

**РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
УЧРЕЖДЕНИЕ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ им А.Ю.ИШЛИНСКОГО РАН**

**Н.Г.Бураго, А.Б.Журавлев, И.С.Никитин, В.С.Юшков**

**ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ  
ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ ГТД**

*Препринт №959*

**Москва 2010**

## АННОТАЦИЯ

Разработана расчетная модель системы «диск-лопатка» газотурбинного двигателя (ГТД) с учетом центробежных сил, распределенных аэродинамических нагрузок, нелинейных контактных условий и упругопластических свойств материалов. Зоны концентрации напряжений около соединения диска с лопаткой изучены для различных условий нагружения и контакта.

## ABSTRACT

The computational model of the gas turbine engine (GTE) system “disk-blade” is developed taking into account centrifugal forces, distributed aerodynamic loads, nonlinear contact conditions and elastic plastic properties of materials. Stress concentration zones near the disk and blade junction are investigated numerically for variety of loading and contact conditions.

055(02)2 @ Институт проблем механики РАН 2010 г.

## Оглавление

1. Введение.....	3
2. Постановка задачи.....	6
3. Расчет аэродинамической нагрузки.....	8
3.1. Распределенная нагрузка на лопатку.....	9
3.2. Распределенная нагрузка на лопатку в решетке.....	10
4. Расчетная модель контактной системы.....	17
5. Результаты расчета по трехмерной модели.....	20
6. Результаты расчета по двумерной модели.....	25
7. Выводы.....	30
Список литературы.....	31

## 1. Введение

Расчет вращающихся дисков компрессоров и турбин на прочность и усталостное разрушение является важнейшей задачей при определении долговечности и параметров безопасной эксплуатации турбореактивных двигателей. Обширный обзор методов, библиография и результаты аналитических, численных и экспериментальных исследований в этой области приведены в [1,2]. Подробное изложение наглядных и сравнительно несложных методов отдельного расчета дисков и лопаток на долговечность при комбинированном действии ползучести и малоциклового усталости сделано в [3]. Общие схемы расчета систем диска и лопаток ГТД с интегральной оценкой силовых, моментных и контактных факторов нагружения описаны в современной монографии [4].

Результаты двумерных и трехмерных конечноэлементных расчетов напряженного состояния дисков компрессоров и турбин приведены в различных статьях. Например, в [5] рассчитана окрестность контактной зоны «елочного» замка диска турбины, в [6] определены зоны максимальных напряжений в диске компрессора под действием центробежных нагрузок, в [7] исследуется влияние концентратора в диске на рост усталостной трещины, в [8] исследованы термоупругопластические поля напряжений в лопатках диска турбины под действием характерного спектра нагрузок и проведены оценки времени многоциклового усталостного разрушения.

Эксперименты также показывают, что зарождение усталостных трещин происходит в зонах концентрации напряжений в окрестности отверстий и вырезов в ступичной и ободной частях, предназначенных для крепления вала и лопаток (Рис. 1). Разрушения ободной части дисков компрессоров из титановых сплавов сопровождаются образованием

фрагментов, которые, обладая высокой скоростью, производят разрушения окружающих элементов конструкции, вызывая катастрофические последствия.

Наиболее существенную роль в формировании зон разрушения играют контактные взаимодействия лопаток с диском. Должны быть приняты во внимание следующие особенности постановки задачи:

- во-первых, контактное взаимодействие лопатки, вставленной в крепежный вырез диска, при различных условиях контакта (полное сцепление, гладкое проскальзывание, трение с отлипанием);
- во-вторых, контактное взаимодействие системы диск-лопатка с закрепляющими штифтами из более прочного материала;
- в-третьих, дополнительные к центробежным силам аэродинамические нагрузки на лопатку, которые передаются на диск через контакт с лопатками и закрепляющими штифтами.

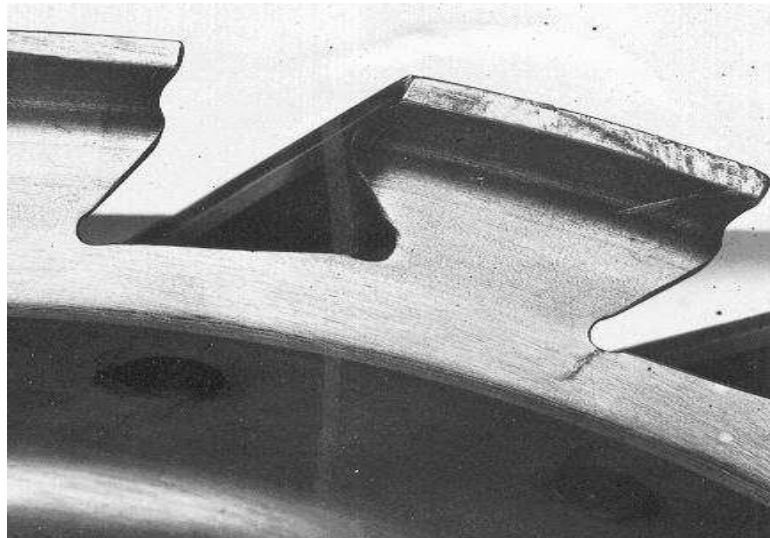


Рис. 1. Усталостная трещина в соединении “ласточкин хвост”

