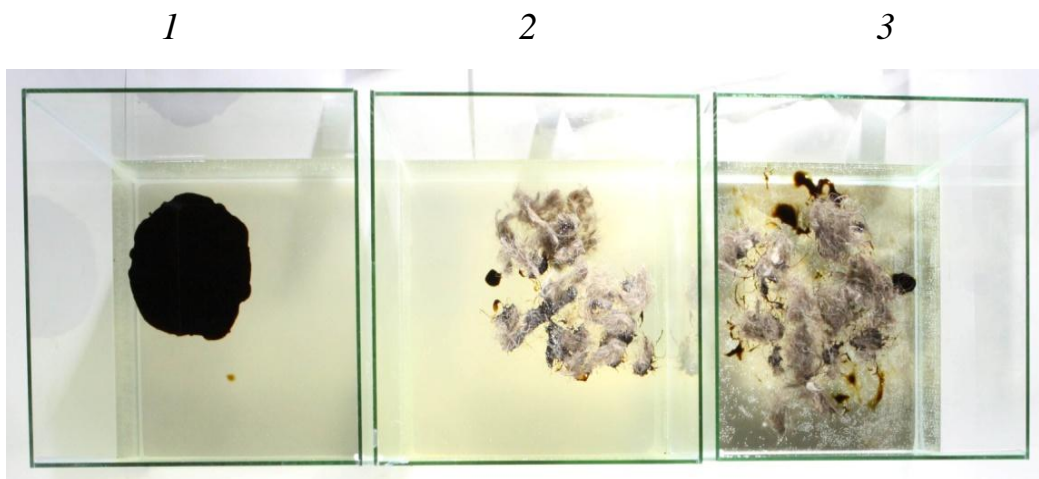


Рисунок 5.4.6 – Регистрация динамики процесса сорбции нефти. Три контейнера с порцией нефти (30 мл) на поверхности: 1 – очистка только при помощи микроорганизмов, 2 – очистка только при помощи овечьей шерсти, 3 – одновременное применение микроорганизмов и шерсти. Изображение относится к моменту времени $t = 4600 \text{ с}$ после начала процесса сорбции (внесения сорбента на поверхность воды с загрязнением)

Регистрация картины течений, индуцированных сорбцией, велась на всем протяжении эксперимента (5 часов, из которых видеозапись велась первые 45 минут, далее велась фоторегистрация с частотой съемки 2 кадра в секунду).

Динамика окончания процесса активной сорбции нефти с поверхности воды сорбентом (овечьей шерстью) представлена на рисунке 5.4.7. Скорость уменьшения площади поверхности воды, покрытой нефтью, составляет $2.48 \cdot 10^{-2} \%$ в секунду, что свидетельствует о практическом исчерпании емкости сорбента в данном временном интервале. Наиболее высокие скорости

поглощения загрязнений сорбентом, а соответственно и наиболее высокие скорости увеличения площади поверхности воды, свободной от загрязнений, наблюдаются непосредственно после внесения сорбента.

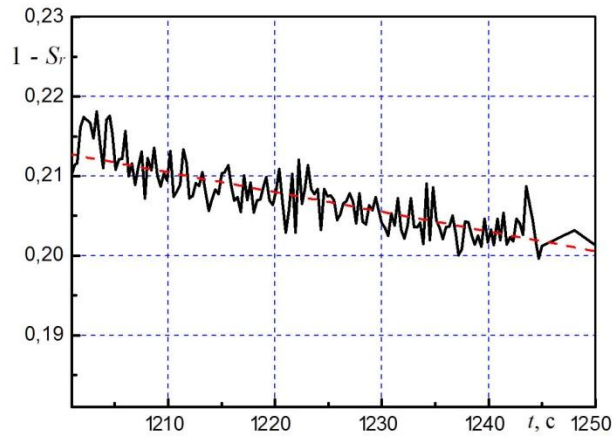


Рисунок 5.4.7 – Уменьшение площади загрязнения под действием сорбента в интервале времени $t = 1200 - 1250$ с после внесения сорбента

Для анализа проб воды, взятых на различных стадиях процесса очистки воды от нефтяных загрязнений, была использована разработанная в лаборатории «Лазерной спектроскопии водных сред и лазерной биофотоники» физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова процедура нормировки интенсивности флуоресценции нефтепродуктов на интенсивность полосы Рамановского (комбинационного, КР) рассеяния света молекулами среды – в нашем случае, воды или гексана [133]. Спектры поглощения измерялись на спектрофотометре Lambda 25 (PerkinElmer, США).

На рисунке 5.4.8 приведены спектры флуоресценции проб воды, измеренные при различных значениях длины волны возбуждающего излучения (λ_{ex}); в правом нижнем сегменте рисунка представлены спектры поглощения, точнее – оптической плотности, определяемой как поглощением, так и рассеянием света, в том числе, на нефтяной эмульсии. Спектры поглощения измерялись на спектрофотометре Lambda 25 (PerkinElmer, США).

