

Очиров Артем Александрович

**Исследование закономерностей формирования
массопереноса, инициируемого волновыми движениями
жидкости.**

Специальность 01.02.05 —
«Механика жидкости, газа и пазмы»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Работа выполнена в Ярославском государственном университете
им. П. Г. Демидова.

- Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
Белоножко Дмитрий Федорович
- Официальные оппоненты: **Ильичев Андрей Теймуразович**,
доктор физико-математических наук, профессор,
Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки Математический институт
им. В.А. Стеклова Российской академии наук,
ведущий научный сотрудник
- Булатов Виталий Васильевич**,
доктор физико-математических наук, профессор,
Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки Институт проблем механики
им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук,
ведущий научный сотрудник
- Ведущая организация: Институт механики сплошных сред Уральского
отделения Российской академии наук — филиал
Федерального государственного бюджетного
учреждения науки Пермского Федерального
исследовательского центра Уральского отделения
Российской академии наук

Защита состоится __ _____ 202_ г. в __ часов на заседании диссертационного
совета Д002.240.01 при ИПМех РАН по адресу: 119526, г. Москва,
пр-т Вернадского, д. 101, корп. 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПМех РАН и на сайте
<http://ipmnet.ru/diss/diss/>.

Автореферат разослан __ _____ 202_ года

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д002.240.01,
канд. физ.-мат. наук

Сысоева Елена Ярославовна

Общая характеристика работы

Актуальность темы. В самых разнообразных и порой неожиданных технических, биофизических, геофизических приложениях исследователи сталкиваются с проблемой массопереноса, инициированного волновым движением вдоль поверхности жидкости. Волновой массоперенос имеет самое непосредственное отношение к проблемам расчета переноса загрязнения по поверхности океана; транспортировки примеси в многослойных структурах, формирующихся как в атмосфере, так и в океане; к вопросам моделирования закономерностей миграции некоторых видов флоры и фауны. Особый интерес исследователей связан с переносом поверхностно-активных веществ (ПАВ) вдоль поверхности жидкости и влиянием плёнки ПАВ на переносные свойства волн. В связи с этим не менее значимыми оказываются вопросы разработки методов мониторинга и управления местоположением областей загрязнения поверхности открытых водоемов и его влияния на динамику волнового движения. Исследование влияния растворимых и нерастворимых плёнок ПАВ на волновое движение на поверхности жидкости тесно связано с одной стороны с перспективой формирования более полного понимания физической сути явления, а с другой — для разработки новых методов управления условиями и характером протекания различного рода неустойчивостей, реализующихся на поверхности жидкости. Вопросы массопереноса у современных исследователей вызывают интерес в контексте самых разнообразных приложений: это исследование перемешивания вязких и вязкопластичных сред (см. например работы Д.М. Климова, А.Г. Петрова, Д.В. Георгиевского), исследование седиментации частиц, взвешенных в жидкости и перенос твердых частиц потоком жидкости (см. например работы А.Н. Рожкова, А.В. Базилевского, В.А. Калининченко), исследование циркуляционных течений и волновых движений в различных постановках (см. например работы Ю.Д. Чашечкина, А.В. Кистовича, А.Н. Дубовика), активно исследуются концентрационно-конвективные и конвективные массопереносы (см. например работы Е.Б. Соболевой, Г.Г. Цыпкина). Исследование массопереноса в открытых водоемах интересно в контексте работ сотрудников института океанологии им. П.П. Ширшова РАН, в которых рассматривается состав взвешенного вещества и живых организмов в мировом океане и их взаимное влияние и влияние на экосистему в целом. Влияние ПАВ на потоки жидкости также активно исследуется в настоящее время (см. например работы А.Н. Рожкова, А.В. Базилевского). Сотрудниками института океанологии им. П.П. Ширшова РАН в настоящее время активно исследуются вопросы мониторинга поверхностных загрязнений вод открытых водоемов. Для развития этих исследований необходимо развивать теорию влияния упругой плёнки ПАВ на динамику волнового движения жидкости. Динамику волнового движения в том числе вязкой жидкости в лагранжевом описании активно изучают в Нижнем Новгороде (см. например работы ученых Федерального исследовательского центра институт прикладной физики РАН и НИУ ВШЭ Нижегородский филиал). Волновое движение в присутствии конвекции различной природы активно исследуется в Пермском государственном университете и институте механики сплошных сред УрО РАН (см. например работы Б.Л. Смородина, А.А. Черепанова, Д.В. Любимова, Т.П. Любимовой, А.В. Тараут, Д.С. Голдобина, А.И. Мизева, Р.В. Бирих). В институте гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН изучаются вопросы, связанные со взаимным влиянием ледяного покрова и волнового возмущения поверхности жидкости (см. например работы Л.А. Ткачевой, И.В. Стуровой), вопросы движения твердых частиц различной формы в жидкости при волновом возмущении ее поверхности (см. например работы В.Л. Сенницкого, О.С. Пятигорской), а также вопросы

динамики движения жидкости в различных постановках (см. например работы Е.А. Карабут, Е.Н. Журавлевой, В.Л. Сенницкого, В.И. Букреева, В.Ю. Ляпидевского). Динамика волнового движения в жидкости в различных постановках рассматривается исследователями института электрофизики УрО РАН (см. например работы Н.М. Зубарева, О.В. Зубаревой).

Несмотря на давнюю историю вопроса и большое количество исследований в этой области, во многих практических приложениях дрейф, связанный с волновым возмущением поверхности жидкости, учитывается при помощи модели, предложенной Дж. Г. Стоксом еще в середине XIX века. До сих пор не предложено простой аналитической, удобной для применения на практике процедуры расчета скорости дрейфа Стокса в многослойных системах жидкостей. В начале XXI столетия активизировались экспериментальные и теоретические исследования в области построения траекторий индивидуальных частиц жидкости, причем теоретические работы направлены в основном на использование численных методов расчета.

Целью данной работы является аналитическое асимптотическое исследование основных закономерностей волнового массопереноса в идеальных и вязких жидкостях, а также изучение влияния тангенциального разрыва скоростей, поверхностного электрического заряда и плёнки поверхностно-активного вещества на скорость дрейфа и характер движения индивидуальных жидких частиц, участвующих в периодическом и переносном движениях, связанных с распространением волн по поверхности жидкости.