Для определения зон концентрации напряжений необходимо решение связанной контактной задачи взаимодействия диска и лопатки, которое можно получить численно. В настоящем исследовании такое решение

получено. Изучены поля напряжений и зоны их концентрации в ободной части вращающегося диска в окрестности контактных граней и ребер. Определены зоны максимальных растягивающих главных напряжений и ориентация плоскостей, в которых они действуют, то есть, определены места зарождения усталостных трещин и их ориентация. Выявлены расчетные контактные условия, обеспечивающие наиболее приемлемое соответствие расчетных и экспериментальных данных.

Учет аэродинамических нагрузок в рамках общего подхода совместного решения газодинамической и прочностной задач в нашем случае нецелесообразен, так как в условиях сложной трехмерной геометрии вынужденно пришлось бы использовать грубые сетки, не дающие решения достаточной точности. Поэтому в настоящем исследовании расчет аэродинамических нагрузок выполнен аналитически с использованием ряда упрощающих гипотез и известных решений задач об обтекании решетки профилей. Поскольку проводимый в настоящей работе анализ напряженно-деформированного состояния дисков ГТД не учитывает влияние температурных воздействий, то полученные результаты пригодны в полной мере только для низкотемпературных процессов разрушения дисков компрессоров первых ступеней, т.е. компрессоров низкого давления.

## 2. Постановка задачи

Напряженно-деформированное состояние контактной системы диск-лопатка определяется системой уравнений [9]:

$$\rho d\mathbf{v} / dt = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g}$$

$$D\boldsymbol{\sigma} / dt = \lambda(\mathbf{e}^e : \mathbf{I})\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{e}^e$$

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}^e + \mathbf{e}^p$$

$$\mathbf{e} = (\nabla\mathbf{v} + \nabla\mathbf{v}^T) / 2$$

$$d\mathbf{u}/dt = \mathbf{v}$$

где записаны уравнения движения, продифференцированный по времени закон Гука, разложение скорости деформации на упругую и неупругую части, связь скорости деформации с градиентами скоростей и связь перемещений со скоростями,  $D\boldsymbol{\sigma}/dt = d\boldsymbol{\sigma}/dt + \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T \cdot \boldsymbol{\sigma}$  - объективная временная производная Ривлина от тензора напряжений Коши  $\boldsymbol{\sigma}$ ,  $\rho \mathbf{g}$  - центробежная сила,  $\boldsymbol{\epsilon}^e$  и  $\boldsymbol{\epsilon}^p$  - тензоры скоростей упругой и неупругой деформации.

В зависимости от выбранной неупругой модели поведения металла выражение для тензора скоростей неупругой деформации может иметь различный вид. Для базовой модели идеальной упругопластичности с условием пластичности Мизеса закон пластического течения имеет вид:

$$\boldsymbol{\epsilon}^p = d\boldsymbol{\epsilon}^p/dt + \boldsymbol{\epsilon}^p \cdot \nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T \cdot \boldsymbol{\epsilon}^p = \Lambda \mathbf{s}$$

$$\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - (\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{I})\mathbf{I}/3$$

$$\Lambda > 0 \quad \mathbf{s} : \mathbf{s} = 2\tau_0^2$$

$$\Lambda = 0 \quad \mathbf{s} : \mathbf{s} < 2\tau_0^2$$

где  $\boldsymbol{\epsilon}^p$  - тензор неупругой (пластической) деформации,  $\mathbf{s}$  - девиатор напряжений Коши,  $\tau_0$  - предел текучести на сдвиг,  $\Lambda$  - коэффициент пропорциональности, определяемый из условия пластичности ( $\mathbf{s} : \mathbf{s} = 2\tau_0^2$ ) и активного нагружения ( $\Lambda > 0$ ).

