

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ ПРИ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ПО СХЕМЕ ‘ТРЕХТОЧЕЧНЫЙ ИЗГИБ’

Никитин И.С.¹, Бураго Н.Г.^{1,2}, Никитин А.Д.¹, Стратула Б.А.¹

¹ Институт автоматизации проектирования РАН

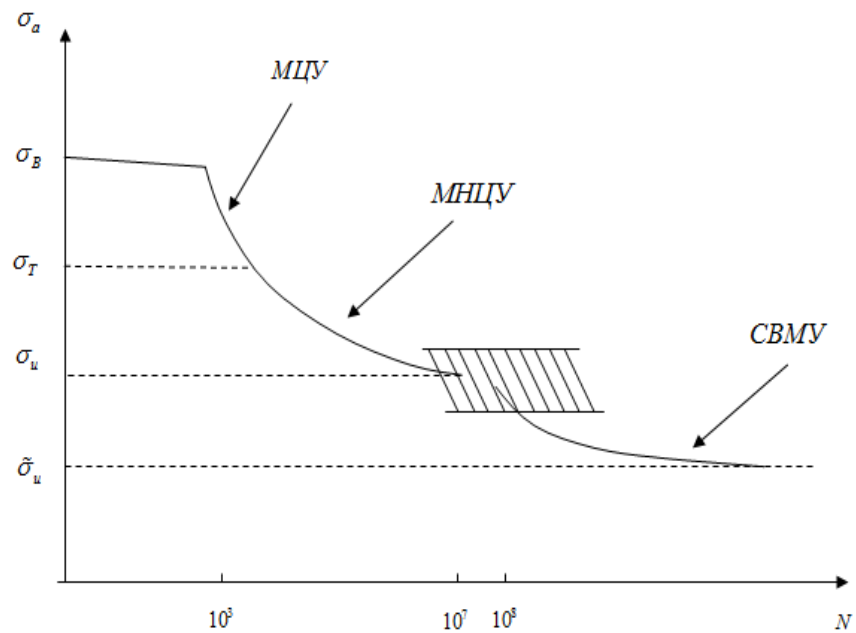
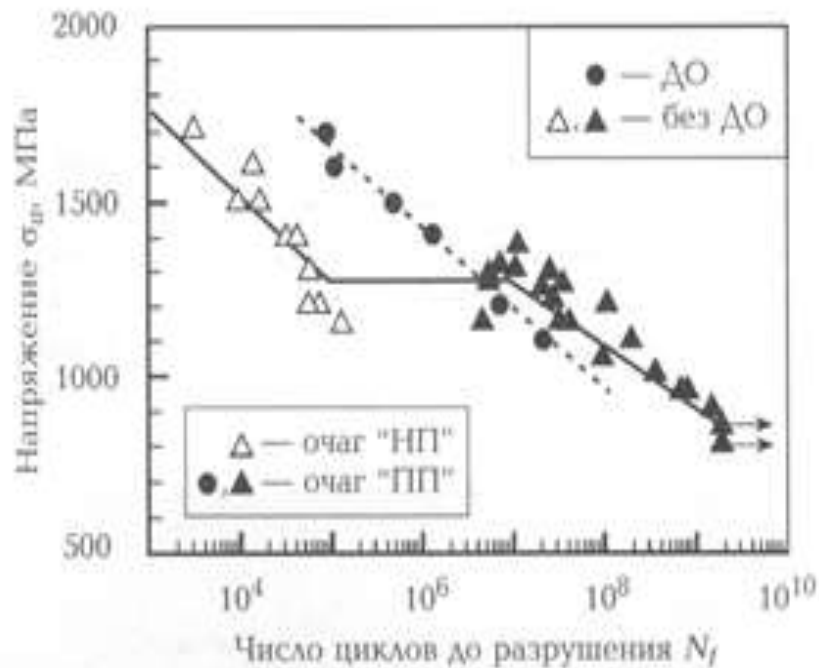
² Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

**XXII Зимняя школа по механике сплошных сред
22-26 марта 2021 г., Пермь**

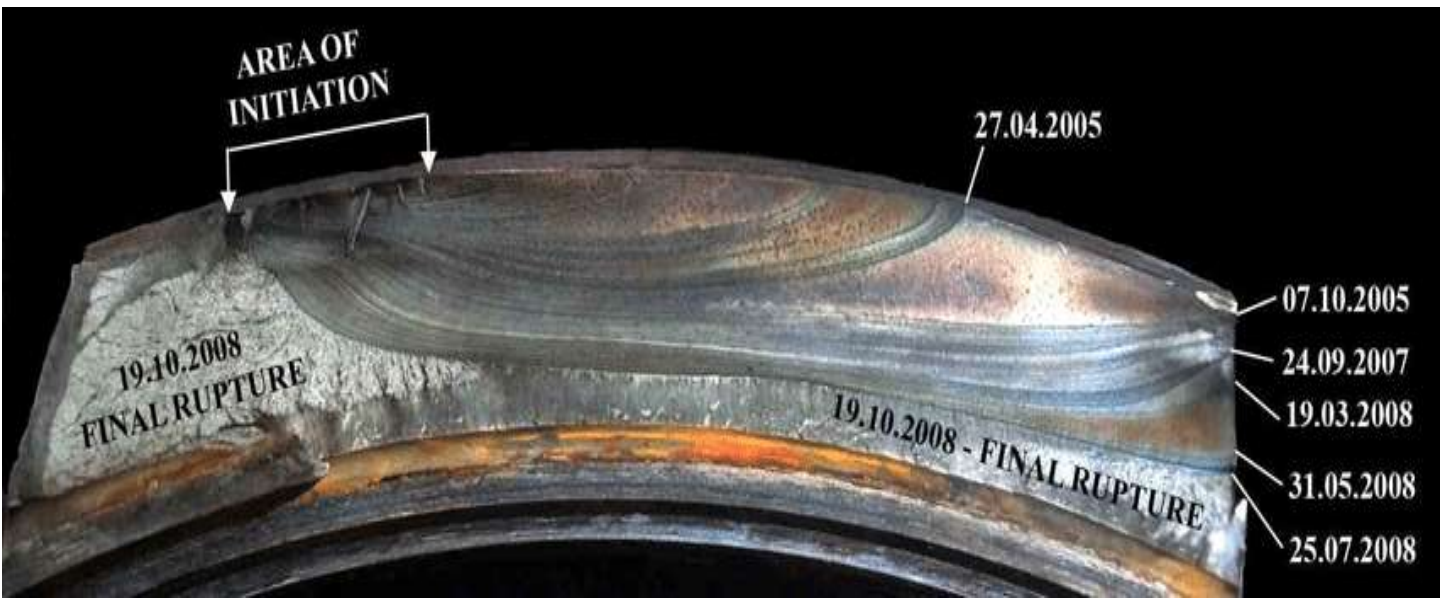
Исследование выполнено за счет гранта
Российского научного фонда (проект № 19-19-00705)