Для достижения поставленной цели с помощью разложений по степеням малого параметра, равного отношению амплитуды волны к её длине были решены следующие **задачи**:

1. разработана процедура расчета скорости среднего волнового массопереноса и траекторий движения индивидуальных жидких частиц для движущихся относительно друг друга слоёв жидкости, контактирующих по возмущенной волновым движением поверхности раздела;
2. установлены закономерности влияния тангенциального разрыва поля скоростей на границе раздела двух идеальных жидкостей на скорость волнового массопереноса и на движение, участвующих в нём материальных частиц;
3. исследовано влияние поверхностного электрического заряда на закономерности движения индивидуальных жидких частиц и на скорость массопереноса, связанного с распространением волны по поверхности жидкости;
4. проанализированы свойства массопереноса, вызванного распространением модулированных периодических волн по поверхности жидкости;
5. изучено влияние упругой плёнки поверхностно-активного вещества на закономерности движения индивидуальных жидких частиц и на скорость волнового массопереноса в вязких ньютоновских жидкостях;
6. определен характер влияния волнового движения поверхности несжимаемой вязкой ньютоновской жидкости на картину распределения поверхностно-активного вещества, нанесённого на поверхность жидкости;
7. исследовано влияние скорости движения идеальной среды над поверхностью вязкой ньютоновской жидкости на гашение волн упругой плёнкой поверхностно-активного вещества и на характер перераспределения вещества этой плёнки вдоль поверхности раздела рассматриваемых сред.

Научная новизна:

1. В рамках классической модели механики сплошной среды разработана оригинальная аналитическая асимптотическая методика расчета траекторий движения индивидуальных жидких частиц, участвующих в волновом движении жидкости. Методика опирается на представления о лагранжевых и эйлеровых координатах и правила преобразований при изменении системы отсчета. В отличие от известных подходов, она может быть непосредственно применима к расчёту массопереноса в многослойных жидкостях с волновым движением и тангенциальным разрывом поля скоростей на границах слоёв.
2. С использованием классической модели гидродинамики идеальной жидкости аналитически обнаружено, что начальный этап развития неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, сопровождается развитием нарастающих по интенсивности встречных дрейфовых течений вдоль поверхности контактирующих жидкостей. Течения направлены таким образом, чтобы уменьшить величину тангенциального разрыва поля скоростей, инициировавшего неустойчивость.
3. Аналитически с использованием метода разложения по малому параметру во втором приближении по амплитуде волны получены скорости дрейфового движения в несжимаемой ньютоновской жидкости конечной вязкости покрытой упругой нерастворимой плёнкой поверхностно–активного вещества.
4. Впервые во втором приближении по амплитуде волны, распространяющейся вдоль поверхности вязкой несжимаемой ньютоновской жидкости, покрытой упругой нерастворимой плёнкой поверхностно–активного вещества, найдены скорости и траектории, вовлечённых в волновое движение индивидуальных жидких частиц.
5. Впервые получены аналитические асимптотические выражения, в линейном приближении по амплитуде волнового возмущения описывающие перераспределение концентрации поверхностно–активного вещества, связанное с волновым возмущением поверхности вязкой несжимаемой ньютоновской жидкости, в том числе с учетом скорости относительного движения вязкой и располагающейся над ней идеальной жидких сред. Получены соотношения, описывающие перераспределение концентрации ПАВ вдоль профиля волны в зависимости от упругости плёнки.

Практическая значимость работы состоит в том, что полученные результаты представляют собой основу для дальнейшего развития теоретических представлений о дрейфовых движениях, инициированных волновым движением вдоль поверхности жидкости, о траекториях индивидуальных жидких частиц, формирующих дрейфовое и циклическое движения, о характере перераспределения поверхностно–активных веществ вдоль поверхности жидкости. В результате работы было обнаружено новое — связанное с массопереносом — свойство неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, которое представляет интерес для приложений, имеющих дело с системой двух жидкостей, испытывающих тангенциальный разрыв скоростей вдоль границы раздела. Результаты по определению характера перераспределения плёнки ПАВ вдоль поверхности жидкости могут быть применены в задачах мониторинга и прогнозирования распространения нефтяных разливов и других поверхностно–активных формирований в мировом океане. В работе развита оригинальная методика расчета траекторий движения индивидуальных частиц жидкости, которая значительно улучшает существующие представления о переносе вещества волнами и может

быть использована в самых разнообразных метеорологических, биофизических, геофизических, технических, технологических и академических приложениях.

Методология и методы исследования. заключается в использовании стандартных аналитических асимптотических методов математической физики, метода разложения по малому параметру. При решении были использованы классические модели гидродинамики и электрогидродинамики.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Результаты разработки оригинальной аналитической асимптотической методики перехода от описания поля скоростей в переменных Эйлера к описанию в переменных Лагранжа. Методика позволяет совершать аналитический асимптотический переход в задачах со сдвиговым течением жидкостей.
2. Новое свойство неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, заключающееся в формировании дрейфовых течений в контактирующих жидкостях, стремящихся уменьшить, тангенциальный разрыв скоростей, инициировавший неустойчивость.
3. Результаты аналитического расчета влияния поверхностного электрического заряда на скорость среднего дрейфа и траектории движения индивидуальных частиц жидкости, в условиях распространения по поверхности жидкости капиллярно–гравитационной волны.
4. Результаты аналитического расчета влияния амплитудной модуляции капиллярно–гравитационного волнового возмущения поверхности жидкости, на скорость инициируемого дрейфа и траектории движения индивидуальных частиц жидкости.
5. Результаты анализа влияния плёнки поверхностно–активного вещества на траектории движения индивидуальных частиц жидкости.
6. Результаты разработки нового аналитического асимптотического описания закономерностей перераспределении поверхностно–активного вещества, связанного с распространением капиллярно–гравитационной волны по поверхности вязкой жидкости.
7. Результаты аналитического расчета скорости дрейфового течения, инициируемого волновым движением вдоль поверхности произвольно вязкой жидкости, покрытой плёнкой поверхностно–активного вещества.

Достоверность полученных результатов подтверждается предельными переходами к известным аналитическим выражениям, использованием апробированных методов и аналитических подходов к решению задач. Результаты находятся в соответствии с экспериментальными данными, и теоретическими результатами полученными другими авторами.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на: VIII, X, XI и XII международной конференции «Волновая электрогидродинамика проводящей жидкости. Долгоживущие плазменные образования и малоизученные формы естественных электрических разрядов в атмосфере» (Ярославль, 2009, 2013, 2015, 2019); IX международной конференции «Современные проблемы электрофизики и электродинамики жидкостей» (Петергоф, 2009); XI и XII международной конференции «Современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики» (Петергоф, 2015, 2019); II, III, IV, V, VI, VII международной научно – практической конференции «Путь в науку. Физика» (Ярославль, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019); всероссийской молодёжной научной конференции «Путь в науку. Математика» (Ярославль, 2019); 67 региональной научно – технической конференции студентов, магистрантов и аспирантов высших учебных заведений с международным участием (Ярославль, 2014); всероссийской школе – семинаре «Волны – 2016», «Волны – 2017», «Волны – 2018», «Волны – 2019»

(Можайск, 2016, 2017, 2018, 2019); XXI всероссийской школе – конференции молодых ученых «Состав атмосферы. Атмосферное электричество. Климатические процессы» (Борок, 2017); международной конференции «Динамические системы в науке и технологиях» (DSST-2018) (Алушта, 2018); 9-ой, 10-ой международной конференции – школе молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах» (Москва, 2018, 2019); VI международной конференции «Актуальные проблемы механики сплошной среды» (Дилижан, Армения, 2019).