Граница области решения представлена объединением частей границы трех типов  $S = S_p \cup S_v \cup S_c$ , на которых заданы внешние нагрузки, скорости и условия контакта, соответственно. Для границ  $S_p$  и  $S_v$  условия имеют вид

$$t \geq 0, \mathbf{x} \in S_p : \sigma_n = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = p_n^*, \quad \sigma_{n\alpha} = (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} - (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}) \cdot \boldsymbol{\tau}_\alpha = T_\alpha^*$$

$$t \geq 0, \mathbf{x} \in S_v : \mathbf{v} = \mathbf{v}_*$$

где  $\mathbf{n}$  и  $\boldsymbol{\tau}_\alpha$  ( $\alpha=1,2$ ) – орты нормали и касательных к границе, величины со звездочками полагаются заданными. При аэродинамических поверхностных нагрузках  $T_\alpha^* = 0$ ,  $p_n^*$  – аэродинамическое давление.

Контактные условия различных типов задаются на контактных поверхностях  $S_c$ . При записи контактных условий скачки касательных скоростей и нормальных смещений обозначены  $[\mathbf{v}_{\tau\alpha}]$  ( $\alpha=1,2$ ) и  $[u_n]$ , считается, что нормальные и касательные напряжения непрерывны на контактных границах  $[\sigma_n] = [\sigma_{n\alpha}] = 0$ , полагается, что коэффициент трения  $q$  не зависит от направления касательной и неотрицателен.

Контактные условия проскальзывания с трением имеют вид

$$t \geq 0, \mathbf{x} \in S_c : \sigma_n < 0, |\sigma_{n\alpha}| < q|\sigma_n|, [\mathbf{v}_{\tau\alpha}] = 0, [u_n] = 0$$

для трения покоя и

$$t \geq 0, \mathbf{x} \in S_c : \sigma_n < 0, \sigma_{n\alpha} = q|\sigma_n| \frac{[\mathbf{v}_{\tau\alpha}]}{\|[\mathbf{v}_{\tau\alpha}]\|}, [\mathbf{v}_{\tau\alpha}] \neq 0, [u_n] = 0$$

для трения скольжения. Здесь ( $\alpha=1,2$ ) и при  $q=0$  имеем случай проскальзывания без трения (гладкий контакт).

Контактные условия при отлипании имеют вид

$$t \geq 0, \mathbf{x} \in S_c : [u_n] \geq 0, \sigma_{n\alpha} = \sigma_n = 0$$

Контактные условия с полным сцеплением (идеальный контакт) имеют вид:

$$t \geq 0, \mathbf{x} \in S_c : [\mathbf{u}] = [\sigma_n] = [\sigma_{n\alpha}] = 0 \quad (\alpha=1,2)$$

Начальные условия принимаются в виде

$$t = 0, \mathbf{x} \in V : \mathbf{u} = 0, \mathbf{v} = 0, \boldsymbol{\varepsilon}^p = 0, \boldsymbol{\sigma} = 0$$

### 3. Расчет аэродинамической нагрузки

Для расчета напряженно-деформированного состояния рассматриваемой контактной системы диск-лопатка авиационного двигателя



необходимо задать аэродинамические нагрузки, действующие на поверхность вращающихся лопаток в набегающем потоке. При расчете характеристик двигателя обычно определяют интегральные величины аэродинамических сил и моментов. Определение очагов зарождения усталостных трещин в дисках и лопатках требует подробного описания полей напряжений и зон их концентрации. Поэтому в рассматриваемом случае следует знать детальное распределение давлений по поверхности лопаток, центробежных объемных сил в диске и лопатках, условий их контактного взаимодействия. Соответствующие газодинамические, достаточно общие теории, основанные на классических решениях [10], описаны в монографиях [11,12]. Для наших целей аналитического определения распределенных аэродинамических нагрузок на лопатки и введения их в расчетную схему, примем ряд упрощающих гипотез.

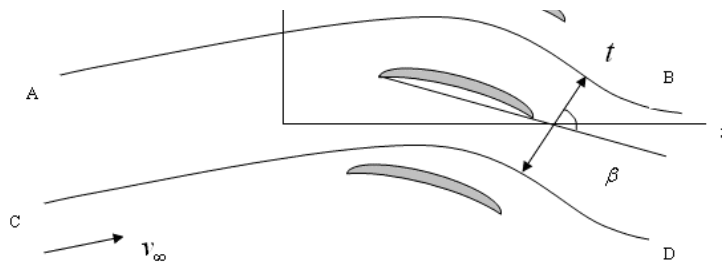
**3.1. Распределенная нагрузка на лопатку.** Для расчета обтекания отдельной лопатки примем гипотезу изолированного профиля [13]. Сечение лопатки с переменной круткой будем считать пластинкой длины  $2a$ . Вначале приведем решение задачи о распределении давления на пластинку, обтекаемую под углом атаки  $\alpha$  потоком идеального несжимаемого газа [10], имеющим скорость на бесконечности. Формула для разности давлений  $\Delta p$  на разных сторонах пластинки имеет вид [10]:

$$\Delta p = \rho v_{\infty}^2 \sin 2\alpha \sqrt{\frac{a-x}{a+x}}$$

где  $v_{\infty}$ ,  $p_{\infty}$  и  $\rho$  - скорость, давление и плотность газа на бесконечности.

