УДК 539.3

Континуальная модель прессования и спекания порошковых материалов

***Н. Г. Бураго*[1], *И. С. Никитин*[2,3]**

[1] Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,
Россия, 119526, Москва, Проспект Вернадского, 101 к.1.
[2] Институт автоматизации проектирования РАН,
Россия, 123056, Москва, 2-ая Брестская ул, д.19/18.
[3] «МАИ» - Национальный Исследовательский Университет,
Россия, 125993, Москва, Волоколамское шоссе, д. 4.

Аннотация

Предложена модель прессования и спекания порошковых композитов как вариант теории упругопластического течения пористой среды. Представлены примеры конечно-элементного расчета неоднородных процессов прессования и спекания.

Ключевые слова: спекание, холодное прессование, контактное взаимодействие, пористость, поврежденность, упругость, пластичность.

Введение. В настоящей работе к расчету прессования и спекания применена модификация теории упругопластического течения [1]. В систему уравнений обычной теории добавлено кинетическое уравнение для расчета эволюции пористости при нетермомеханическом воздействии всесторонним сжимающим напряжением спекания, а свойства упругости зависят от величины пористости. Модификация обычной теории упругопластического течения без больших усилий может быть внедрена в программах расчета упругопластических сред для адаптации к процессам спекания [2].

1. Вариант теории упругопластического течения для расчета процессов спекания. Набор термодинамических параметров состояния упругопластической пористой разрушающейся среды обычно содержит температуру T, деформацию ε, скорость деформации $\mathbf{e}$, пластическую деформацию ε_p, поврежденность γ и пористость ω. В этом случае свободную энергию и скорость диссипации D энергии в единице массы можно записать следующим образом

$$\varphi = \frac{K}{2\rho_p}\left(\ln\frac{\rho}{\rho_p} + \beta(T-T_0)\right)^2 + h_1\frac{\mu}{\rho}(\varepsilon' - \varepsilon_p')^2 : \mathbf{I} + H(T-T_\omega)\varphi_\omega(T-T_\omega,\omega)$$

Образец для цитирования
Бураго Н. Г., Никитин И. С., Континуальная модель прессования и спекания порошковых материалов / *Материалы X Всероссийской научной конференции по механике деформируемого твердого тела* (18–22 сентября 2017 г., Самара, Россия). Самара: СамГТУ, 2017. С. 1–x.

Сведения об авторах

Николай Георгиевич Бураго http://orcid.org/0000-0002-1806-9386
доктор физико-математических наук; ведущий научный сотрудник; лаб. моделирования в МДТТ ИПМех РАН; e-mail: buragong@yandex.ru

Илья Степанович Никитин http://orcid.org/0000-0003-3499-6910
доктор физико-математических наук, профессор; директор; ИАП РАН; e-mail: i_nikitin@list.ru

$$D = H(\Phi_p)k_y f_p + \frac{k_T}{T}\nabla T\cdot\nabla T + H(\Phi_\theta)k_\theta\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + H(\Phi_\omega)k_\omega\left(\frac{d\omega}{dt}\right)^2$$

здесь K и μ модули упругости всестороннего растяжения-сжатия и сдвига, соответственно; ρ и ρ_0 - плотности текущего и разгруженного состояний, соответственно; β - коэффициент температурного растяжения-сжатия, $\mathbf{I}$ - тензорная единица, двоеточие обозначает двойное скалярное произведение, $h_1 = (1 - 2/3(\varepsilon : \mathbf{I}))^{-1}$; T_ω - температура плавления легкоплавкой составляющей, $H()$ обозначает функцию Хевисайда, равную единице для неотрицательных значений аргумента и нулю в противном случае. Функции параметров состояния выражают: $\Phi_p = 0$ - условие пластичности, $\Phi_\theta \geqslant 0$ - условие разрушения, $\Phi_\omega \geqslant 0$ - условие жидкостного спекания. Функциями параметров состояния также являются: функция k_y - радиус поверхности текучести, f_p - функция девиатора скорости пластической деформации, определяющая кинетику пластических деформаций изменения формы, k_T - коэффициент теплопроводности, функции k_θ и k_ω - определяют кинетику поврежденности и пористости, соответственно. Третье слагаемое в выражении для свободной энергии описывает энергию активных пор, которая зависит от пористости и температуры, причем включается только при достижении температуры плавления T_ω материала матрицы. Этот член отвечает за выражение для напряжения спекания σ_ω.