Личный вклад. Соискатель самостоятельно работал над составлением математических формулировок решаемых задач; проводил аналитические и численные вычисления. Обсуждение и интерпретация результатов исследований в работах [1–6; 8; 9] проводились совместно с научным руководителем – Белоножкой Д. Ф., а в работе [7] — полностью самостоятельно. В работе [1] соискателем проанализировано дисперсионное уравнение и выявлены составляющие дрейфового движения, связанные с касательными упругими натяжениями в вязкой жидкости. В работах [2; 3; 9] автором были получены выражения для скорости дрейфа, вызванного распространением волнового пакета Стокса по поверхности идеальной жидкости; в системе двух идеальных жидкостей, испытывающих сдвиг вдоль поверхности раздела. Соискателем проанализировал влияние поверхностного электрического заряда на скорость волнового дрейфа. В работах [4; 6] автор изучил влияние плёнки поверхностно-активного вещества (ПАВ) на характер дрейфового движения, связанного с распространением бегущей волны вдоль поверхности ньютоновской жидкости и картину перераспределения вещества плёнки. В линейном приближении по амплитуде волнового возмущения автором было получено решение для добавки к равновесной концентрации упругой плёнки ПАВ, а в квадратичном приближении по амплитуде волны построены выражения для скорости дрейфа. В исследованиях [5; 7; 8] рассматривалась система двух идеальных несмешивающихся жидкостей с тангенциальным разрывом скорости вдоль поверхности раздела. Во втором приближении по амплитуде волны соискатель получил выражения для скорости массопереноса и траекторий движения материальных частиц, обусловленных волновым движением вдоль границы раздела. Автор проанализировал влияние скорости относительного поступательного движения сред на вид траекторий жидких частиц и обнаружил новое свойство неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, заключающееся в уменьшении скорости относительного движения контактирующих жидкостей за счет возникновения встречных дрейфовых течений.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 9 работах, изданных в журналах, рекомендованных ВАК и/или в периодических научных изданиях, индексируемых Web of Science и Scopus, а также в сборниках материалов и тезисах докладов международных и всероссийских конференций и прочих изданиях.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, формулируется цель, ставятся задачи, излагается научная новизна и практическая значимость представляемой диссертационной работы.

В **первой главе** выполнен обзор литературы по теме исследования. Ретроспективно рассмотрены работы по исследованию дрейфа Стокса, с учетом неустойчивости поверхности жидкости по отношению к тангенциальному

разрыву скоростей (неустойчивости Кельвина–Гельмгольца), к избытку поверхностного электрического заряда (неустойчивости Тонкса–Френкеля) и с учетом влияния различного рода плёнок, распределённых вдоль поверхности жидкости. Несмотря на то, что во второй половине XX столетия было получено множество выражений, уточняющих классическую формулу для скорости дрейфа Стокса, а в 70-х годах даже разворачивались заочные дискуссии на предмет расчета скорости дрейфа Стокса в случае сложного спектрального состава волнового возмущения поверхности, до сих пор, когда дело доходит до практических приложений, учёт дрейфа Стокса ведется по классической формуле, предложенной Дж. Г. Стоксом в середине XIX века. Также приведен обзор работ по исследованию траекторий движения индивидуальных частиц жидкости в жидких системах различных конфигураций. Задача об определении траекторий движения индивидуальных частиц жидкости рассматривалась в основном или в контексте математической задачи с позиции существования аналитического решения или при помощи численных алгоритмов расчета.

Вторая глава посвящена разработке аналитической асимптотической процедуры перехода от описания поля скоростей в переменных Эйлера $\mathbf{V}(\mathbf{r}, t)$ к описанию в переменных Лагранжа $\mathbf{V}_L(\mathbf{r}, t)$. Существует известное выражение, позволяющее по известному полю скоростей в эйлеровом представлении получить лагранжевую скорость жидкой частички. Однако, известная формула неприменима в условиях больших сдвигов жидких частичек. Предложенная во второй главе методика позволяет выполнять расчеты и в условиях больших сдвигов индивидуальных жидких частиц. Методика подробно разобрана на примере системы с тангенциальным разрывом скоростей U_0 на границе раздела двух идеальных полубесконечных жидкостей. Предполагалось, что вдоль границы раздела сред распространяется простейшая бегущая синусоидальная волна с амплитудой ζ и волновым числом k . Для того, чтобы применение формулы перехода в верхней жидкости было правомерно необходимо совершить переход в систему отсчета, движущуюся со скоростью сдвига жидкости. При этом необходимо учесть эффект Доплера, возникающий в подвижной системе отсчета. Если в начальный момент времени $t = t_0 = 0$ неподвижная система координат $Oxyz$ совпадает с системой координат, движущейся синхронно с жидкостью $O^*x^*y^*z^*$, то частота волнового движения ω изменяется из-за эффекта Доплера соответствующим образом:

$$\omega t - kx = \omega t - k(x^* + U_0 t) = \Omega t - kx^* \quad (1)$$

$$\Omega = \omega - kU_0$$

В системе координат, движущейся синхронно вместе с жидкостью правомерно применить известную формулу пересчета и получить описание поля скоростей в лагранжевых переменных. При этом следует помнить, что при переходе к описанию Лагранжа изменяется смысл пространственных координат: пространственные координаты имеют смысл начального положения индивидуальной жидкой частицы. Прямое интегрирование по времени скорости жидкой частицы в описании Лагранжа позволяет получить параметрические выражения для траекторий движения жидких частиц в движущейся системе отсчета. Совершая обратный переход в неподвижную систему координат необходимо просто добавить сдвиг согласно преобразованиям Галилея. При обратном переходе не требуются преобразования частоты Ω , обратные преобразования (1). В этом случае речь идет не о частоте волнового движения, а о частоте круговых движений выделенной жидкой частицы. Здесь уместна аналогия с частотой колебаний маятника: циклические движения индивидуальной материальной частицы

представляют из себя своего рода часовой механизм, а в рамках классической механики период часового механизма не меняется в инерциальных системах отсчета, следовательно неизменной остается частота круговых движений жидких частиц Ω .