Современный взгляд на усталость

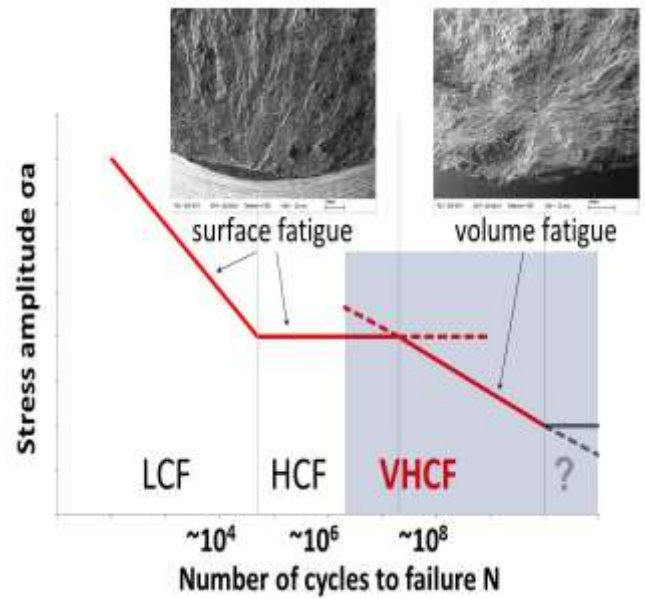
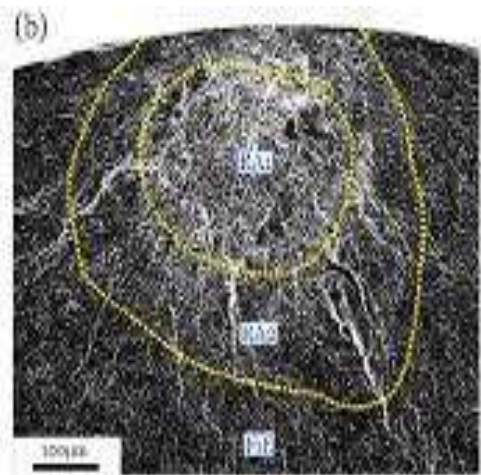
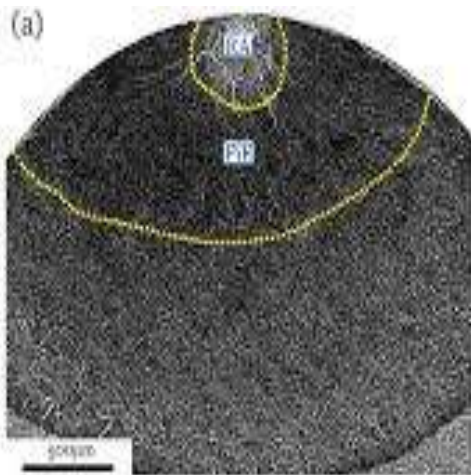
Сверхмногоцикловое усталостное разрушение (бимодальная усталостная кривая)



Эксплуатационные режимы накопления усталостных повреждений и разрушения



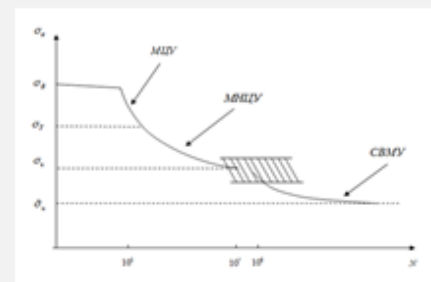
Поверхность усталостного разрушения лопатки турбины



metal specimens failed in 150°F water. $R = 0$, $\sigma_c = 70 \text{ MPa}$, $\nu = 20 \text{ MPa}$, and $N_f = 9.4 \times 10^7$ denote crack initiation of interest with EA &

Кинетическое уравнение для повреждаемости Многоосный МНЦУ критерий SWT (микротрещины отрыва)

$$\sqrt{\langle \sigma_{1_{\max}} \rangle \Delta \sigma_1 / 2} = \sigma_u + \sigma_L N^{-\beta_{LH}}$$



$$d\psi / dN = B_{LH} \psi^\gamma / (1 - \psi^\alpha)$$

$$B_{LH} = 10^{-3} \left[\langle \sigma_{LH} - \sigma_u \rangle / (\sigma_B - \sigma_u) \right]^{1/\beta_{LH}} \alpha / (1 + \alpha - \gamma) / (1 - \gamma)$$

$$\sigma_{LH} = \sqrt{\langle \sigma_{1_{\max}} \rangle \Delta \sigma_1 / 2}$$

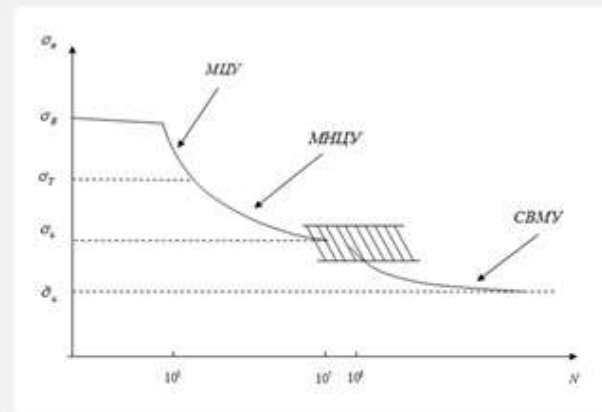
$$\sigma_L = 10^{3\beta_{LH}} (\sigma_B - \sigma_u)$$

$$\lambda(\psi) = \lambda_0 (1 - \psi)$$

$$\mu(\psi) = \mu_0 (1 - \psi)$$

Кинетическое уравнение для повреждаемости Многоосный СВМУ критерий SWT

Замены $\sigma_B \rightarrow \sigma_u$, $\sigma_u \rightarrow \tilde{\sigma}_u$, $\sigma_{u0} \rightarrow \tilde{\sigma}_{u0}$



$$\sqrt{\langle \sigma_{1_{\max}} \rangle} \Delta \sigma_1 / 2 = \tilde{\sigma}_u + \sigma_V N^{-\beta_{VH}} \quad \sigma_V = 10^8 \beta_{VH} (\sigma_u - \tilde{\sigma}_u)$$

$$d\psi / dN = B_{VH} \psi^\gamma / (1 - \psi^\alpha)$$

$$B_{VH} = 10^{-8} [\langle \sigma_{VH} - \tilde{\sigma}_u \rangle / (\sigma_u - \tilde{\sigma}_u)]^{1/\beta_{VH}} \alpha / (1 + \alpha - \gamma) / (1 - \gamma)$$