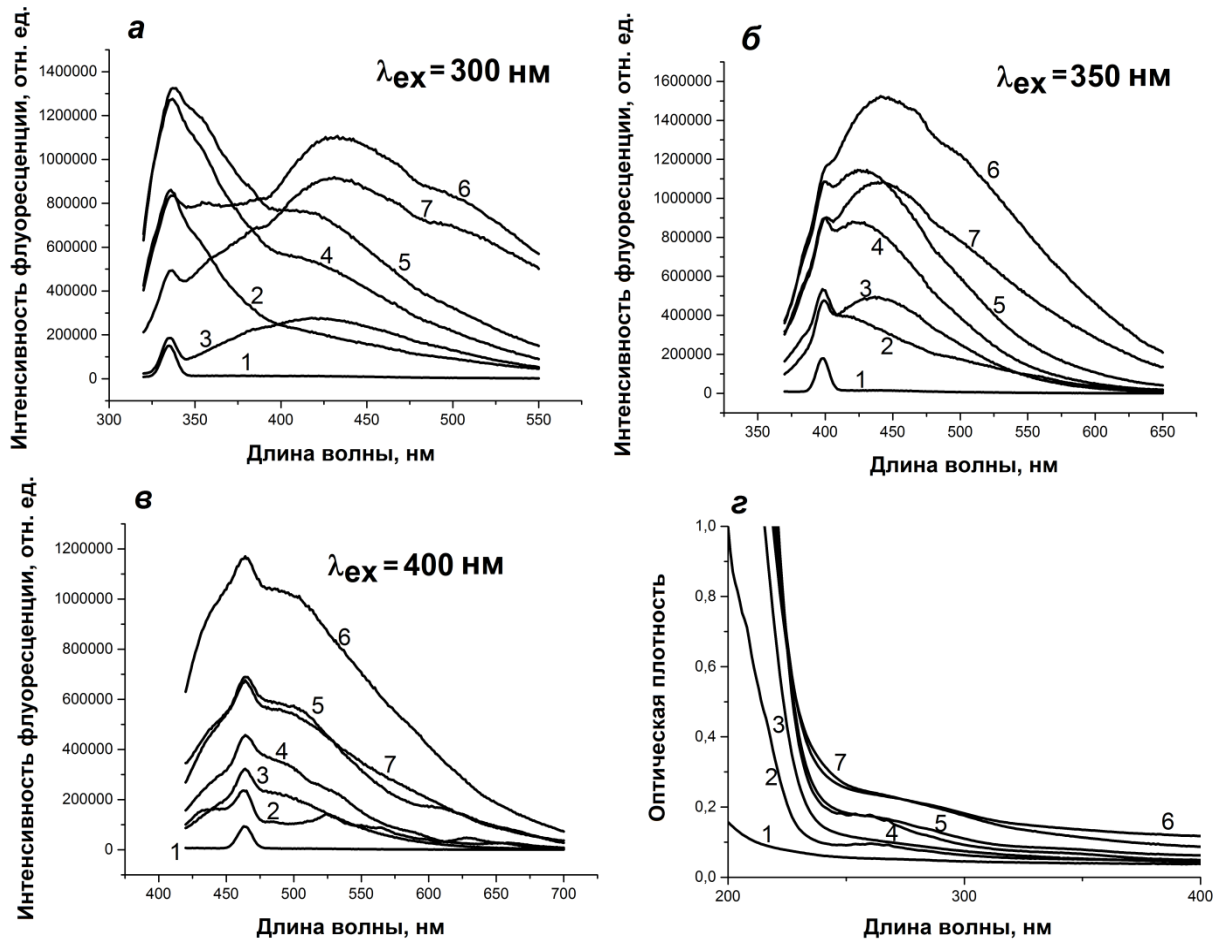


Рисунок 5.4.8 – Спектры флуоресценции и поглощения образцов воды 1 – 7.

Спектры поглощения этих образцов приведены в правом нижнем секторе рисунка. На рисунке цифрами обозначены: 1 – дистиллированная вода; 2 – дистиллированная вода, загрязненная нефтью; 3 – водопроводная вода, использованная для эксперимента, далее «вода»; 4 – вода, загрязненная нефтью, до очистки; 5 – вода, загрязненная нефтью, после первой очистки шерстью; 6 – вода, загрязненная нефтью, после второй очистки шерстью; 7 – вода, загрязненная нефтью, после третьей очистки шерстью

Овечья шерсть способствует очищению воды от нефтяных загрязнений, о чём свидетельствует уменьшение (в масштабе полосы КР воды, которая может служить внутренним репером) интенсивности спектральных полос флуоресценции разных фракций нефти (на рисунке 5.4.8 при значениях длины волны возбуждения, меньших 320 нм, видны две такие полосы – с

максимумами на 370 и 410 нм; при больших значениях длины волны возбуждения проявляется только длинноволновая полоса флуоресценции нефти).

Приведенные в Таблице 5.4.4 значения соответствуют очистке воды от загрязнений нефтепродуктами последовательно двумя одинаковыми порциями сорбента (овечьей шерсти). Данные об образце № 1 соответствуют пробе воды, взятой до начала процесса очистки. Образцы № 2 и 3 – данные после первого и второго применения сорбента массой 1 г соответственно.

Образец	Концентрация нефти, мг/л	Степень очистки, %
№ 1	368	-
№ 2	89	76 %
№ 3	4.5	89 %

Таблица 5.4.4 – Значения концентрации нефти в образцах воды после двух последовательных операций очистки овечьей шерстью

В ходе проведенных экспериментов выяснено, что необработанная овечья шерсть впитывает минимум в 6 раз больше своей массы нефти и других углеводородов (дизельное топливо, авиационное и подсолнечное масла). Важным преимуществом шерсти может стать присутствующий в процессе сорбции эффект «увлечения» углеводородов массой шерсти (автогезия) за счет возникающих течений. Проведенная флуоресцентная диагностика процесса очистки воды от нефтяных загрязнений сорбентом на основе овечьей шерсти показала, что шерсть сорбирует до 89% нефти в зависимости от ее изначальной концентрации и количества сорбента [134].

Эффект формирования течений в покоящейся жидкости при сорбции нефтепродуктов и масел на волокнистых материалах, и в частности натуральной овечьей шерсти, может использоваться для повышения эффективности технологий ликвидации разливов углеводородов и очистки

природных водоемов. Автором диссертационной работы было получено 2 Патента на полезную модель №136453, «Устройство для отделения жидких углеводородов от воды», 2014, № 169140 «Устройство для сбора жидких углеводородов», 2017 [135, 136].

Сущность заявляемой полезной модели поясняется примером реализации и чертежом на котором схематично представлен общий вид устройства (рисунок 5.4.9)

Устройство для отделения от воды и сбора жидких углеводородов включает каркас, выполненный из пустотелых элементов или сетки 1, заполненный натуральной овечьей шерстью 2 (мытой или невытой). Каркас может быть выполнен различной геометрической формы - в виде мата в форме прямоугольного параллелепипеда (как показано на чертеже) или коврика. Объем шерсти 2 разделен водонепроницаемой перегородкой 3, расположенной перпендикулярно направлению наименьшего размера каркаса.