Из выражений (1)-(2) и законов термодинамики выводятся следующие определяющие соотношения:

$$\sigma = -p\mathbf{I} + \sigma' \ , \quad \sigma' = 2\mu(\varepsilon' - {\varepsilon_p}') \ , \quad p = K\frac{\rho}{\rho_p}\left(\ln\frac{\rho}{\rho_p} + \beta(T - T_0)\right)$$

$$d\varepsilon_p'/dt = H(\sigma' : \sigma' - k_p^2)\lambda_p\sigma' \ , \quad d\rho_p/dt = -\frac{\rho_p}{1-\omega}\frac{d\omega}{dt}$$

$$d\theta/dt = -H(\Phi_\theta)k_\theta^{-1}\frac{\partial\phi}{\partial\theta} \ , \quad d\omega/dt = -H(\omega)k_\omega^{-1}(p + \sigma_\omega)$$

$$\sigma_\omega = \rho\frac{\partial\phi_\omega}{\partial\omega}(1-\omega) \ , \quad \mathbf{q} = k_T\nabla T$$

Дополняя эти соотношения законами сохранения массы, импульса и энергии

$$d\rho/dt = -\rho\nabla\cdot\mathbf{v} \ , \quad \rho d\mathbf{v}/dt = \nabla\cdot\sigma \ , \quad \rho c_V dT/dt = \sigma : \nabla\otimes\mathbf{v} + \nabla\cdot\mathbf{q} + r$$

а также кинематическими соотношениями

$$d\mathbf{x}/dt = \mathbf{v} \ , \quad \mathbf{u} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^0$$

$$\varepsilon = (\nabla\otimes\mathbf{u} + \mathbf{u}\otimes\nabla - (\nabla\otimes\mathbf{u})\cdot(\mathbf{u}\otimes\nabla))/2 \ , \quad \varepsilon' = \varepsilon - (\varepsilon : \mathbf{I})\mathbf{I}/3$$

получаем полную систему 15 уравнений относительно 15 искомых функций.

Начальные условия имеют вид:

$$t = 0 \ , \quad \mathbf{x}\in V \ , \quad Y = Y^0(\mathbf{x}) \ , \quad Y = (\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, \varepsilon_p^{',\omega,\rho,\rho_p,\theta,T)}$$

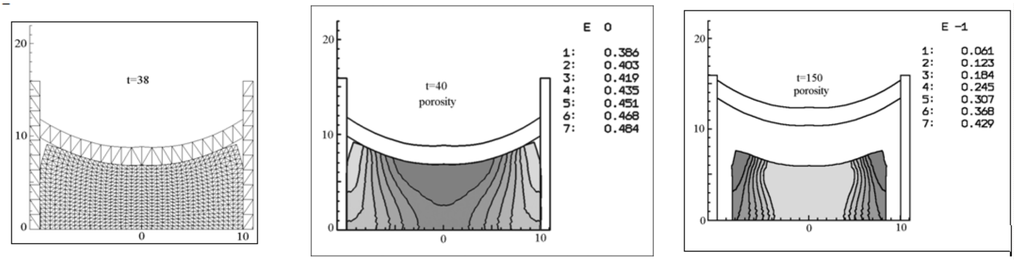

Рис. 1. Пример прессования и спекания

где V пространственная область решения с границей области S. Граничные условия имеют вид:

$$t \geqslant 0, \quad \mathbf{x} \in S_{\mathbf{v}} \subseteq S \ : \ \mathbf{v} = \mathbf{v}_*(\mathbf{x}, t) \ ; \quad t \geqslant 0, \mathbf{x} \in S \backslash S_{\mathbf{v}} \ : \ \sigma \cdot \mathbf{n} = \mathbf{f}_*(\mathbf{x}, t)$$

$$t \geqslant 0, \mathbf{x} \in S_T \subseteq S \ : \ T = T_*(\mathbf{x}, t) \ ; \quad t \geqslant 0, \mathbf{x} \in S \backslash S_T \ : \ \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = Q_*(\mathbf{x}, t)$$

где $\mathbf{n}$ - единичная внешняя нормаль к границе, а правые части граничных условий являются заданными функциями.