Двухкритериальная повреждаемость (микротрещины отрыва SWT и микротрещины сдвига CVS)

Ассоциированный критерий CVS (микротрещины сдвига)

$$\sqrt{(\langle \Delta \sigma_n \rangle / 2)^2 + k_c^2 (\Delta \tau_n / 2)^2} = \sigma_u + \sigma_L N^{-\beta}$$

$$d\psi / dN = B\psi^\gamma / (1 - \psi^\alpha)$$

$$\psi^n = f(B^n)$$

$$\psi^\tau = f(B^\tau)$$

$$B^n = 10^{-3} \left[\langle \sigma^n - \sigma_u \rangle / (\sigma_B - \sigma_u) \right]^{1/\beta} \alpha / (1 + \alpha - \gamma) / (1 - \gamma),$$

$$B^\tau = 10^{-3} \left[\langle \sigma^\tau - \sigma_u \rangle / (\sigma_B - \sigma_u) \right]^{1/\beta} \alpha / (1 + \alpha - \gamma) / (1 - \gamma)$$

$$\sigma^n = \sqrt{\langle \sigma_{1_{\max}} \rangle \Delta \sigma_1 / 2}$$

$$\sigma^\tau = \sqrt{(\langle \Delta \sigma_n \rangle / 2)^2 + 3(\Delta \tau_n / 2)^2}$$

Численный метод расчета повреждаемости

Упругий/упругопластический расчет цикла нагружения дополнен кодом для расчета уравнения усталостной повреждаемости и изменения модулей упругости. Вблизи состояния полного разрушения знаменатель кинетического уравнения становится сколь угодно малым, уравнение становится «жестким» и обычные явные методы его численного решения становятся непригодными.

Применена неявная схема аппроксимации нелинейного уравнения для повреждаемости, которая разрешена аналитически.

Никитин И.С., Бураго Н.Г., Журавлев А.Б., Никитин А.Д. Мультирежимная модель развития усталостных повреждений// ПММ. 2020. Т. 84. № 5. С. 687–698.

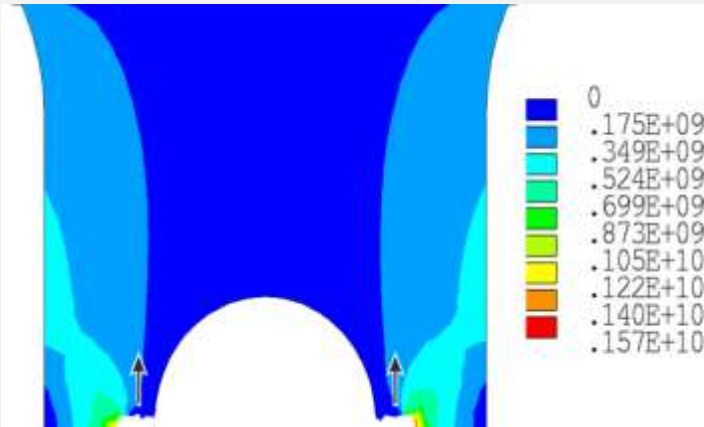
$$\psi_k^{n+1} = \left(1 - \sqrt{1 - \left[2(1-\gamma)B\Delta N^n + (\psi_k^n)^{1-\gamma} - 2(\psi_k^n)^{2(1-\gamma)} \right]} \right)^{1/(1-\gamma)} \quad \alpha = 1 - \gamma$$

$$\Delta N^n = \min_k \left(\frac{\Delta \psi_0 \cdot (1 - \psi_k^n)^{1-\gamma}}{B \cdot (\psi_k^n)^\gamma} \right)$$

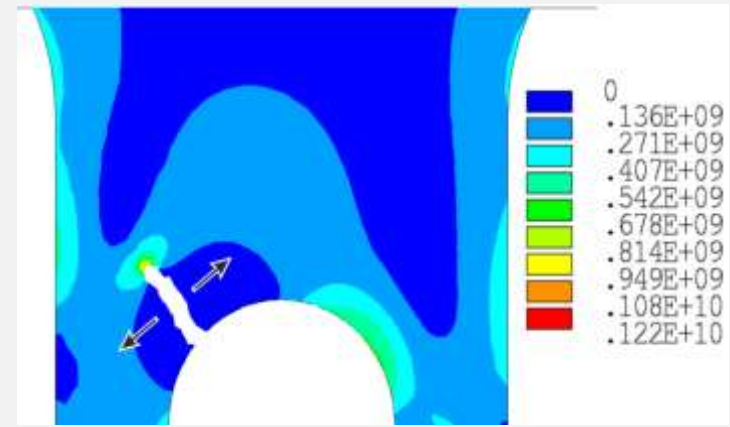
$$E_k^{n+1} = E_0 (1 - \psi_k^{n+1}) \left(H(\psi_0 - \psi_k^{n+1}) + 0.001 \right)$$

