



**МОСКОВСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА  
(МГУ)

**МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ  
ФАКУЛЬТЕТ**

Ленинские горы, д.1, Москва, ГСП-2, 119991  
Телефон: 939-12-44, Факс: 939-20-90

**«У Т В Е Р Ж Д А Ю»**

Декан механико-  
математического  
факультета МГУ  
имени М.В. Ломоносова,  
д.ф.-м.н., профессор,  
член-корреспондент РАН



А.И. Шафаревич

## **ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ**

федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего образования  
«Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»  
на диссертацию И.М.Лебедева «Идентификация поперечных трещин и  
трещиноподобных дефектов в стержне по собственным частотам  
продольных и поперечных колебаний», представленную на соискание  
учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности  
1.1.8 – механика деформируемого твёрдого тела»

Стержни с системой поперечных трещинообразных дефектов, меняющих как жесткостные, так и инерционные свойства, являются типичными элементами более сложных деформируемых тел и конструкций. Для оценки ресурса и возможности безопасного использования стержней с дефектами на практике в зависимости от важности объекта традиционно применяются методы неразрушающего контроля. Таких методов разработано много, некоторые из них более универсальны, некоторые созданы под конкретную задачу, моделирующую напряжённо-деформированное состояние в той или иной отдельной конструкции. Большинство используемых аналитических подходов даёт интегральные оценки и не позволяет локально решать задачу идентификации дефектов при отсутствии каких-либо ограничений на размеры дефектов и их количество. Поэтому численно-аналитическое исследование модельных задач идентификации на основе спектральных характеристик продольных и поперечных колебаний с ответом на вопросы о числе поперечных дефектов, их местоположении и характерных размерах, предпринятое в данной работе, представляется актуальным и востребованным в теории стержней как сложившемся самостоятельном направлении механики деформируемого тонкого твёрдого тела.



Работа состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы, включающего 116 наименований; её объём – 131 страница; в тексте имеются 43 рисунка.

Во **введении** приводится содержательный исторический обзор по методам идентификации повреждений в стержнях и балках, где выделяется три основных подхода, обосновывается актуальность тематики, формулируются цели работы, а также полученные результаты с анализом их новизны, достоверности, теоретической и практической значимости. Акцентируется внимание на апробации результатов и личном вкладе автора.

**Глава 1** посвящена постановке и анализу задач идентификации поперечных трещинообразных дефектов в стержнях на основе собственных частот продольных гармонических колебаний. Для описания динамики стержня как в прямой задаче, так и в обратной, выбирается модель, где дефекты представляются невесомыми пружинами, которые могут растягиваться и сжиматься. Обратная задача с помощью метода, предложенного Е.И.Шифриным, сводится к спектральной задаче Штурма–Лиувилля на отрезке, в которой по известному спектру необходимо восстановить неизвестную функцию. Для численного решения стержень с пружинами заменяется бездефектным упругим стержнем, у которого модуль Юнга зависит от продольной координаты. Приводится конечно-элементное представление повреждённого стержня, описываются алгоритмы оптимизации и локализации повреждений, алгоритм минимизации Левенберга–Марквардта, а также метод вычисления производных от собственных значений, оцениваются размеры выявленных повреждений. Полученные результаты демонстрируются на численных примерах.

**В главе 2** ставятся и исследуются задачи идентификации поперечных трещинообразных дефектов в стержнях с привлечением собственных частот поперечных колебаний. Идеология подхода во многом совпадает с принятой в первой главе, только теперь невесомые пружины работают на поворот, который пропорционален действующему изгибающему моменту. Два рассмотренных численных примера достаточно полно охватывают возможную картину взаимного расположения дефектов и их размеров.

Важным результатом первых двух глав является доказанное утверждение об однозначной идентификации поперечных хорошо локализованных дефектов по двум спектрам собственных частот продольных колебаний либо по трём спектрам собственных частот поперечных колебаний. В последнем случае численно подтверждается гипотеза о достаточности использования только двух спектров.

**Глава 3** имеет экспериментальную направленность. Для верификации развитого в главах 1 и 2 метода идентификации дефектов в стержне по собственным частотам продольных колебаний автором собрана специальная экспериментальная установка. Колебания возбуждались однократным ударом стального шарика по одному из концов стержня и регистрировались с помощью направленного микрофона у другого конца, после чего сигнал передавался на спектральный анализатор и компьютер.