Используя описанную методику можно выделить дрейфовые слагаемые в лагранжевых скоростях или, другими словами, рассчитать скорость дрейфа Стокса в среднем неподвижной нижней U_{DS} и движущейся верхней жидкости U'_{DS} :

$$U_{DS} = \zeta^2 \omega k \exp(2kz), \quad (2)$$

$$U'_{DS} = U_0 + \zeta^2 \Omega k \exp(-2kz), \quad (3)$$

Обратим внимание на факт, что через некоторый большой (по сравнению с периодом обращения индивидуальной жидкой частицы) промежуток времени жидкие частицы, увлекаемые даже малым дрейфом (2), сместятся на большое (по сравнению с длиной волны) расстояние. И тогда известная формула перехода между переменными Эйлера и Лагранжа выходит за границы применимости. Таким образом, для корректного расчета дрейфа даже в нижней жидкости нужно переходить в систему отсчета, дрейфующую вместе с жидкими частицами. Осуществляя математические процедуры, описанные в работе можно найти усовершенствованную форму записи лагранжевых компонент скорости жидких частиц:

$$u_{L1} = \zeta \omega \cos((\omega - kU_{DS})t - kx_0) \exp(kz_0) \quad (4)$$

$$v_{L1} = \zeta \omega \sin((\omega - kU_{DS})t - kx_0) \exp(kz_0) \quad (5)$$

Если в выражениях (4) — (5) скорость дрейфа Стокса (2) заменить выражением (3), то получатся усовершенствованные выражения лагранжевых скоростей частиц верхней среды. Из (4) — (5) можно заметить, что период $\tau = 2\pi/(\omega - kU_{DS})$ круговых движений индивидуальной жидкой частицы больше периода волнового движения границы раздела $T = 2\pi/\omega$. Этот факт играет важную роль в согласовании движения материальных частиц, находящихся на границе раздела жидких сред и участвующих в циклических и дрейфовых движениях с движениями этой границы.

Модификация методики расчета средних дрейфовых движений и траекторий движения индивидуальных частиц жидкости обобщается на случай произвольных течений. Для определения скорости среднего дрейфа $\langle \mathbf{V}_{DS} \rangle$ необходимо осуществлять переход в систему координат, движущуюся со скоростью среднего эйлера потока жидкости $\langle \mathbf{V}_E \rangle$. В этой системе координат получается корректный расчет скорости дрейфа Стокса. Для определения скорости дрейфа в произвольной системе координат необходимо выполнить преобразования Галилея. Для расчета траекторий движения индивидуальных частиц жидкости этих шагов оказывается недостаточно: необходимо переходить в систему координат, которая движется со скоростью среднего лагранжевого потока жидкости $\langle \mathbf{V}_L \rangle$, которая определяется как сумма скорости среднего эйлера течения и дрейфа Стокса

$$\langle \mathbf{V}_L \rangle = \langle \mathbf{V}_E \rangle + \langle \mathbf{V}_{DS} \rangle.$$

Материальные частицы, составляющие верхнюю и нижнюю жидкости участвуют в дрейфовых и циклических движениях. В круговых движениях лидирующими являются слагаемые первого по амплитуде порядка малости, а в дрейфовых компонентах скорости наиболее значимой оказываются добавки второго порядка малости, пропорциональные квадрату амплитуды ζ^2 . В работе

производится учет обоих типов движения, сохраняя только главные члены асимптотического разложения.

В задаче с относительным движением двух сред очевидно, что дрейфовые движения возникают в обеих контактирующих жидкостях. Однако, до сих пор не обращалось внимания на относительную скорость движения контактирующих частиц жидкостей вблизи границы раздела. Из общих соображений ясно, что за счет дрейфа Стокса скорость относительного движения вблизи границы раздела должна отличаться от скорости U_0 поступательного движения верхней среды. Используя математические расчеты, предлагаемые в работе можно увидеть, что скорость относительного движения жидких частиц, примыкающих к границе раздела с разных ее сторон не зависит ни от рода жидкостей, ни от плотностей, ни от коэффициента поверхностного натяжения и при докритических значениях скорости U_0 принимает значение:

$$U_{rel} = U_0 (1 - \zeta^2 k^2). \quad (6)$$

В рассматриваемой системе жидкостей граница раздела способна дестабилизироваться в виде неустойчивости Кельвина–Гельмгольца. В присутствии поверхностного натяжения на границе раздела, характеризуемого коэффициентом поверхностного натяжения γ и ускорения свободного падения g неустойчивость носит пороговый характер и развивается, если скорость относительного движения превышает некоторое критическое значение U_{cr} .

Мнимая составляющая $r = Im(\omega)$ принимает положительные значения для одного из корней дисперсионного уравнения и отрицательные для другого. Значение $r > 0$ характеризует инкремент неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, связанной с волновым возмущением границы раздела с волновым числом k . Корень с таким значением параметра r представляет интерес для рассмотрения в настоящей работе.

На начальном этапе развития неустойчивости поле скоростей модифицируется: появляется дополнительный множитель, экспоненциально нарастающий со временем $\propto \exp(rt)$. То же самое касается и скорости дрейфа в нижней жидкости и дрейфовой добавки в верхней. При этом дрейфовые добавки оказываются направлены в противоположные стороны и их экспоненциальный рост со временем должен приводить к уменьшению тангенциального разрыва скоростей, и как следствие, к стабилизации поверхности.

Третья глава посвящена обобщению разработанной методики с учетом факторов оказывающих влияние на круговую частоту волнового движения (на примере поверхностного электрического заряда) и на модуляцию амплитуды волнового движения (на примере волнового возмущения в виде простейшего волнового пакета Стокса), также рассмотрено применение методики с учетом совместного влияния этих двух факторов.

Рассматривается случай, когда волновое возмущение представляет из себя не простейшую синусоидальную волну, а сформировано волновым пакетом Стокса, состоящего из двух капиллярно-гравитационных волн одинаковой амплитуды ζ с волновыми числами $k_{\pm} = k \pm \Delta k$, отличающимися друг от друга на малую величину $2\Delta k \ll k$. Значение k характеризует волновое число несущей волны, а Δk — волновое число огибающей волнового пакета. Круговые частоты волн, составляющих пакет ω_{\pm} определяются из дисперсионного уравнения:

$$\omega_{\pm} = \omega \pm \Delta\omega = \sqrt{gk_{\pm} (1 + k_{\pm}^2 \alpha^2)} \quad (7)$$

Здесь стоит отметить, что в дисперсионное уравнение (7) неявным образом (в составе волновых чисел k_{\pm}) входит параметр Δk , считающийся малым, а символ $\alpha = \sqrt{\gamma/\rho g}$ обозначает капиллярную постоянную жидкости.

Выражение для отклонения границы раздела ξ_1 от равновесного положения принимает вид:

$$\xi_1 = 2\zeta \cos(\omega t - kx) \cos(\Delta\omega t - \Delta kx) \quad (8)$$

Из соотношения (8) естественным образом выделяется два временных масштаба $T = 2\pi/\omega$ — период несущей волнового пакета, характеризующий быстрые изменения во времени и $\tau = 2\pi/\Delta\omega$ — период огибающей, характеризующий медленно меняющиеся процессы.