Комплексное нагружение

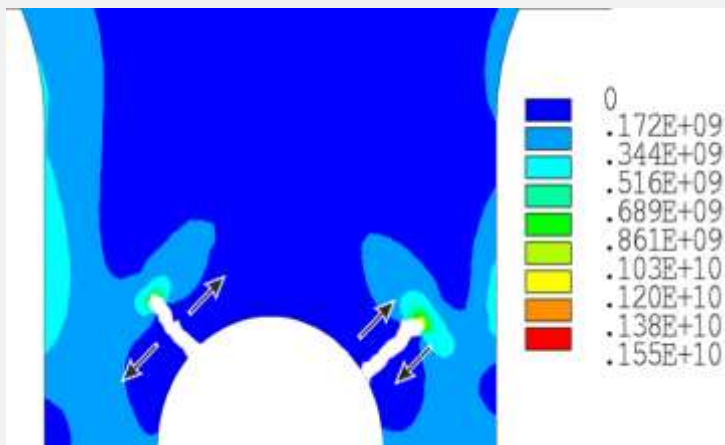
Развитие квазитрещин разного типа



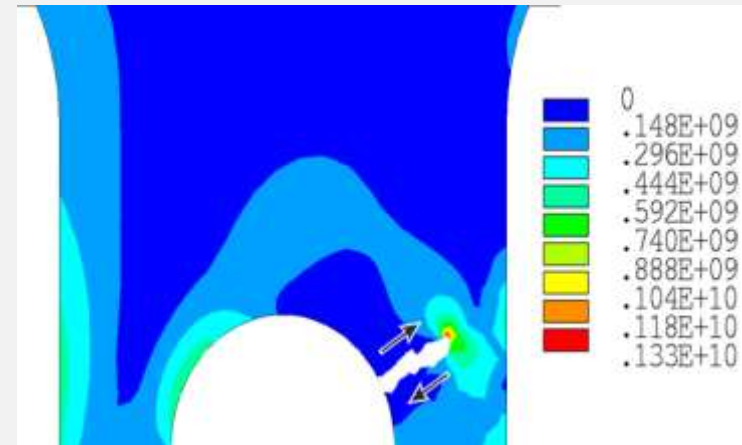
Амплитуда растяжения 0.2 мм $N = 1.5 \cdot 10^5$



Амплитуда сдвига 0.5 мм $N = 7.2 \cdot 10^5$

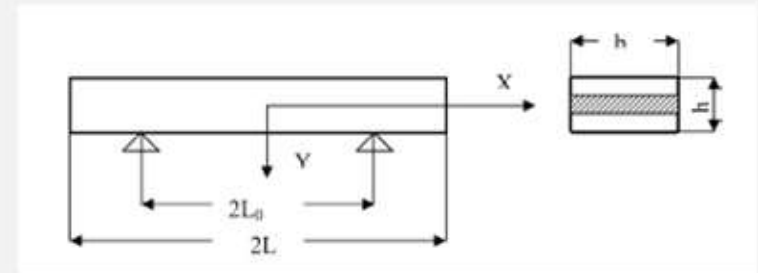
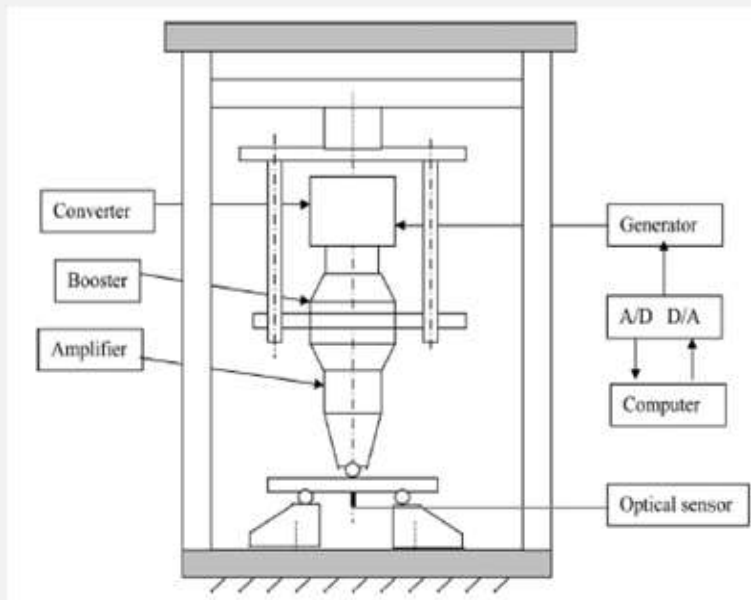


Амплитуда сжатия 0.06 мм
Амплитуда сдвига 0.5 мм $N = 9.8 \cdot 10^5$



Амплитуда сжатия 0.1 мм
Амплитуда сдвига 0.5 мм $N = 4.3 \cdot 10^5$

Моделирование экспериментальных схем нагружения в режиме СВМУ (трехточечный изгиб)



$$EI \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} + \rho h b \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = 0$$

Уравнение Эйлера динамического изгиба

$$k = \left(\frac{12\omega^2 \rho}{Eh^2} \right)^{1/4}$$

$$u(x,t) = U(x) \sin(\omega t)$$

Гармонические колебания

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

Моделирование экспериментальных схем нагружения в режиме СВМУ (высокочастотные колебания)

$$\frac{\partial^4 U(x)}{\partial x^4} - k^4 U(x) = 0$$

$$U(x) = A_0 \left(\frac{\cosh(kL)}{\cos(kL) + \cosh(kL)} \right) \left(\cos(kx) + \frac{\cos(kL)}{\cosh(kL)} \cosh(kx) \right)$$