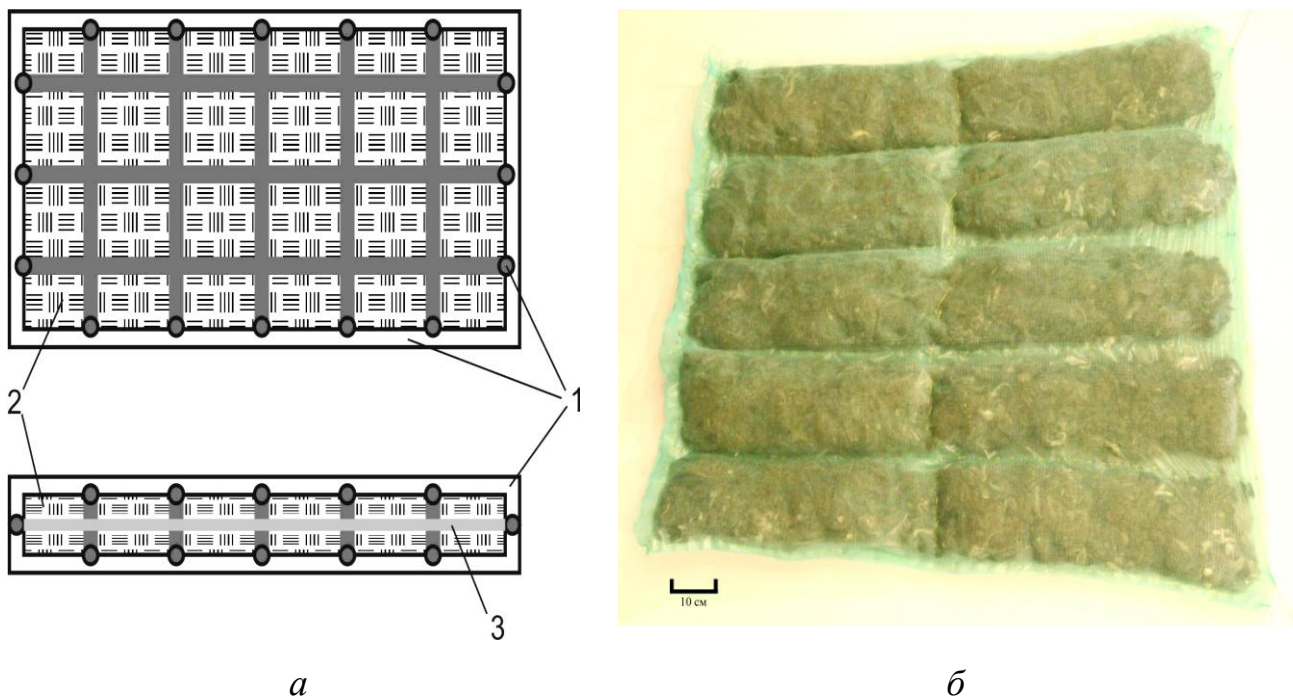


Рисунок 5.4.9 – Эскизный образец устройства для сбора жидких углеводородов с поверхности воды: а) – схема, б) – фото

Водонепроницаемая перегородка выполнена из полиэтилена или фторопласта, каркас изделия выполнен съемным. В одну из частей устройства, разделенного перегородкой, добавлено целлюлозное волокно в количестве от 10 до 70 % объема шерсти.

Использование легко доступной натуральной овечьей шерсти, существенно повышает эффективность работы устройства. В настоящее время большая часть шерсти уничтожается вследствие невостребованности (которая является отходом мясного овцеводства), что существенно снижает стоимость устройства. Шерсть гидрофобна, почти не впитывает влагу и обладает высокой сорбционной способностью по отношению к углеводородам, поглощая их из смесей с водой и даже эмульсий. При этом, как было установлено, шерсть обладает уникальным свойством катализации коалесценции жидких углеводородов и таким редким вариантом коалесценции, как автогезия [134].

Разделение объема шерсти водонепроницаемой перегородкой, расположенной перпендикулярно направлению наименьшего размера каркаса позволит наиболее полно использовать волокна шерсти для адсорбции углеводородов, при этом с другой стороны устройства не будет происходить впитывание как углеводородов, так и воды, что позволит эффективно использовать вторую сторону устройства при переворачивании, а также повысить общую плавучесть устройства.

В частных случаях реализации устройства, для повышения эффективности сбора жидких углеводородов, целесообразно добавлять целлюлозное волокно. Добавление целлюлозного волокна в шерсть позволяет увеличить ее сорбционную способность, так как целлюлозное волокно впитывает углеводороды в 9-10 раз больше своего веса. Также добавление целлюлозного волокна увеличит температурный диапазон применения устройства, т.к. вода, проникшая в капилляры целлюлозного волокна, замерзает при температурах существенно ниже 0° С.

Как показали проведенные опыты, способность натуральной шерсти сорбировать углеводороды сохраняется после удаления избытка собранного материала.

Основным преимуществом разрабатываемого устройства для сбора жидких углеводородов с поверхности воды является сравнительно низкая себестоимость и экологическая безопасность его использования, а также возможность многократного (4 - 5 раз) использования.

Были проведены испытания эскизного образца устройства для сбора жидких углеводородов (нефть, дизельное топливо и т.п.) с поверхности воды в лабораторных условиях, которые показали, что образец эффективно собирает углеводородные загрязнения (нефть, дизельное топливо и др.), за счет гидрофобности шерсти и ее высокого коэффициента сорбции и может успешно применяться для ликвидации поверхностных разливов различных углеводородов на водных объектах: в двух режимах: с надводного судна и с берега водоема.

Основным преимуществом разрабатываемого устройства для сбора жидких углеводородов с поверхности воды является сравнительно низкая себестоимость и экологическая безопасность его использования. Инструкция по проведению испытаний в натурных условиях и протоколы испытаний приведены в [110].

Выводы к Главе 5

Впервые получены дифференциальные уравнения, определяющие форму масляного тела в предположении равенства угловых скоростей вращения масляного тела и окружающей жидкости (гипотеза «вмороженности масляного тела»). Получены численные решения для установившейся формы пятна углеводородов на поверхности покоящейся воды.

Проведены экспериментальные исследования процесса растекания углеводородов из компактного пятна по поверхности воды при различных физических условиях – температуре и солености. По воде с содержанием соли

углеводороды растекаются медленнее, чем по пресной воде. В условиях более теплой подстилающей жидкости процесс растекания проходит быстрее, чем при нормальных условиях. Прослежена зависимость скорости растекания пятна углеводородов от начального объема, вязкости и поверхностного натяжения.

Проведены экспериментальные исследования сорбирующей способности различных материалов по отношению к нефтепродуктам, их водопоглощения и применения для ликвидации загрязнений поверхности воды углеводородами. Проведенная флуоресцентная диагностика процесса очистки воды от нефтяных загрязнений сорбентом на основе овечьей шерсти, показала, что шерсть сорбирует до 89% нефти в зависимости от ее начальной концентрации и количества сорбента.

Эффект формирования течений в покоящейся жидкости при сорбции нефтепродуктов и масел на волокнистых материалах, и в частности, натуральной овечьей шерсти, может использоваться для повышения эффективности технологий ликвидации разливов углеводородов и очистки природных водоемов.

Заключение

Цель диссертационной работы заключалась в проведении экспериментального исследования и создании теоретического описания динамики и структуры многофазных вихревых течений и характера переноса трех типов маркеров: твердотельных (льда, пластика), несмешивающихся с водой (нефть, масло, дизель) и растворимых (анилиновые красители, уранил).

В работе получены следующие новые результаты:

Выполнены экспериментальные исследования вихревых течений в контейнерах различной геометрии, а также при различных физических параметрах экспериментов на модернизированных установках для изучения динамики формирования, структуры установившего течения и картины переноса вещества в вихревых течениях в широком диапазоне определяющих параметров. Отработана методика сбора и обработки экспериментальных данных.

Установлено, что форма свободной поверхности зависит от всех физических параметров задачи (глубины слоя жидкости, радиуса и формы активатора, частоты вращения). Глубина каверны монотонно растет с увеличением частоты вращения. В экспериментах наблюдались поверхностные каверны трех видов - гладкие, с инерциальными (крупномасштабными) волнами и сложные (с инерциальными и спиральными волнами одновременно).

В ходе серии экспериментов были визуализированы волны на свободной поверхности составного вихря, было установлено, что положение волн относительно лабораторной системы координат и друг друга, а также их количество не изменялось с течением времени в определенном диапазоне параметров. Исходя из полученных данных, можно утверждать, что форма свободной поверхности допускает группу собственных ортогональных преобразований $SO(6)$.

Получена теоретическая зависимость, которая описывает универсальную геометрию вихревых каверн, возникающих в цилиндрических сосудах при вращении соосного диска, и совпадает как с экспериментальными данными, так

и с полученной ранее моделью вихревого течения.