Были получены выражения для дрейфовых скоростей в линейном приближении по отклонению волновых чисел волн в пакете друг от друга Δk . Слагаемые, пропорциональные Δk в более высоких степенях отбрасывались в силу малости и громоздкости. Такое приближение должно удовлетворить большинство расчетных задач, однако при помощи представленной методики можно воспроизвести дрейфовую скорость целиком. Сравнение полученных дрейфовых скоростей со скоростью классического дрейфа Стокса (2) выявило следующее принципиальное отличие: зависимость скорости дрейфа от времени, которое должно наблюдаться на небольших интервалах времени в эксперименте (время наблюдения t_{obs} должно быть сравнимо с периодом несущей волнового пакета T). Если же время наблюдения велико (по сравнению с периодом огибающей волнового пакета $t_{obs} \gg T$), то имеет смысл говорить об усредненной скорости дрейфового движения за период огибающей волнового пакета. Расчеты показывают, что усредненная за период огибающей волнового пакета скорость дрейфа принимает значения примерно в два раза меньшие, чем скорость классического дрейфа Стокса. Такая же тенденция должна сохраняться для произвольного цуга волн. Таким образом в эксперименте дрейф Стокса нужно ожидать в разы меньшим, чем это предсказывает классическая теория Стокса.

Поверхностный электрический заряд, как и тангенциальный разрыв скоростей является фактором, дестабилизирующим поверхность и оказывающим влияние на круговую частоту волнового движения. При достижении поверхностным электрическим зарядом некоторого критического значения поверхность жидкости дестабилизируется и волновое возмущение принимает аperiodический характер. На поверхности при этом образуются конусообразные выступы, называемые «конусы Тейлора», с вершин которых сбрасывается излишек электрического заряда в виде маленьких сильнозаряженных капель жидкости. Явление неустойчивости поверхности жидкости по отношению к избытку поверхностного электрического заряда получило название «неустойчивость Тонкса–Френкеля». Это явление используется при электродиспергировании различных жидкостей, например, лакокрасочных материалов; получении жидкометаллических ионов; а также связано с теорией атмосферного электричества. В основном интерес для исследователей представляло поведение жидкости при закритических значениях электрического заряда. Закономерности поведения волнового возмущения жидкости при докритических значениях плотности поверхностного электрического заряда в настоящий момент изучены слабо, однако докритический поверхностный электрический заряд может играть роль регулятора скорости дрейфа Стокса. Это связано с тем, что электрический заряд в качестве параметра входит в дисперсионное уравнение, определяющее связь волнового числа с круговой частотой и, как следствие, оказывает влияние на фазовую скорость волнового движения, инициирующего дрейф Стокса. Дисперсионное уравнение для капиллярно-гравитационных волн, распространяющихся вдоль свободной электрически

заряженной с поверхностной плотностью κ_0 поверхности идеальной жидкости описывается соотношением:

$$\omega = \sqrt{gk(1 + k^2\alpha^2 - k\alpha W)}; \quad W = \frac{4\pi\kappa_0^2}{\sqrt{\rho g \gamma}}. \quad (9)$$

Здесь W — безразмерный параметр, характеризующий отношение электрических и лапласовских сил на поверхности жидкости, имеющий название параметр Тонкса–Френкеля. Его физический смысл — безразмерная поверхностная плотность электрического заряда.

Анализ дисперсионного уравнения показал, что круговая частота капиллярно-гравитационных волн уменьшается с увеличением поверхностного электрического заряда и принимает нулевое значение при критическом значении параметра Тонкса–Френкеля $W_* = \alpha k + 1/\alpha k$. Критическое значение поверхностного электрического заряда соответствует прекращению круговых движений жидких частиц и, следовательно, дрейфа.

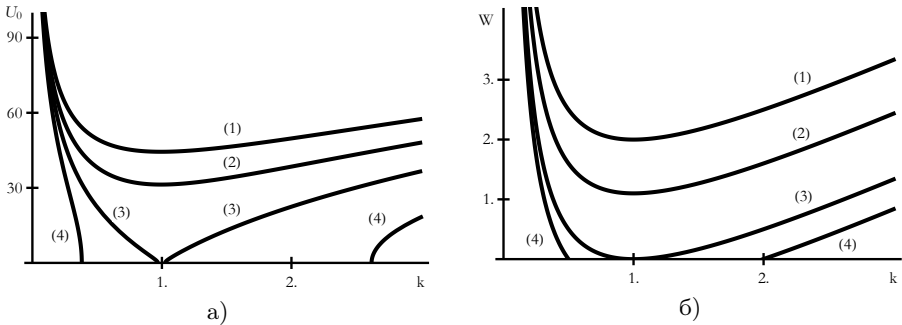


Рис. 1 — Кривая нейтральной устойчивости в области параметров а) (U_0, k) б) (W, k) .

Анализ задачи, в которой учтены все перечисленные выше факторы показал, что поверхностный электрический заряд и тангенциальный разрыв скоростей на границе раздела усиливают дестабилизирующие свойства друг друга. На рисунке 1 (а) представлены кривые нейтральной устойчивости в безразмерных переменных $\rho = g = \gamma = 1$ в области параметров (U_0, k) для разных значений поверхностного электрического заряда. Кривой (1) соответствует значение параметра Тонкса–Френкеля $W = 0$, кривой (2) — $W = 1$, кривой (3) — $W = 2$, кривой (4) — $W = 3$. На рисунке 1 (б) представлены кривые нейтральной устойчивости в области безразмерных параметров (W, k) для разных значений тангенциального разрыва скоростей $U_0 = 0$, кривой (2) — $U_0 = 30$, кривой (3) — $U_0 = 44.7$, кривой (4) — $U_0 = 50$. Таким образом в присутствии электрического заряда на границе раздела жидкостей совместная неустойчивость Кельвина–Гельмгольца и Тонкса–Френкеля реализуется при меньших значениях тангенциального разрыва скоростей и наоборот: в присутствии относительного движения необходим меньший электрический заряд для перехода границы раздела жидкостей в неустойчивое состояние.