Решение

$$(U''(x))_{x=L} = 0$$

$$(U'''(x))_{x=L} = 0$$

$$U(0) = A_0$$

$$U(L_0) = 0$$

Граничные условия

$$\left. \frac{d^3 U}{dx^3} \right|_{x=L} = 0$$

$$U|_{x=\pm L_0} = 0$$

$$\tan(kL) + \tanh(kL) = 0$$

$$\cos(kL_0) + \frac{\cos(kL)}{\cosh(kL)} \cosh(kL) = 0$$

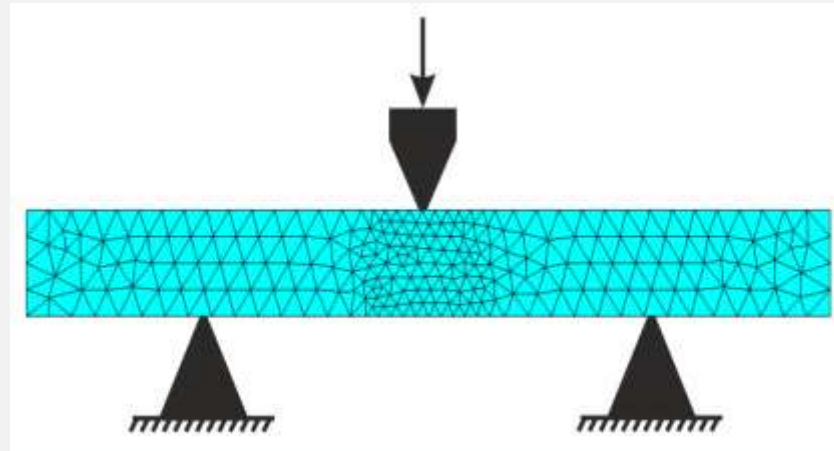
$$kL = 2.037$$

$$kL_0 = 1.305$$

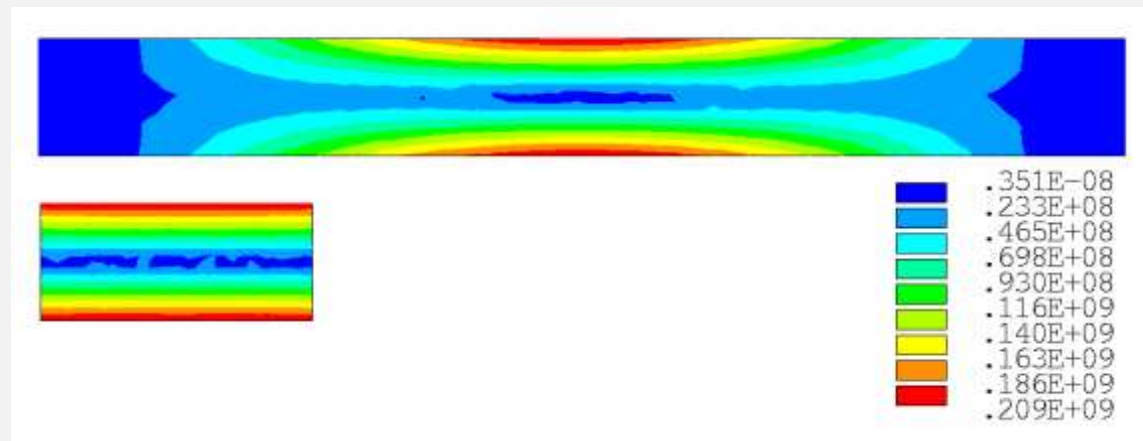
$$L_0 = 0.552L$$

E (GPa)	ρ (g/cm ³)	H (mm)	B (mm)	$2L_0$	$2L$ (mm)
160.7	4.2	4	8	19.67	35.66
160.7	4.2	5	8	22	39.87

Моделирование экспериментальных схем нагружения в режиме СВМУ (трехточечный изгиб)

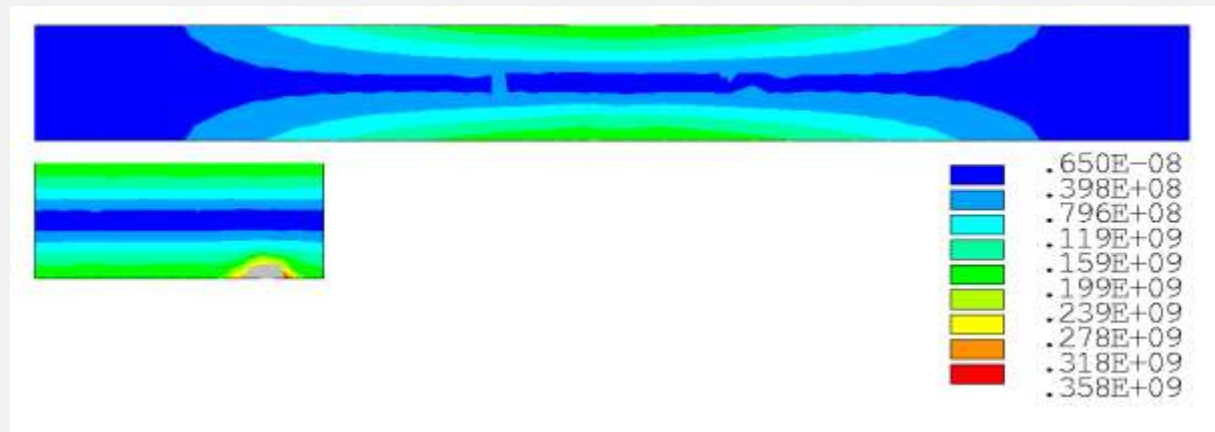


Расчетная сетка

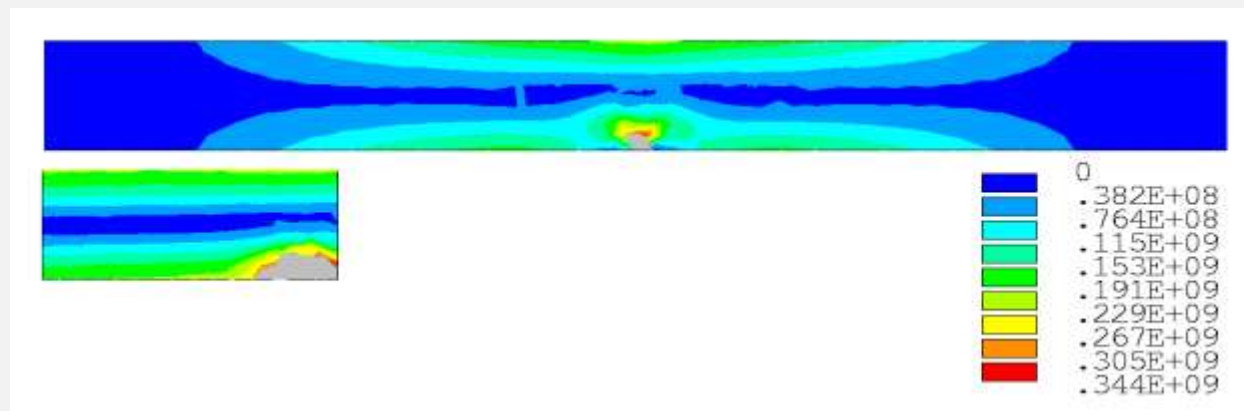


Поле напряжений в начальный момент времени. Виды сбоку и с торца на сечение образца ровно в середине. $F = 22068 \text{ Hz}$, $N = 0$.