Впервые получены аналитические выражения, показывающие, что траектории жидких частиц вблизи поверхности вихря представляют собой трехмерные спирали, по которым происходит течение от периферии к центру вихря. Показано, что рассчитанные и визуализированные траектории жидких частиц хорошо согласуются между собой и относятся к классу пространственных логарифмических спиралей.

Решена задача о течении вблизи диска, служащего индуктором составного вихревого течения, в предположении, что вращающийся индуктор контактирует только с жидкостью и при условии, что физические поля считаются стационарными и независимыми от азимутального угла φ . Показано, что относительно поверхности диска жидкие элементы движутся по логарифмическим спиральям.

Хорошее совпадение форм свободной поверхности, описываемой аналитическими соотношениями, с экспериментально наблюдаемыми при различных параметрах вихревого течения, указывает на применимость развитого в представленной работе упрощенного теоретического описания течения данного вида. Установившаяся форма вихревого движения позволяет изучать процессы переноса вещества из источника с фиксированными свойствами.

Проведенные эксперименты по определению основных характеристик процесса распространения растворимой примеси в толщу жидкости в составном вихревом течении подтвердили линейный характер зависимости глубины проникновения примеси вблизи вертикальной оси течения от времени, было прослежено изменение формы и размеров окрашенной области, рассчитана скорость изменения опускания красителя в толщу жидкости в зависимости от частоты вращения индуктора. Растворимые красители образуют спиральные рукава, составляющие картину переноса вещества на вращающейся поверхности жидкости. Направления основного течения и роста спиральных

рукавов противоположны. Рост спиральных рукавов происходит во всем диапазоне исследованных параметров течения.

Полученные данные позволяют сделать вывод о различии размеров областей, где изменение скорости жидкости должно происходить по линейному закону (в зависимости от расстояния до вертикальной оси вращения) и центральной окрашенной области.

Установлено, что характерные особенности вихревого течения задаются в области пограничного слоя на диске и затем переносятся с сохранением формы структуры течения во всю область, занимаемую жидкостью. Это подтверждается совпадением типов спирального движения жидких частиц на поверхности и вблизи диска.

Экспериментально изучена тонкая структура поверхностей раздела нефтяное тело – вода и жидкость (вода или несмешивающиеся углеводороды) – воздух в составном вихре, включая режим начала формирования эмульсий. В качестве объекта исследования были выбраны массово используемые жидкости (подсолнечное и авиационное масла, нефть, дизельное топливо, а также их смеси в разных пропорциях). Проведенные эксперименты показали, что в исследуемом вихре, как в пресной, так и в соленой воде несмешивающиеся жидкости (такие как масло, нефть, дизельное топливо) частично остаются на свободной поверхности, частично затягиваются в толщу жидкости, где образуют связное масляное тело в окрестности оси вращения. Геометрия контактной поверхности зависит от параметров вихревого течения, задаваемых угловой скоростью вращения индуктора, и состава среды. На границе раздела масляного тела и подстилающей жидкости, как и на поверхности каверны в чистой жидкости, наблюдаются два типа возмущений – крупномасштабные инерциальные волны и мелкомасштабные спиральные волны.

К масляному пятну на поверхности вращающейся жидкости примыкают спиральные рукава, ориентированные навстречу основному течению. Масло в толще составного вихря собирается в компактное тело, ограниченное поверхностью вращения. Размеры и форма масляного тела и примыкающих

рукавов зависят от параметров течения. Сравнение размеров масляного тела в зависимости от количества и физических свойств добавленной в поток несмешивающейся примеси для различных начальных значений глубины слоя воды показывает, что увеличение вязкости маркирующей добавки ведет к уменьшению вертикального размера масляного тела.

Во всех проведенных экспериментах примесь не может считаться пассивной, смещения отдельных полос, положение капель масла и ориентация спиральных рукавов не отражают картину течения в составном вихре.

Показано, что распад масляного тела может происходить в нескольких формах, потеря сплошности поверхности раздела зависит от типа примеси. Вид образующийся эмульсии зависит от частоты вращения: при средних угловых скоростях вращения формируется прямая эмульсия, с увеличением скорости наблюдаются оба вида, а при больших скоростях – инвертная эмульсия.

Впервые рассмотрена задача аналитического определения формы масляного тела в составном вихре на основе анализа уравнений механики разноплотных жидкостей с физически обоснованными граничными условиями. Получены зависимости, отражающие форму границ раздела фаз в вихревом течении жидкости, состоящей из двух компонент. Аналитические выражения, характеризующие форму нулевого приближения для границ раздела фаз в составном вихре, удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Особенности полученных аналитических выражений для формы границ раздела фаз в вихревом течении накладывают существенные ограничения на свойства используемых несмешивающихся добавок, т.к. для точного определения всех параметров границ раздела фаз необходима низкая оптическая плотность, и на применяемые средства визуализации, которые должны обеспечивать необходимое разрешение изображения для проведения измерений формы поверхностей раздела.

Все наблюдаемые картины течения устойчиво воспроизводятся при повторении экспериментов и сохранении условий в пределах точности опытов.

Эксперименты показали, что движение маркера, размещенного на поверхности вихревой полости, является сложным и включает в себя тангенциальное смещение (вращение относительно центра потока вихревой полости), радиальное смещение и вращение относительно своей собственной оси. Характер движения зависит от условий эксперимента (глубина жидкости и скорость диска активатора), типа жидкости (гомогенная или двухслойная с масляной пленкой) и формы маркера.

Предложена теоретическая модель, объясняющая движение маркеров, помещенных на поверхность вихревого течения в однокомпонентной жидкости. Экспериментально показано, что при помещении маркера на поверхность вихря в области его периферии он начинает движение к центру вихря с одновременным обращением его центра масс в том же направлении, в котором вращается вихрь, при этом сам маркер начинает вращаться относительно оси, проходящей через его центр масс, в противоположном направлении. По мере продвижения к центру вихревой воронки маркер попадает в переходную область, пересекает границу между твердотельным и периферийным типами вращения вихря и постепенно меняет собственное вращение относительно центра масс на противоположное, которое сохраняется после полного перехода маркера в область твердотельного вращения, что соответствует теоретической модели.

Получено уравнение, описывающее движение центра масс маркера и представляющее логарифмическую спираль на поверхности вихревой воронки, которая совпадает с траекториями жидких частиц вблизи свободной поверхности. Таким образом, маркер увлекается приповерхностным потоком и совершает дополнительное вращение, обусловленное ненулевым моментом вязких сил, действующих на его нижнюю поверхность со стороны жидкости. Как в периферийной области, так и в области твердотельного вращения углы поворота маркера относительно собственной оси и центра масс маркера относительно оси вращения воронки связаны соотношением вида $\gamma = \psi/2$, которое справедливо для всех форм маркера, имеющих центральную

симметрию. Экспериментальная зависимость угла вращения от угла поворота в области вращения твердого тела хорошо согласуется с теоретической зависимостью, полученной на основе предложенной математической модели.