В **четвертой главе** рассматривается вязкая жидкость с кинематической вязкостью ν , по поверхности которой равномерно с поверхностной плотностью

Γ_0 распределено поверхностно-активное вещество (ПАВ), образующее нерастворимую плёнку. Необходимо учесть, что в процессе распространения волны на деформированной волновым движением поверхности жидкости будет происходить перераспределение ПАВ, и следовательно поверхностную плотность ПАВ следует считать функцией времени и горизонтальной координаты $\Gamma = \Gamma(t, x)$. Локальные изменения поверхностной плотности ПАВ вызывают локальные изменения величины коэффициента поверхностного натяжения γ . Принималось, что плёнка ПАВ и верхний слой жидкости находятся в термодинамическом равновесии, поэтому изменение локального значения поверхностной плотности ПАВ мгновенно вызывает изменение локального значения коэффициента поверхностного натяжения в соответствии с изотермой $\gamma = \gamma(\Gamma)$, считающейся известной. Получено дисперсионное уравнение для комплексной частоты волнового движения $S \equiv r + i\omega$:

$$\left((\Omega + 2N)^2 + 1 - \frac{L}{\Omega^2} \right) \left(1 - L \frac{1 + \Omega^2}{4\Omega^2 N^2} \right)^{-1} = 4N^{3/2} \sqrt{\Omega + N}; \quad (10)$$

$$\Omega \equiv \frac{S}{\omega_0}; \quad N \equiv \frac{\nu k^2}{\omega_0}; \quad L \equiv \frac{\Pi k^3}{\rho \omega_0^2}; \quad \omega_0^2 = kg \left(1 + \frac{\gamma_0}{\rho g} k^2 \right);$$

$$\gamma_0 \equiv \gamma(\Gamma_0); \quad \gamma_\Gamma \equiv \left(\frac{d\gamma}{d\Gamma} \right)_0; \quad \Pi = \gamma_\Gamma \Gamma_0.$$

Значение γ_Γ характеризует наклон касательной к кривой, изображающей зависимость $\gamma = \gamma(\Gamma)$ и для обычных ПАВ, уменьшающих поверхностное натяжение, принимает отрицательные значения $\gamma_\Gamma < 0$. Параметр Π называют упругостью плёнки. Он имеет размерность силы на единицу длины и характеризует упругие свойства плёнки ПАВ и также как γ_Γ для обычных ПАВ, принимает отрицательные значения. Изменение модуля Π для определенного ПАВ можно осуществить изменяя среднее значение концентрации Γ_0 : при нулевой средней концентрации $\Pi = 0$ и $|\Pi|$ растет с ростом средней концентрации Γ_0 . Используанный здесь вспомогательный параметр ω_0 имеет смысл круговой частоты волнового движения на поверхности бесконечно глубокой идеальной жидкости с капиллярной постоянной, равной $\sqrt{\gamma_0/(\rho g)}$. Безразмерный параметр N характеризует роль вязкости при волновом движении. Если $N \ll 1$, то жидкость принято считать маловязкой.

Анализ дисперсионного уравнения (10) показал, что в присутствии ПАВ на поверхности жидкости реализуется два типа волновых движений: капиллярно-гравитационные волны и волны Марангони, инициируемые касательными натяжениями, возникающими в упругой плёнке при распространении волн сжатий и растяжений. Было обнаружено, что при некотором характерном значении упругости плёнки ПАВ (своём для каждого волнового числа) круговые частоты капиллярно-гравитационных волн и волн Марангони сравниваются. При этом характерном значении декремент затухания капиллярно-гравитационных волн принимает своё максимальное значение. При достижении максимального эффекта гашения волн (достижения модулем упругости пленки ПАВ характерного значения максимум концентрации ПАВ располагается на середине среза волны. с уменьшением упругости пленки максимум оказывается ближе к вершине горба волнового возмущения поверхности жидкости. Увеличение упругости приводит к смещению максимума концентрации ближе ко впадине волнового возмущения. Эти особенности демонстрируются на рисунке 2 в безразмерных переменных $\rho = g = \gamma_0 = 1$ для жидкости с безразмерной вязкостью $\nu = 0.002$, что соответствует жидкости с параметрами воды.

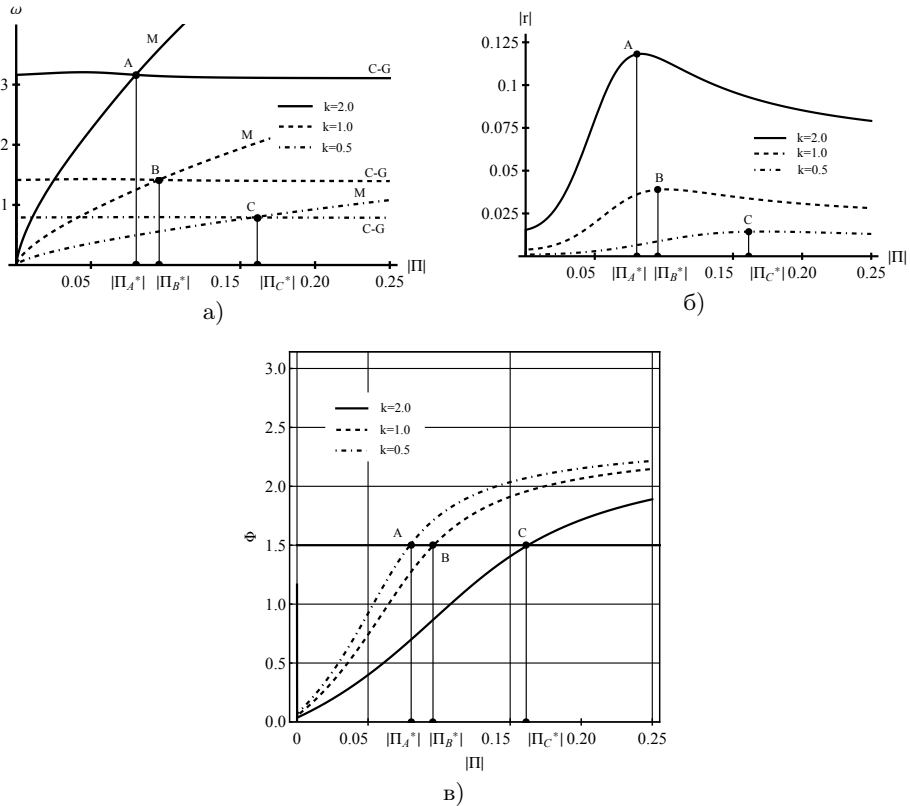


Рис. 2 — Зависимость от упругости пленки для разных длин волн а) круговых частот ω капиллярно-гравитационных волн и волн Марангони б) декрементов затухания $|r|$ капиллярно-гравитационных волн в) разности фаз Φ между положением максимума концентрации ПАВ и гребнем волны.

Было исследовано влияние ПАВ на траектории движения индивидуальных жидких частиц. Анализ показал, что в отсутствии ПАВ жидкие частицы в линейном приближении по амплитуде волны движутся практически по окружностям. С увеличением упругости круговые траектории «сплющиваются» в эллипсы и при достижении характерного значения упругости вырождаются в отрезки прямых. Дальнейший рост упругости пленки приводит к «выворачиванию» траекторий: жидкие частицы снова движутся по эллипсам, но при этом изменяют направление обхода внутренней части траектории на противоположное. В качестве примера рассмотрены траектории движения индивидуальных частиц жидкости с параметрами воды в безразмерных переменных, вызванного распространением волны с безразмерным волновым числом $k = 1$ (см. рисунок 3).