Моделирование экспериментальных схем нагружения в режиме СВМУ (трехточечный изгиб)

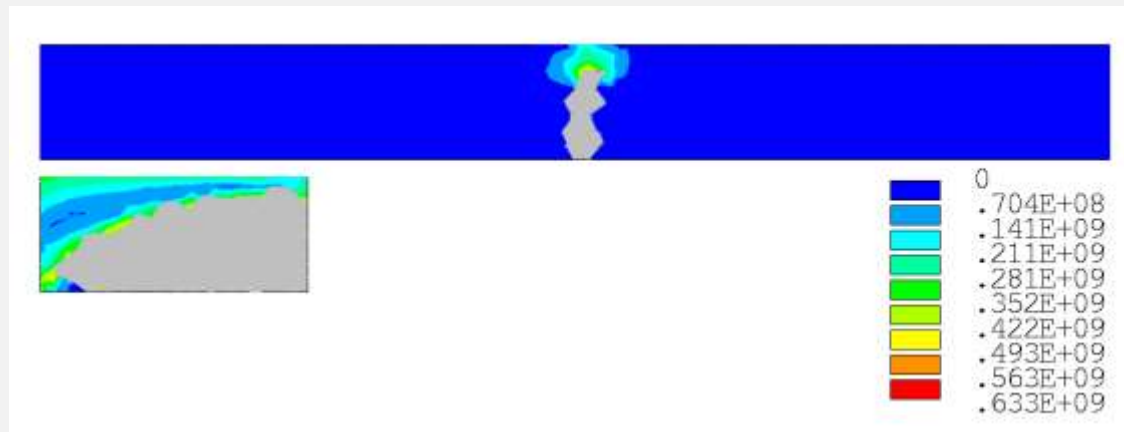


Зародилась трещина. На виде сбоку её пока не видно потому, что трещина пока не вышла на боковую поверхность. $F = 21873 \text{ Hz}$, $N = 6.0802e9$



Трещина приобрела вид круговой и вышла на боковую поверхность. $F = 21634 \text{ Hz}$, $N = 6.0908e9$

Моделирование экспериментальных схем нагружения в режиме СВМУ (трехточечный изгиб)