Проведенные эксперименты по размещению на свободной поверхности составного вихря твердотельного маркера с нанесенным растворимым красителем наглядно демонстрируют наличие опережающего и запаздывающего относительно твердотельного маркера рукавов красителя. Подкрашивающая примесь распространяется по свободной поверхности составного вихревого течения порциями, отходя от маркера как вперед, так и назад приблизительно в одно и то же время, и временные интервалы между образованием новых порций приблизительно равны.

Исследовано спонтанное вращение ледяных блоков разных размеров, помещенных как на твердые поверхности (алюминий, полиметилметакрилат, стекло, пенопласт, керамика), так и на поверхность бассейна с покоящейся водой определенной глубины при заданной температуре. При плавлении ледяной блок служит источником вихревого течения, возникающего под его погруженной поверхностью. Механизм возникновения нисходящего течения тесно связан с данной аномалией плотности – охлажденная до 4°C вследствие таяния ледяного блока и перемешивания вода начинает погружаться. Непрерывный процесс таяния льда порождает непрерывный поток массы, направленный против вектора силы тяжести.

Впервые получены дифференциальные уравнения, определяющие форму масляного тела в предположении равенства угловых скоростей вращения масляного тела и окружающей жидкости (гипотеза «вмороженности масляного тела»). Получены численные решения для установившейся формы пятна углеводородов на поверхности покоящейся воды.

Проведены экспериментальные исследования процесса растекания углеводородов из компактного пятна по поверхности воды при различных физических условиях – температуре и солёности. По воде с содержанием соли углеводороды растекаются медленнее, чем по пресной воде. В условиях более

теплой подстилающей жидкости процесс растекания проходит быстрее, чем при нормальных условиях. Прослежена зависимость скорости растекания пятна углеводородов от начального объема, вязкости и поверхностного натяжения.

Проведены экспериментальные исследования сорбирующей способности различных материалов по отношению к нефтепродуктам, их водопоглощения и применения для ликвидации загрязнений поверхности воды углеводородами. Проведенная флуоресцентная диагностика процесса очистки воды от нефтяных загрязнений сорбентом на основе овечьей шерсти, показала, что шерсть сорбирует до 89% нефти в зависимости от ее начальной концентрации и количества сорбента.

Эффект формирования течений в покоящейся жидкости при сорбции нефтепродуктов и масел на волокнистых материалах, и в частности натуральной овечьей шерсти, может использоваться для повышения эффективности технологий ликвидации разливов углеводородов и очистки природных водоемов.

Благодарности

Автор выражает искреннюю благодарность и глубокую признательность д.ф.-м.н. Анатолию Васильевичу Кистовичу за внимание к работе, ценные советы, полезные обсуждения и постоянную поддержку.

Эта работа не была бы возможной без участия Юлия Дмитриевича Чашечкина, создателя уникального комплекса УНУ ГФК ИПМех РАН. Его эрудиция, широта и глубина знаний, творческий подход и увлеченность проблемами гидродинамики, уникальные экспериментальные способности, потрясающее умение к обобщению и трактовке экспериментов, все, чем Юлий Дмитриевич щедро делился с автором, обеспечило постановку и выполнение этой работы. От всей души выражаю ему самую искреннюю благодарность.

Хотелось бы поблагодарить заведующего кафедрой физики моря и вод суши Физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова профессора д.ф.-м.н. Константина Васильевича Показеева и с.н.с. ИПМех РАН Евгению Вячеславовну Степанову за всестороннее содействие и поддержку работы, помощь в проведении экспериментов и обработке данных.

Список литературы:

1. Гупта А., Лилли Д., Сайред Н. Закрученные потоки. – М.: Мир, 1987. – 590 с.
2. Наливкин Д.В. Ураганы, бури и смерчи. – Л.: Наука, 1969 –. 487 с.
3. http://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/image_feature_735.html
4. http://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/image_feature_735.html
5. Ньютон И. Математические начала натуральной философии / *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*:– М.: Наука, 1989. – 688 с.
6. Faber T. E. *Fluid Dynamics for Physicists*. – Cambridge University Press, 1995. – 440 p.
7. Helmholtz H. *Über Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welche den Wirbelbewegungen entsprechen* // *Journal für die reine und angewandte Mathematik*. – 1858. – V. 55. – P. 25-55.
8. Kelvin Lord. *On vortex motion* // *Royal Soc. Edinburgh*. – 1868. – V. 25. P. 217-260.
9. Kelvin Lord. *Vortex statics* // *Collected works*. – 1875. – V.4. P. – 115-128.
10. Prandtl L., *Tragflügeltheorie. I Mitteilung. Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften Zu Göttingen* // *Mathematisch-Physikalische Klasse*. – 1918. – P. 151-177.
11. Пуанкаре А. *Теория вихрей*. – М.: Ижевск: РХД, 2000. – 160 с.
12. Жуковский Н. Е. *О присоединённых вихрях*. Полн. собр. соч., т. 5, М.-Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1937.
13. Сэффмэн Ф. *Динамика вихрей* – М.: Научный мир, 2000. – 376 с.
14. Алексеенко С.В., Куйбин П.А., Окулов В.Л. *Введение в теорию концентрированных вихрей*. – Новосибирск: Институт теплофизики СО РАН, 2003. – 504с.

15. Борисов А.В., Мамаев И.С., Соколовский И.С. Фундаментальные и прикладные проблемы вихрей. – М. – И.: Институт компьютерных исследований, 2003. – С. 414-440.
16. Гайфуллин А.М. Исследование вихревых структур, образующихся при обтекании тел жидкостью и газом. – М.: Изд. отд. ЦАГИ, 2006. – 139 с.
17. Головкин М.А., Головкин В.А., Калявкин В.М. Вопросы вихревой гидромеханики. – М.: Физматлит, 2009. – 264 с.
18. Ламб Г. Гидродинамика – М.-Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1947. – 928 с.
19. Вилля Г. Теория вихрей. – М.: КомКнига, 2006. – 264 с.
20. Гельмгольц Г. Основы вихревой теории. – М.: ИКИ, 2002. – 82 с.
21. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. – М.: Мир, 1973. – 760 с.
22. T. von Kármán, H.L. Rubach On the mechanisms of fluid resistance // *Physik Z.* – 1912. – V. 13, – P. 49–59.
23. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука, ГРФМЛ. 1969. 742 с.
24. Escudier M.P. Observations of the flow produced in a cylindrical container by a rotating endwall // *Experiments in fluids.* – 1984. № 2. – P. 189-196.
25. Милн-Томсон Л.М. Теоретическая гидродинамика. – М.: Мир, 1964. – 660 с.
26. Окулов В.Л., Соренсен Ж.Н., Войгт Л.К. Чередование право- и левовинтовых вихревых структур при увеличении интенсивности закрутки потока // *Письма в журнал технической физики.* – 2002. – Т. 28. – Вып. 2. – С. 37-44.
27. Наумов И. В., Окулов В. Л., Соренсен Ж. Н. Два сценария развития неустойчивости в интенсивно закрученном течении // *Письма в журнал технической физики.* – 2007. – Т. 33. – Вып. 18. – С. 32-39.