Было исследовано влияние тангенциального разрыва скоростей на динамику волнового движения в присутствии ПАВ и на характер перераспределения ПАВ вдоль границы раздела в модели, в которой нижняя жидкость вязкая и покрыта упругой нерастворимой плёнкой ПАВ, а верхняя — идеальная, движущаяся относительно нижней с постоянной горизонтальной скоростью. На

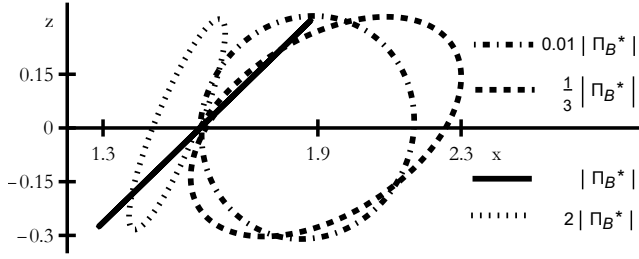


Рис. 3 — Траектории движения индивидуальной жидкой частицы в зависимости от упругости плёнки ПАВ.

примере волны с безразмерным волновым числом $k = 1$ показано, что скорость движения верхней среды (при докритических значениях с точки зрения неустойчивости тангенциального разрыва скорости) практически не изменяет круговую частоту волн Марангони и заметно уменьшает круговую частоту капиллярно-гравитационных волн (см. рисунок 4 а). Максимальное значение декремента затухания капиллярно-гравитационных волн при этом уменьшается и сдвигается в область меньших значений упругости плёнки ПАВ (см. рисунок 4 б). Положение максимума концентрации ПАВ также достигает середины склона, следующего за горбом в направлении распространения волны при достижении максимального эффекта гашения капиллярно-гравитационных волн. (см. рисунок 4 в).

Были исследованы скорости дрейфовых движений, инициированных распространением волны вдоль поверхности жидкости. Было получено выражение для скорости дрейфа

$$U_{drift} = w_d + u_b + u_c; \quad (11)$$

$$w_d = \zeta^2 \frac{\exp(2rt)}{2|S|^2} (2|A|^2 k\omega \exp(2kz) + M_0 \exp(2\beta z) + (M_1 \cos(\eta z) + M_2 \sin(\eta z)) \exp((k + \beta)z)) \quad (12)$$

$$M_0 = k|B|^2 \operatorname{Im} \left(\left(\frac{q}{q^*} + 1 \right) S \right);$$

$$M_1 = \operatorname{Im} \left(A^* B \left(qS - \frac{k^2}{q} S^* \right) \right) + 2 \operatorname{Re} (AB^*) k\omega;$$

$$M_2 = \operatorname{Re} \left(A^* B \left(qS - \frac{k^2}{q} S^* \right) \right) + 2 \operatorname{Im} (AB^*) k\omega.$$

Компонента u_b вычисляется по формуле:

$$u_b \equiv u_b(z, t) = \zeta^2 i k \frac{|B|^2 (q^2 - q^{*2})}{4|q|^2 (2r - \nu(q + q^*))^2} \exp(2rt + (q + q^*)z) + \zeta^2 \left(\frac{iA^* B (q^2 - k^2)}{4q (2r - \nu(q + k)^2)} \exp(2rt + (q + k)z) + C.C. \right), \quad (13)$$

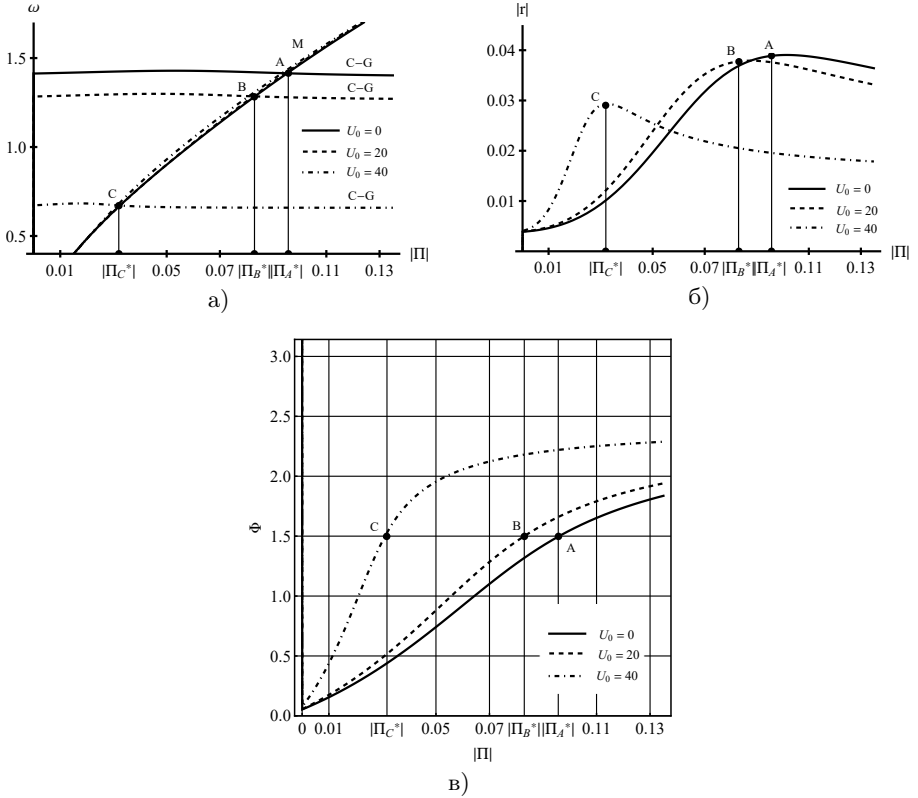


Рис. 4 — Зависимость от упругости пленки для волны с безразмерным волновым числом $k = 1$ при разных значениях безразмерного тангенциального разрыва скоростей а) круговых частот ω капиллярно-гравитационных волн и волн Марангони б) декрементов затухания $|r|$ капиллярно-гравитационных волн в) разности фаз Φ между положением максимума концентрации ПАВ и гребнем волны.