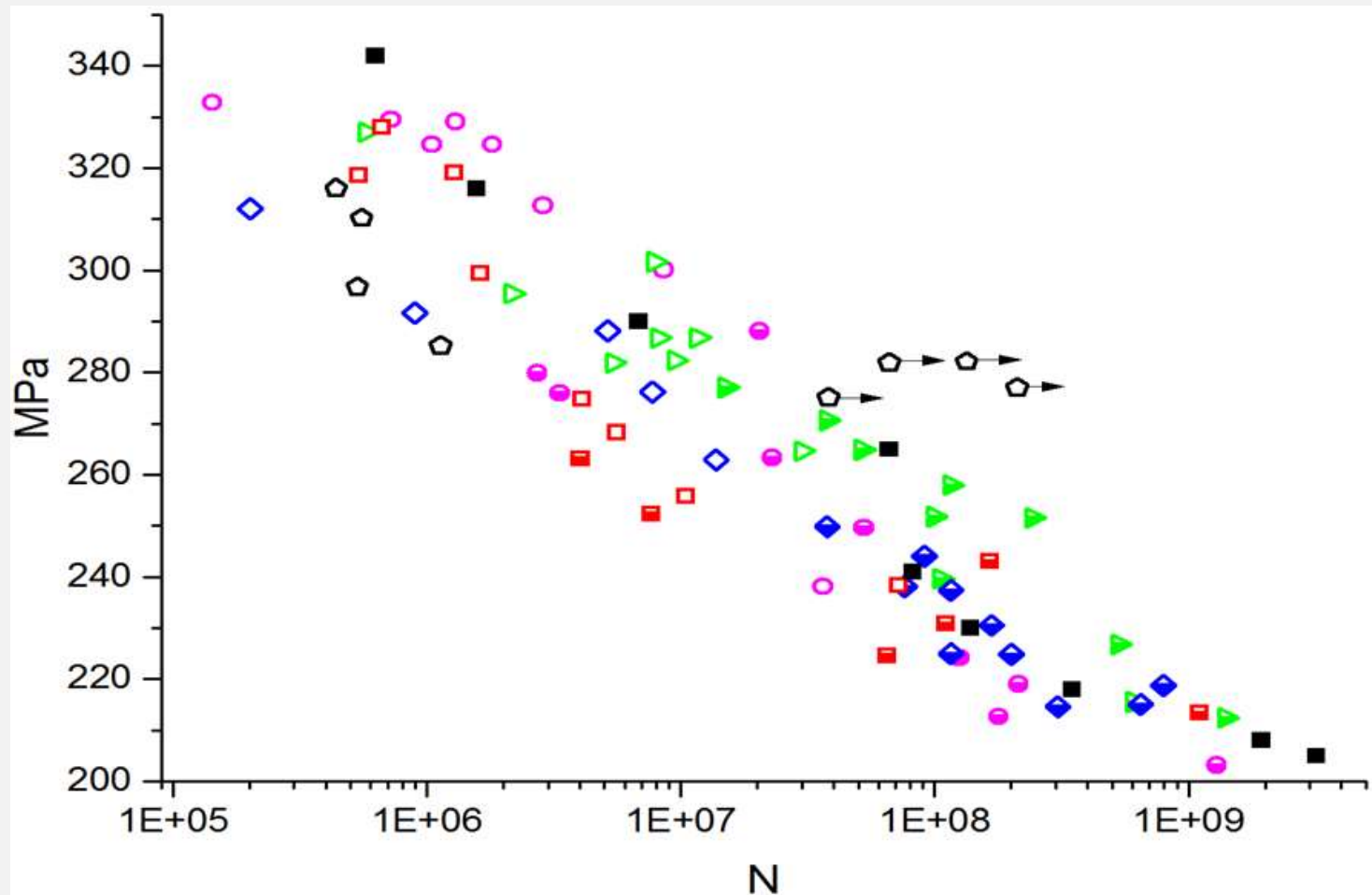


$N = 6.0919e9$



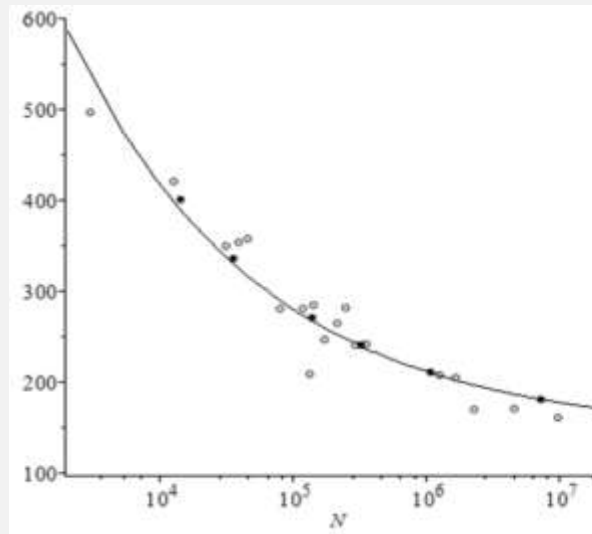
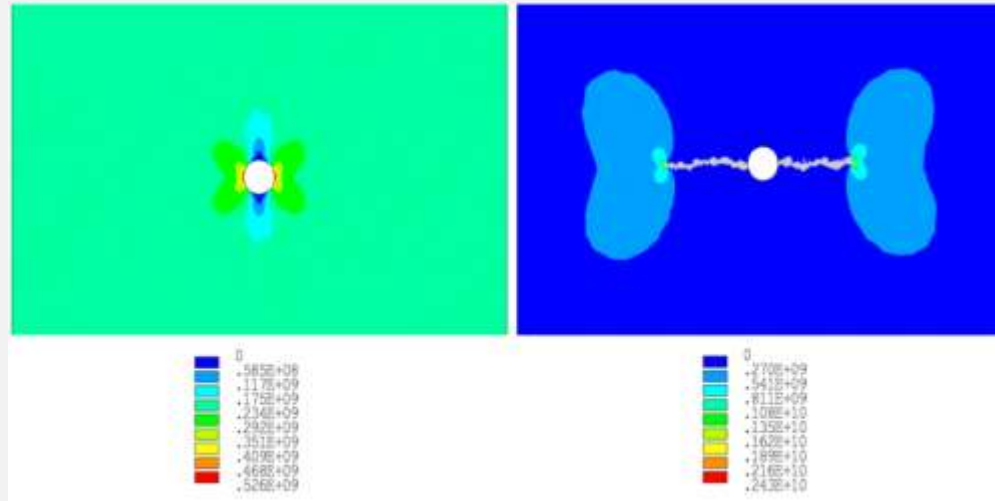
$N = 6.0920e9$

Моделирование экспериментальных схем нагружения в режиме СВМУ (трехточечный изгиб)

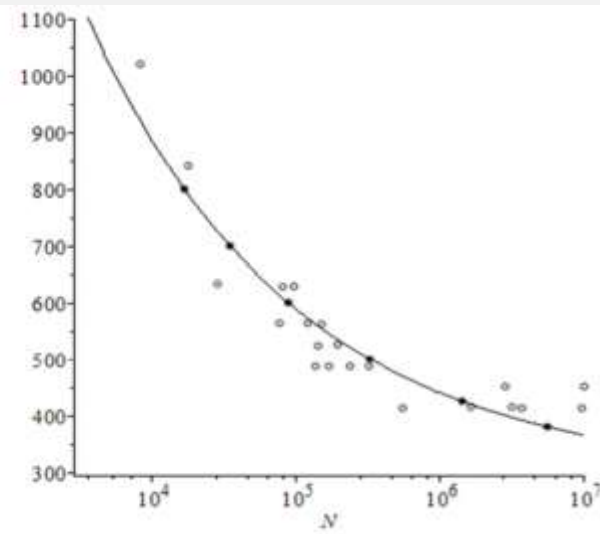


Расчетная усталостная кривая (черные прямоугольники) и экспериментальные данные (Bohan Wang, Li Cheng, Wenbin Cui, Xuan Chen, Changkai Wang and Dongchun Li. FFEMS. 2021)

Сравнение экспериментальных и численных результатов (МНЦУ)

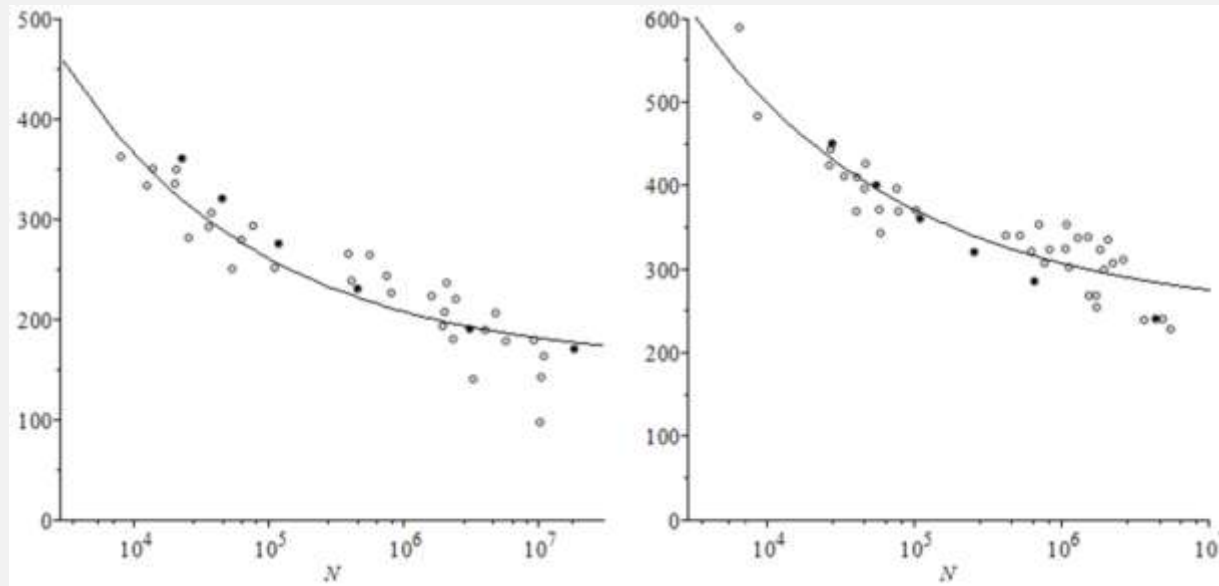
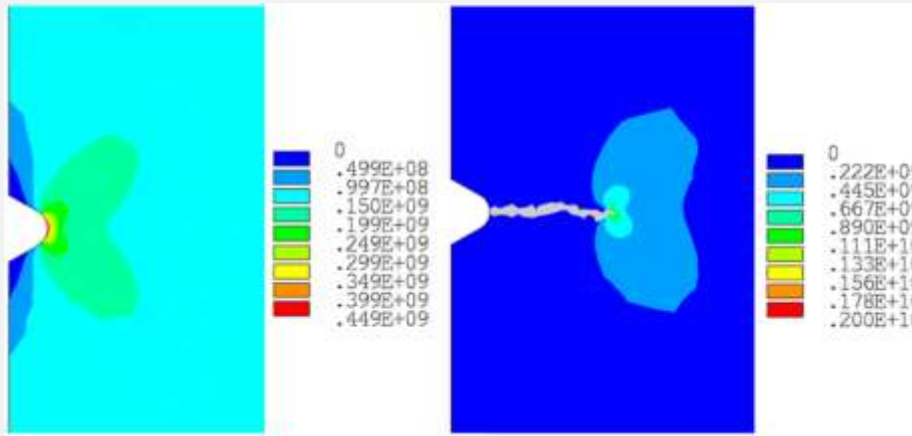