28. Наумов И. В., Окулов В. Л., Соренсен Ж. Н. Диагностирование пространственной структуры вихревых мультиплетов в закрученном течении // Теплофизика и аэромеханика. – 2010. – Т. 17. – № 4. – С. 585-593.
29. Gushchin V.A., Konshin V.N. Computational aspects of the splitting method for incompressible flow with a free surface // Journal of Computers and Fluids. – 1992. – V. 21. – № 3. – P. 345-353.
30. Kremenetskiy V.V., Stroganov O.Yu., Zatsepin A.G., et al. Frontal currants in the rotating fluid over sloping bottom: influence of canyons // Selected papers of international conference “Fluxes and structures in fluids – 2003”. M.: IPMech RAS. – 2004. – P. 111–114.
31. Andersen A., Bohr T., Stenum B., et al. The bathtub vortex in a rotating container // Journal of Fluid Mechanics. 2006. V. 556. P. 121-146.
32. Brons M., Vougt L.K., Sorensen J.K. Streamline topology of steady axisymmetric vortex breakdown in a cylinder with co- and counter-rotating end-covers // J. Fluid Mech. – 1999. – V.401. – P. 275-292.
33. Окулов В.Л., Соренсен Ж.Н., Войгт Л.К. Чередование право- и левовинтовых вихревых структур при увеличении интенсивности закрутки потока // Письма в ЖТФ. – 2002. – Т. 28. – Вып. 2. – С. 145-167.
34. Окулов В.Л., Меледин В.Г., Наумов И.В. Экспериментальное исследование закрученного потока в кубическом контейнере // Журнал технической физики. – 2003. – Т. 73. – Вып.10. – С. 29-36.
35. Hoerner S.F., Borst H.V. Fluid-dynamic lift. Practical information on aerodynamic hydrodynamic lift. – Bakersfield: Hoerner fluid dynamics. 1985. – 376 p.
36. Beguier C., Bousgarbies J.-L. et Leweke T. Tourbillion, Instabilite et Decollement. – CEPAD. – 2001. – 126 p.

37. Popescu N., Robescu D. Separation of Petroleum Residues Using the Vortex Separation Technique. // U.P.B. Sci. Bull., Series D. – 2011. – V. 73, Iss. 1.
38. Калиниченко В.А., Чашечкин Ю.Д. Структуризация взвешенных донных осадков в периодических течениях над вихревыми рифелями // Известия РАН. МЖГ. – 2014. – №2. – С. 95–106.
39. Чаплина Т.О., Степанова Е.В. Вихревые течения с кручением. Лабораторное моделирование // Процессы в геосредах. – 2015. – № 1. С. 96-105.
40. Наумов, И.В. Формирование и оптико-лазерная диагностика винтовых вихревых структур в жидкости: дис. д-ра техн. наук: 01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы / Наумов Игорь Владимирович. – Новосибирск, 2013. – 313 с.
41. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. – Т. VI. М.: Физматлит. 2001. – 731 с.
42. Чашечкин Ю.Д., Байдулов В.,Г., Бардаков Р.Н., Васильев А.Ю., Городцов В.А., Кистович А.В., Степанова Е.В., Чаплина Т.О. Моделирование течений стратифицированных и вращающихся жидкостей // В сб. «Механика жидкостей». – М.: Наука. 2010, – С.277-348
43. Chaplina T.O., Chashechkin Yu.D. Coherent structure in oil body embedded in compound vortex // Advances in Computation, Modeling and Control of Transitional and Turbulent Flows. – 2016. – P. 219-224.
44. Карев В.И., Показеев К.В., Чаплина Т.О. Актуальные проблемы моделирования процессов в геосредах // Процессы в геосредах. – 2018. – № 1(14). – С. 818-822.
45. Alekseenko, S.V. Helical vortices in swirl flow / S.V. Alekseenko, P.A. Kuibin, V.L. Okulov, S.I. Shtork // J. Fluid Mech. – 1999. – № 382. – С.195.

46. Basu P., Kefa C., Jestin L. Boilers and burners. – New York: Springer, 2000. – 553 p.
47. Basu P. Design and theory. – New York: Springer, 2000. – 130 p.
48. Зыкова Н.Г., Серант Ф.А., Ноздренко Г.В., Щинников П.А. Схемно-параметрическая оптимизация котлов ТЭС с кольцевой топкой // Теплофизика и аэромеханика. – 2003. – № 3. – С. 477.
49. Escudier M.P., O’Leary J., Poole R.J. Flow produced in a conical container by a rotating endwall // Int. J. Heat Fluid Flow. – 2007. – № 28. – P. 1418.
50. Chiang T.R., Sheu W.H., Tsai S.F. Disk-driven vortical flow structure in cubical container // Comp. Fluids. – 1999. – № 28. – P.41.
51. Okulov V.L., Meledin V.G, Naumov., I.V. Experimental investigation of a swirling flow in a cubic container // Tech. Phys. – 2003. – №48. – P. 1249.
52. Liberzon A., Feldman Y., Gelfgat A.Y. Experimental observation of the steady-oscillatory transition in a cubic lid-driven cavity // Phys. Fluids. – 2011. – № 23. – P. 084106.
53. Anikin Yu.A., Naumov I.V., Meledin V.G., Okulov V.L., Sadbakov O.Yu. Experimental investigation of pulsation of swirl flow in cubic container // Thermophys. Aeromech. – 2004. – № 11. – P. 571.
54. Кистович А.В., Чашечкин Ю.Д. Деформация свободной поверхности жидкости в цилиндрическом контейнере присоединённым составным вихрем // Доклады РАН 2010. – Т. 432. – № 1. – С. 50–54.
55. Степанова Е.В. Экспериментальное исследование тонкой структуры вихревого течения в жидкости со свободной поверхностью: диссертация кандидата физико-математических наук: 01.02.05 Москва, 2009, 119 с.
56. Чаплина Т.О. Исследование переноса несмешивающейся примеси в вихревых течениях в многофазных жидкостях // Процессы в геосредах. – 2019. – №3. – С. 282–291.
57. <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/99716>