а) слагаемое u_c определяется выражениями:

$$u_c \equiv u_c(z, t) = \zeta^2 \Lambda \left(\sqrt{\frac{\nu}{\pi}} \int_0^t \exp\left(-\frac{z^2}{4\nu(t-\eta)}\right) \frac{\exp(2r\eta)}{\sqrt{t-\eta}} d\eta + \sqrt{\frac{1}{\pi\nu t}} \int_0^\infty \left(\exp\left(-\frac{(z-\sigma)^2}{4\nu t}\right) + \exp\left(-\frac{(z+\sigma)^2}{4\nu t}\right) \right) \Psi(\sigma) d\sigma \right); \quad (14)$$

$$\Psi(z) \equiv u_c(0, z); \quad q = \sqrt{k^2 + \frac{S}{\nu}};$$

$$A = iS \left(\frac{q}{k-q} + \frac{\rho\nu kS}{\rho\nu(k+q)S - k^2\Pi} \right); \quad B = \frac{ikqS(2\rho\nu S - k\Pi)}{(q-k)(\rho\nu(k+q)S - k^2\Pi)}.$$

Показано, что в сумме слагаемые $u_b + w_d$ экспоненциальным образом зависят от глубины и в пределе малой вязкости с точностью до множителя,

учитывающего вязкую диссипацию, совпадает с классической формулой для скорости дрейфа Стокса и переходит в эту формулу при $\nu = 0$. Принципиально, что не отдельные слагаемые, а именно их сумма $w_d + u_b$ реализует асимптотическое соответствие между моделями дрейфа в вязкой и в идеальной жидкости. При произвольной вязкости скорость суммарного течения $w_d + u_b$ сохраняет экспоненциальный характер зависимости от своих аргументов. Компонента u_c среднего течения (11) не экспоненциальным, а более сложным образом зависит от своих аргументов (14) и отвечает за «добавочное течение», возникающее благодаря средним горизонтальным вязким напряжениям, действующим между горизонтальными слоями жидкости, двигающимися в среднем с разными скоростями.

В **заключении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Разработана аналитическая асимптотическая методика перехода от описания поля скоростей в переменных Эйлера к описанию в переменных Лагранжа. Методика позволяет единообразно совершать аналитический асимптотический переход для многослойных систем с волновым движением и тангенциальным разрывом поля скоростей на границах слоёв.
2. Обнаружено новое свойство неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, заключающееся в формировании дрейфовых течений в контактирующих жидкостях, направленных таким образом, чтобы скомпенсировать тангенциальный разрыв скоростей, инициировавший неустойчивость. Найдена, связанная с наличием обнаруженного эффекта, поправка к скорости относительного движения жидких слоёв.
3. Аналитически описано влияние поверхностного электрического заряда на траектории движения индивидуальных частиц жидкости и на скорость дрейфа, связанного с распространением по поверхности жидкости капиллярно–гравитационных волн. Поверхностный электрический заряд уменьшает скорость дрейфовых движений, за счет уменьшения угловой частоты волнового движения (увеличения эйлерова периода) и увеличивает лагранжев период волнового движения (уменьшает частоту обращения индивидуальной частицы жидкости вокруг среднего положения).
4. В теоретическом анализе построены выражения, описывающие влияние амплитудной модуляции капиллярно–гравитационного волнового возмущения поверхности жидкости, на скорость инициируемого дрейфа и траектории движения индивидуальных частиц жидкости. При распространении волнового пакета Стокса вдоль поверхности жидкости средние дрейфовые течения оказываются примерно вдвое меньшими по сравнению с течениями, связанными с распространением простейшей синусоидальной волны.
5. С точностью до слагаемых второго порядка малости по амплитуде волнового движения выведены соотношения для скорости дрейфового течения, инициируемого волновым движением вдоль поверхности вязкой несжимаемой ньютоновской жидкости, покрытой плёнкой поверхностно–активного вещества. Выделены составляющие дрейфового движения, затухание которых с глубиной носит экспоненциальный характер и являющиеся преемственными классическому дрейфу Стокса и составляющие, связанные с наличием упругих напряжений между слоями вязкой жидкости. Определено влияние ПАВ на эти компоненты скорости дрейфа.

6. Развита теоретическая модель перераспределения поверхностно–активного вещества, обусловленного распространением капиллярно–гравитационной волны по поверхности несжимаемой ньютоновской жидкости произвольной вязкости. Показано, что в условиях наиболее сильного гашения капиллярно–гравитационных волн плёнкой ПАВ максимумы концентрации вещества плёнки располагаются на среднем уровне искаженной волновой поверхности.
7. Проанализировано влияние скорости движения идеальной среды над поверхностью вязкой ньютоновской жидкости на гашение волн упругой плёнкой ПАВ. Рассматривались докритические в смысле реализации неустойчивости тангенциального разрыва, значения скоростей. Показано, что увеличение скорости относительного движения сред существенно уменьшает значение модуля упругости плёнки ПАВ, при котором гашение капиллярно–гравитационных волн наиболее эффективно.

Публикации автора по теме диссертации

1. *Belonozhko, D. F. Mass transfer – advanced aspects / D. F. Belonozhko, A. A. Ochirov // / ed. by H. Nakajima. — InTech, 2011. — Chap. 3 On a Role of Viscosity in Phenomena of Mass Transfer Caused by Nonlinear Periodic Waves Propagating Over the Liquid Surface. P. 39–58.*
2. *Belonozhko, D. F. On the drift properties of a wave packet propagating along a charged surface of a liquid / D. F. Belonozhko, A. A. Ochirov // Surface Engineering and Applied Electrochemistry. — 2014. — Vol. 50, no. 4. — P. 317–322.*
3. *Belonozhko, D. F. On wave mass transfer along charged surface blown by dielectric medium / D. F. Belonozhko, A. A. Ochirov // Surface Engineering and Applied Electrochemistry. — 2016. — Vol. 52, no. 1. — P. 92–98.*
4. *Белоножко, Д. Ф. О взаимном влиянии волнового движения и характера распределения поверхностно-активного вещества / Д. Ф. Белоножко, А. А. Очиров // Известия Российской академии наук. Серия физическая. — 2018. — Т. 82, № 1. — С. 47–51.*
5. *Белоножко, Д. Ф. О массопереносе, порожденном волновым возмущением поверхности тангенциального разрыва поля скоростей / Д. Ф. Белоножко, А. А. Очиров // Журнал технической физики. — 2018. — Т. 88, № 5. — С. 675–683.*
6. *Белоножко, Д. Ф. О закономерностях переноса частиц поверхностно-активного вещества капиллярно-гравитационными волнами / Д. Ф. Белоножко, А. А. Очиров, О. В. Посудников // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. — 2011. — Т. 4, № 5. — С. 2010–2012.*
7. *Очиров, А. А. О массопереносе, вызванном распространением волнового пакета по границе раздела жидких сред / А. А. Очиров // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. — 2018. — № 6.*
8. *Очиров, А. А. О взаимном влиянии дрейфа Стокса и неустойчивости Кельвина-Гельмгольца / А. А. Очиров, Д. Ф. Белоножко // Динамические системы. — 2018. — Т. 8 (36), № 2. — С. 149–157.*

9. *Очиров, А. А.* О дрейфовых свойствах волнового пакета Стокса, распространяющегося по электрически заряженной границе раздела жидких сред / *А. А. Очиров, Д. Ф. Белоножко* // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. — 2019. — № 5.

Очиров Артем Александрович

Исследование закономерностей формирования массопереноса, инициируемого
волновыми движениями жидкости.

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать _____._____._____. Заказ № _____
Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.
Типография _____