$R = -1$



$R = 0.54$

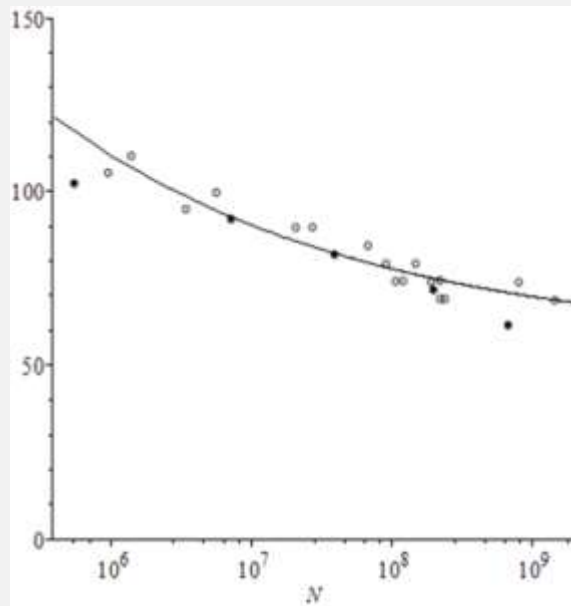
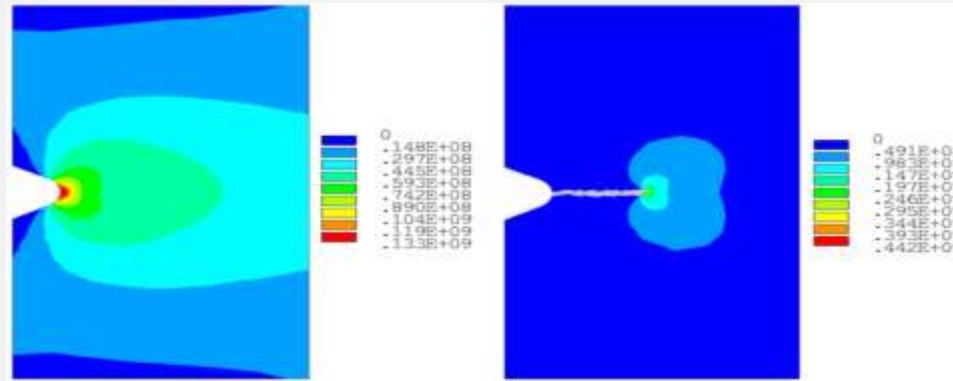
Сравнение экспериментальных и численных результатов (МНЦУ)



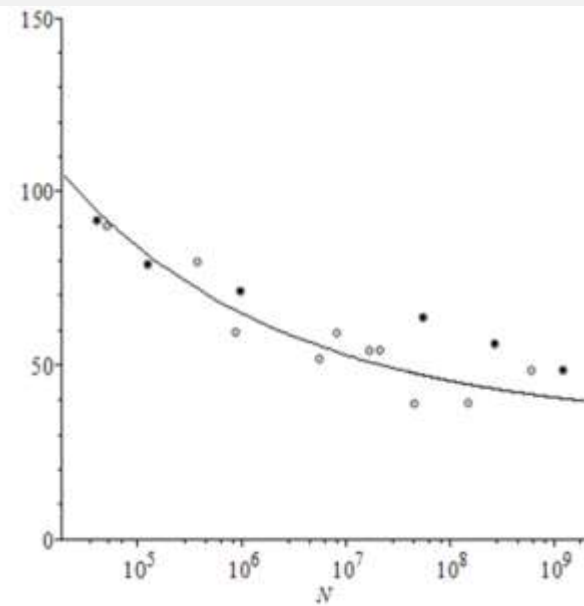
$R = -0.5$

$R = 0.1$

Сравнение экспериментальных и численных результатов (СВМУ)



$$R = -1$$



$$R = 0.01$$

При проведении расчетов по мультирежимной модели неоднократно проявлялся и моделировался эффект, наблюдаемый при фрактографических исследованиях элементов конструкций, разрушенных при эксплуатации.

При относительно небольшом уровне приложенных нагрузок, за счет внутренних дефектов зарождение и начальное развитие зон усталостного разрушения происходит по механизму СВМУ, а затем при концентрации и росте уровня напряжений в окрестности фронта распространяющейся «квazitрещины» происходит переход на другую ветвь (МЦУ-МНЦУ) усталостной кривой.

При этом резко меняется скорость развития процесса усталостного разрушения.

Выводы

Предложена мультирежимная кинетическая модель развития повреждаемости при циклическом нагружении для описания развития процесса усталостного разрушения. Для определения коэффициентов кинетического уравнения повреждаемости использован известный критерий многоосного усталостного разрушения SWT, в котором заложен механизм, связанный с развитием микротрещин нормального отрыва.

Предложена двухкритериальная кинетическая модель повреждаемости для описания процесса усталостного разрушения при сложном нагружении, в которой заложена возможность развития квазитрещин двух типов – нормального отрыва (критерий SWT) и сдвига (критерий CVS).

Разработан единообразный численный метод и приведены примеры расчета развития трещиноподобных зон повреждаемости и усталостного разрушения образцов, содержащих дефекты разного типа для различных режимов циклического нагружения от МЦУ до СВМУ.

Проверена работоспособность модели путем расчетного воспроизведения экспериментально полученных усталостных кривых для образцов из титановых сплавов по схеме высокочастотного нагружения «трехточечный изгиб» и для различных коэффициентов асимметрии цикла.

Приведены примеры расчета образцов при комплексном циклическом нагружении с образованием и параллельным развитием квазитрещин различного типа.