Обработка экспериментов показала, что использованные в главах 1 и 2 вибрационные методы и алгоритмы, включая гипотезы, в широком диапазоне частот довольно приемлемо описывают продольные колебания стержня с локализованными поперечными дефектами. Они могут использоваться и развиваться в дальнейшем в задачах идентификации механики деформируемого твёрдого тела.

**Научная новизна и теоретическая значимость** работы состоит в разработке и апробации устойчивого численного алгоритма, который по спектру как продольных, так и поперечных колебаний стержня позволяет идентифицировать произвольное число локализованных поперечных трещинообразных дефектов в этом стержне с достаточно произвольными размерами. Проведённая экспериментальная верификация предложенной методики для алюминиевого стержня дала положительный результат. Усовершенствование алгоритма применительно к другим, более сложным, задачам неразрушающего контроля может привести к их успешному анализу и решению.

**Практическая значимость** диссертационной работы заключается в существенном развитии направления динамического неразрушающего контроля, основанного на анализе резонансных частот. Подтверждённые экспериментом численно-аналитические результаты работы с успехом могут найти применение в практике проектных строительных организаций, а также в научно-исследовательской деятельности таких учреждений, как Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского РАН, Институт машиноведения им. А.А.Благонравова РАН, Институт проблем машиноведения РАН, в учебно-методической работе при создании новых спецкурсов в таких вузах как МГУ им. М.В.Ломоносова, МГТУ им. Н.Э.Баумана, МГСУ (МИСИ) и других.

**Достоверность** выводов и заключений вытекает из использования классического аппарата механики сплошной среды и теории колебаний. Результаты выдерживают тесты на сравнение с признанными результатами других авторов; теоретические выводы находят подтверждение с экспериментами, в том числе поставленными самим соискателем.

Основные **результаты работы** отражены в семи публикациях автора, пять из которых содержатся в международных высокорейтинговых журналах, специализирующихся по механике деформируемого твёрдого тела. Они апробированы на ведущих научно-исследовательских семинарах и научных мероприятиях, в том числе на XII Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике (Уфа, 2019), Международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики» (Воронеж, 2018). Автореферат соответствует содержанию диссертации и позволяет составить полное представление о ней.

По тексту диссертации имеются следующие **вопросы, замечания и комментарии**.

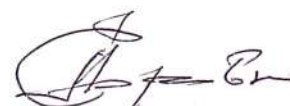


- 1) Выбранная математическая модель не учитывает то, что в режимах возбуждения, близких к резонансным, края трещины (трещинообразного дефекта) могут соприкасаться и взаимодействовать друг с другом.
- 2) В формулах (1.19) для продольных колебаний и (2.38) для поперечных колебаний под функцией  $p(x)$  следует понимать не отношения модулей Юнга, а отношения соответственно продольной жёсткости и изгибной жёсткости. Именно они моделируются переменными по длине.
- 3) Как с точки зрения механики деформируемого твёрдого тела понимать минимизацию функционала (1.20) сразу по двум спектрам, соответствующим задачам для двух разных граничных условий ?

Сделанные замечания не влияют на общую положительную оценку работы. Она выполнена на высоком механико-математическом и физическом уровне, содержит новые результаты и удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК России к кандидатским диссертациям по специальности 1.1.8 – механика деформируемого твёрдого тела. Её автор, Иван Михайлович Лебедев заслуживает присуждение ему искомой степени кандидата физико-математических наук.

Результаты диссертации были доложены соискателем 26 апреля 2023 г. на научно-исследовательском семинаре им. А.А.Ильюшина кафедры теории упругости МГУ имени М.В.Ломоносова и получили положительные отзывы специалистов. Настоящий отзыв на диссертацию И.М.Лебедева рассмотрен и одобрен 3 мая 2023 г. (протокол № 10) на заседании кафедры теории упругости МГУ имени М.В. Ломоносова.

Профессор кафедры теории упругости  
МГУ имени М.В.Ломоносова,  
доктор физико-математических наук



Г.Л.Бровко

Телефоны: 8-495-939-55-39, 8-916-817-57-57

E-mail: [georgiev@mech.math.msu.su](mailto:georgiev@mech.math.msu.su)

10 мая 2023 г.