2. Пример расчета. Рассмотрим пример расчета осесимметричных процессов прессования и спекания для случая неоднородного термомеханического состояния безматричным вариантом метода конечных элементов [2].

В начальный момент времени $t = 0$ в печь цилиндрической формы насыпан композитный порошок и плоским штампом доведен до пористости $\omega_0 = 0.5$. Прессование производится сферическим штампом, движущимся вниз, деформируя прессовку до неоднородного состояния, показанного на Рис. 1 слева и в центре. Далее штамп убирается вверх, а печь нагревается до температуры плавления легкосплавкой составляющей композита, прессовка спекается. Зависимость напряжения спекания от пористости принималась в виде: $\sigma_\omega = s^*(T)\omega = H(t - t_2)H(t_3 - t)\omega$. Материал прессовки вначале не имеет способности сопротивления деформации, его модули упругости и предел текучести зависят от пористости следующим образом: $K = 975(1 - \omega/\omega_0)$, $\mu = 369(1 - \omega/\omega_0)$. $k_y = 1 - \omega/\omega_0$, где $\omega_0 = 0.5$ - начальная пористость. По мере уменьшения пористости свойства упругости нарастают. Окончательная форма испеченного тела, распределение пористости показано на Рис. 1 справа.

Выводы. Предложена модель прессования и спекания порошковых композитов как вариант теории упругопластического течения пористой среды. Представлены примеры конечно-элементного расчета неоднородных процессов прессования и спекания.

Благодарность. Работа выполнена по проекту РФФИ № 15-08-02392-а.

Библиографический список

1. Бураго Н. Г., Никитин И. С. Уточненная модель слоистой среды с проскальзыванием на контактных границах // *Прикладная математика и механика*, 2016. Т. 80, № 2. С. 230–241.
2. Никитин И. С. Динамические модели слоистых и блочных сред с проскальзыванием, трением и отслоением // *Изв. РАН. МТТ*, 2008. № 4. С. 154–165.

MSC: 74A60, 74F05

Continuum model of pressing and sintering of powder materials

***N. G. Burago*[1], *I. S. Nikitin*[2,3]**

[1] Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of RAS,
101-1, prospekt Vernadskogo, Moscow, 119526, Russian Federation.
[2] Institute of Computer Aided Design of RAS,
19/18, 2nd Brestskaya st., Moscow, 123056, Russian Federation.
[3] Moscow Aviation Institute (National Research University) 4, Volokolamskoe shosse, Moscow, 125993, Russian Federation.

Abstract

A model is proposed for pressing and sintering of powder composites as a variant of the theory of elastoplastic flow of a porous medium. Example of finite-element calculation of non-uniform processes of pressing and sintering is presented.

Keywords: sintering, cold pressing, contact interaction, porosity, failure, elasticity, plasticity.

Please cite this article in press as:
Burago N. G., Nikitin I. S. Continuum model of pressing and sintering of powder materials, In: *Proceedings of the Tenth Russian Conference on Solid Mechanics* (September, 18–22, 2017, Samara, Russian Federation), Samara State Technical Univ., Samara, 2017, pp. 1–x (In Russian).

Authors' Details:

Nikolai G. Burago http://orcid.org/0000-0002-1806-9386
Dr. Phys. & Math. Sci.; Leading Researcher; Lab. of modelling in mechanics of solids IPMech RAS; e-mail: buragong@yandex.ru

Ilya S. Nikitin http://orcid.org/0000-0003-3499-6910
Dr. Phys. & Math. Sci., Professor; Director; ICAD RAS; e-mail: i_nikitin@list.ru