58. Шевцов Н.И., Степанова Е.В. Применение метода фотометрии изображений в некоторых задачах гидродинамики // Вестник МГУ. – Сер. 3. Физ. Астрон. – 2015. – № 3. – С. 44–48.
59. Kistovich A.V., Chaplina T.O., Stepanova E.V. Vortex flow with free surface: comparison of analytical solutions with experimentally observed liquid particles trajectories // International Journal of Fluid Mechanics Research. – 2017. – V. 44 – № 3. – P. 215-227.
60. Taylor G.I. Experiments with rotating fluids // Roy. Soc. Proc. A. – 1921. – V. 100. – Pl. 2. – P. 114-121.
61. Long R. R. Note on Taylor's "ink walls" in a rotating fluid // Journal of the Atmospheric Sciences. – 1954. – V. 11. – № 3. – P. 247–249.
62. Чаплина Т.О., Степанова Е.В., Чашечкин Ю.Д. Структурная устойчивость картины переноса несмешивающихся жидкостей в вихревом течении // Вестник МГУ. Серия. 3. Физика и Астрономия. – 2014. – № 6. – С. 122-127.
63. Степанова Е.В., Чашечкин Ю.Д. Анизотропный перенос примеси в составном вихре // Доклады РАН. – 2008. – Т. 423. – № 4. – С. 474-478.
64. Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа. – М.: Мир, 1986. – 184 с.
65. Honji H. Vortex motions in a stratified wake flows // Fluid Dyn. Res. 1988. – V. 3. – № 1 - 4. – P. 425 – 430.
66. Kelso R.M., Lim T.T., Perry A.E. An experimental study of a round jet in a cross-flow // J. Fluid mech. – 1996. – Vol. – 306.
67. http://www.efluids.com/efluids/gallery/gallery_pages/vortex_dislocate.jsp
68. Stegner A. Nonlinear Dynamics of Rotating Shallow Water: Methods and Advances // Edited Series on Advances in Nonlinear Science and Complexity. – 2007. – V. 2. – P. 323–379.
69. Алексеенко С. Волны, вихри и когерентные структуры в потоках жидкости // Наука в Сибири (Еженедельная газета СО РАН). – 2003. – № 49. – С. 24-35.

70. Чаплина Т.О., Степанова Е.В., Чашечкин Ю.Д. Картины переноса маркеров в составном вихре // Естественные и технические науки. – 2012. – Т. 2(58). – С. 45-51.
71. Chaplina T.O. Transport of oil in Compound Vortex // Procedia IUTAM. Special Issue: IUTAM 2012 Symposium on Waves in Fluids: Effects of Nonlinearity, Rotation, Stratification and Dissipation. – 2013. – V. 8. – P. 58–64.
72. Чаплина Т.О., Степанова Е.В., Чашечкин Ю.Д. Особенности переноса примеси в стационарном вихревом течении // Вестник МГУ. – Серия 3: Физика и Астрономия. – 2012. – № 4. – С. 69-75.
73. Чаплина Т.О., Степанова Е.В., Чашечкин Ю.Д. Деформация компактного масляного пятна в каверне составного вихря // Доклады РАН. – 2010. – Т. 432. – № 2. – С. 185-189.
74. Степанова Е.В., Чаплина Т.О., Чашечкин Ю.Д., Петренко А.И., Экспериментальные исследования переноса примесей в составном вихре // Физические проблемы экологии. – 2012. – № 18. – С. 370-379.
75. Степанова Е.В., Трофимова М.В., Чаплина Т.О., Чашечкин Ю.Д. Структурная устойчивость процесса переноса вещества в составном вихре // Известия РАН: Физика атмосферы и океана. – 2012. – Т. 48. – № 5. – С. 1–13.
76. Ахметов Д.Г., Тарасов В.Ф. О структуре и эволюции вихревых ядер // Прикладная механика и техническая физика. – 1986. – № 5. – С. 68-73.
77. Kistovich A.V., Chaplina T.O., Stepanova E.V. Analytical and experimental study of the substance transport in the vortex flow // Theoretical and Computational Fluid Dynamics. – 2019. – №1. P. 1-16.
78. Степанова Е.В., Чаплина Т.О., Чашечкин Ю.Д. Экспериментальное исследование переноса масла в составном вихре // Прикладная механика и техническая физика. – 2013. – Т. 54. – № 3. – С. 79-86.

79. Степанова Е.В., Чаплина Т.О., Чашечкин Ю.Д. Формы частичного распада масляного тела в составном вихре // Известия РАН: Механика жидкости и газа. – 2014. – № 5. – С. 52–64.
80. Байдулов В.Г., Матюшин П.В., Чашечкин Ю.Д. Эволюция течения, индуцированного диффузией на сфере, погруженной в непрерывно стратифицированную жидкость // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2007. – № 2. – С. 130–143.
81. Кутепов А.М., Латкин А.С. Вихревые процессы для модификации дисперсных систем. – М.: Наука, 1999. – 268 с.
82. Карелин В.Я., Минаев А.В. Насосы и насосные станции. – М.: Стройиздат, 1986. – 320 с.
83. Chaplina T.O. Experimental study of substance transfer in vortex and wave flows in multicomponent media // Physical and Mathematical Modeling of Earth and Environment Processes. – 2019. – P. 159-174.
84. Степанова Е.В., Чаплина Т.О., Чашечкин Ю.Д. Перенос масла в составном вихре // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2011. – №2. – С. 52 – 64.
85. W3C: Стандарт Rex-SVG11–20110816 Scalable Vector Graphics (SVG) 1.1. (URL: <http://www.w3.org/TR/SVG>)
86. Eisenberg D.J. SVG Essentials, 2nd Edition. – O'Reilly Media. – 2014. – 366 p.
87. Ту Дж., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов. – М.: Мир, 1978. – 411 с.
88. Budnikov A.A., Chaplina T.O., Pokazeev K.V. The movement of bodies of various sizes and shapes on the surface of the vortex // International Journal of Fluid Mechanics Research. – 2016. – V. 43. – № 4. – P. 368-374.
89. Чаплина Т.О. Перенос вещества в вихревых и волновых течениях в однокомпонентных и многокомпонентных средах. – М.: Издательство «Ким Л.А.», 2019. – 201 с.

90. Кистович А.В., Чаплина Т.О., Степанова Е.В. Спиральная структура траекторий жидких частиц вблизи поверхности вихря // Вычислительные технологии. – 2019. – Т. 24. – № 2 – С. 67 – 77.
91. Чаплина Т.О., Степанова Е.В., Пахненко В.П. Исследование особенностей перемещения меток на поверхности и в толще вихревого течения // Процессы в геосредах. – 2019. – № 2. – С. 282 – 291.
92. Найфэ А. Введение в методы возмущений. – М.: Мир, 1984. – 536 с.
93. Чаплина Т.О. «Перенос вещества в вихревых и волновых течениях в однокомпонентных и многокомпонентных средах». – М.: Издательство «Ким Л.А.», 2019. – 201 с.
94. Keitzl T., Mellado J. P., Notz D. Impact of Thermally Driven Turbulence on the Bottom Melting of Ice // J. of Phys. Oceanogr. – 2016. – № 46, P. 1171.
95. https://www.gazeta.ru/science/2017/01/11_a_10470881.shtml
96. Степанова Е.В., Чаплина Т.О. Формирование вихревого течения тающим ледяным маркером // Прикладная математика и механика. – 2019. – № 3. – С. 502–509.
97. Cushman-Roisin, B., Gualtieri, C. and Mihailovic, D.T. Environmental fluid mechanics: Current issues and future outlook // Fluid Mechanics of Environmental Interfaces. – 2008. – P. 1-16.
98. Dorbolo S., Adami N., Dubois C. Rotation of melting ice disks due to melt fluid flow // Phys. Rev. – 2016. – E 93. – 033112.
99. Рауз Х. Механика жидкости. – М.: Изд. литературы по строительству, 1967. – 392 с.
100. Баженова О.К., Бурлин Ю.К., Соколов Б.А., Хаин В.Е. Геология и геохимия нефти и газа. – М.: Изд-во МГУ, 2000. – 384 с.
101. Зацепа С.Н., Ивченко А.А., Солбаков В.В., Станова В.В. Прогнозирование распространения нефтепродуктов в случае аварийного разлива на морских акваториях. – М.: АО «Финпол» 2018. – 140 с.

102. Лазарев А.А., Показеев К.В., Шелковников Н.К. Физико-химическая неоднородность поверхности океана и поверхностные волны. – М.: Изд-во Московского университета, 1987. – 91 с.
103. Алешин И.В. Охрана окружающей среды при освоении ресурсов Мирового океана. – СПб.: СПбГМТУ, 2005. – 88 с.
104. Гриценко А.И., Аكوпова Г.С., Максимов В.М. Экология. Нефть и газ. – М.: Наука, 1997. – 597 с.
105. Давыдова С.Л., Тагасов В.И. Нефть и нефтепродукты в окружающей среде. – М.: Изд-во Росс. Университета дружбы народов, 2004. – 163 с.
106. Другов, Ю. С. Экологические анализы при разливах нефти и нефтепродуктов. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. – 270 с.
107. Проблемы химического загрязнения вод Мирового океана. – Л.: Гидрометеиздат, 1985. - Т. 4: Влияние нефти и нефтепродуктов на морские организмы и их сообщества, 1985. - 136 с.
108. Хаустов А.П., Редина М.М. Охрана окружающей среды при добыче нефти. – М.: Академия народного хозяйства: Дело, 2006. – 551 с.
109. Вылкован А.И., Венцюлис Л.С, Зайцев В.М., Филатов В.Д. Современные методы и средства борьбы с разливами нефти. – СПб.: Центр - Техинформ, 2000. – 285 с.
110. Чаплина Т.О., Степанова Е.В., Пахненко В.П., Современные методы и средства ликвидации разливов нефти в океане. – М.: Издательство «Ким Л.А.», 2019. – 62 с.
111. Зырянов В.Н., Шурганова С.В. Растекание пятна нефти по поверхности моря с учетом выветривания // Процессы в геосредах. – 2015. – №1. – С. 30-36.
112. Лобковский Л.И., Левченко Д.Г., Леонов А.В., Амбросимов А.К. Геоэкологический мониторинг морских нефтегазоносных акваторий. – М.:Наука, 2005. – 326 с.

113. Овсиенко С.Н. Моделирование разливов нефти и оценка риска воздействия на окружающую среду // Труды ГОИН. – 2005. – Вып. 209. – С. 248-271.
114. Дриацкая З.В., Мхчян М.А., Жмыхова Н.М. Нефти СССР. – М.: Химия, 1975. – 81 с.
115. Баженова О.К., Бурлин Ю.К., Соколов Б.А., Хаин В.Е. Геология и геохимия нефти и газа. – М.: Изд-во МГУ, 2000. – 384 с.
116. petrodigest.ru
117. Немировская И.А. Нефтяные углеводороды в океане // Природа. 2008. – № 3. – С. 17-27.
118. Иванов В.А., Показеев К.В., Шрейдер А.А. Основы океанологии. – Санкт-Петербург: Изд-во «Лань», 2008. – 576с.
119. Захарченко В.Н. Коллоидная химия. – М.: Высшая школа, 1989. – 238 с.
120. Fay J.A. The spread of oil slicks on a calm sea. – N. Y.: Plenum Press, 1969. – P. 53–63.
121. Куракина Н. И., Булганин С. Ю., Гридина Е. Г. Пространственный анализ загрязнения акватории Финского залива в технологии ГИС // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». –2016. – № 1. – С. 56–62.
122. Петров А.А. Углеводороды нефти. – М.: Наука, 1984. – 263 с.
123. Нефтегазовая энциклопедия. В 3-х томах. Том 2 (К-П) М.: Нефть и газ, 2003. – 380 с.
124. Веприкова Е.В. Особенности очистки воды от нефтепродуктов с использованием нефтяных сорбентов, фильтрующих материалов и активных углей // Журнал Сибирского федерального университета. Химия. – 2010. – №3. – С. 285–304.
125. Bayat A. Oil spill cleanup from sea water by sorbent materials // Chemical Engineering & Technology. – 2005. – V. 28(12). – P. 1525–1528.
126. Кузьмин О.А. Страсти по льноволокну // Технический текстиль. – 2002. – № 3. – С. 15.

127. Rethmeier J., Jonas A. Lignite based oil binder mats: a new absorbent strategy and technology // *Spill Science & Technology Bulletin*. – 2003. – V. 8(5-6). – P. 565–567.
128. Чаплина Т.О., Степанова Е.В. Исследование сорбирующей способности различных материалов с целью применения для ликвидации аварийных разливов нефти» // *Мониторинг. Наука и технологии*. – 2017. – № 1(30) – С. 22-28.
129. Chaplina T.O., Stepanova E. V. Elimination of Hydrocarbons Spills on Water Objects and Fluorescent Diagnostics of Water Purity // *Physical and Mathematical Modeling of Earth and Environment Processes*. – 2018. – P.17-28.
130. Егорова Е.Ю., Митрофанов Р.Ю., Лебедева А.А. Получение сорбента из скорлупы кедрового ореха методом низкотемпературной обработки // *Ползуновский вестник*. – 2007. – № 3. – С. 35–39.
131. Чаплина Т.О., Чашечкин Ю.Д., Степанова Е.В. Две формы распада контактной поверхности несмешивающихся жидкостей в составном вихре с каверной // *Мониторинг. Наука и технологии*. – 2016. – С. № 1(26) – С. 83–89.
132. Чаплина Т.О., Чашечкин Ю.Д., Степанова Е.В. Течения, индуцированные сорбцией на волокнистом материале, в двухслойной системе нефть-вода // *Доклады РАН. Техническая физика*. – 2016. – Т. 470. – № 1 – С. 38–42.
133. Чаплина Т.О., Волошина О.В., Степанова Е.В., Фадеев В.В. Флуоресцентный контроль качества очистки воды от нефтяных загрязнений сорбентом на основе овечьей шерсти // *Процессы в геосредах* – № 2. – 2016. – С. 81-92.
134. Степанова Е.В., Чаплина Т.О. Моделирование разливов нефти на поверхности воды и метод ликвидации поверхностных загрязнений углеводородами с использованием овечьей шерсти // *Теоретическая и прикладная экология*. – 2015. – №2. – С. 108-115.

135. Чаплина Т.О., Чашечкин Ю.Д. Патент на полезную модель №136453 «Устройство для отделения жидких углеводов от воды», зарегистрировано в Государственном реестре полезных моделей Российской Федерации 10.01.2014 г.
136. Чаплина Т.О., Степанова Е.В. Патент на полезную модель № 169140 «Устройство для сбора жидких углеводов», зарегистрировано в Государственном реестре полезных моделей Российской Федерации 16.03.2017 г.