**3.2. Распределенная нагрузка на лопатку в решетке.** Геометрия обтекания решетки профилей показана на Рис. 2. Период решетки равен  $te^{i\beta}$ . Комплексный потенциал обтекания должен удовлетворять условию периодичности  $w(z + te^{i\beta}) = w(z)$ .

Рис. 2. Геометрия обтекания решетки профилей



Комплексный потенциал обтекания периодической решетки профилей строится на основе потенциала течения внутри системы концентрических окружностей с системой источников и стоков, расположенных в точках  $\pm\varepsilon$  и  $\pm 1/\varepsilon$ ,  $\varepsilon < 1$  плоскости  $\zeta$ , и с точками  $e^{ik_1}$  и  $e^{ik_2}$ , соответствующими критическим точкам на профиле, описанным в [10].

Производная комплексного потенциала течения внутри системы концентрических окружностей имеет вид:

$$\frac{dW}{d\zeta} = C \frac{(\zeta - e^{ik_1})(\zeta - e^{ik_2})}{(\zeta + \varepsilon)(\zeta - \varepsilon)(\zeta + 1/\varepsilon)(\zeta - 1/\varepsilon)}$$

где константа  $C$  связана с циркуляцией, обеспечивающей выполнение условия Чаплыгина:

$$\frac{dW}{d\zeta} = iAe^{-i(k_1+k_2)/2} \frac{(\zeta - e^{ik_1})(\zeta - e^{ik_2})}{(\zeta^2 - \varepsilon^2)(\zeta^2 - 1/\varepsilon^2)}, \quad \Gamma = 4\pi A \frac{\varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2} \cos(k_2 - k_1)/2$$

здесь действительные константы  $k_1, k_2, \varepsilon, A$  подлежат определению.

Конформное отображение внешности решетки пластин на внутренность единичной окружности с разрезом между точками  $\pm\varepsilon$  (см. Рис.

3) осуществляется многолистной функцией  $z = f(\zeta)$  [10]:

$$f(\zeta) = -\frac{t}{2\pi i} \left( e^{i\beta} \ln \frac{\zeta - \varepsilon}{\zeta + \varepsilon} - e^{-i\beta} \ln \frac{\zeta - 1/\varepsilon}{\zeta + 1/\varepsilon} \right)$$

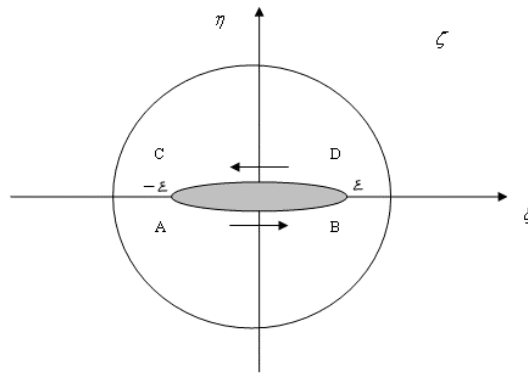


Рис. 3. Схема конформного отображения

В рассматриваемом случае  $\beta = \pi/2$ :

$$f(\zeta) = -\frac{t}{2\pi} \ln \frac{(\zeta - \varepsilon)(\zeta - 1/\varepsilon)}{(\zeta + \varepsilon)(\zeta + 1/\varepsilon)}$$

Свяжем параметр  $\varepsilon$  с шириной пластинки  $2a$ . Положим  $\zeta = e^{i\varphi}$ , при этом

$$z = x + iy = \frac{t}{2\pi} \ln \frac{h + \cos \varphi}{h - \cos \varphi} - \frac{t}{2\pi} i(\pi + 2\pi n), \quad h = \frac{1}{2} \left( \varepsilon + \frac{1}{\varepsilon} \right), \quad h > 1$$

Координаты решетки пластинок будут определяться значениями:

$$x = \frac{t}{2\pi} \ln \frac{h + \cos \varphi}{h - \cos \varphi}, \quad y = -t/2 - tn, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

Координаты задней ( $\varphi = 0$ ) и передней ( $\varphi = \pi$ ) кромок пластины равны:

$$x_{\max} = a = \frac{t}{2\pi} \ln \frac{h+1}{h-1}, \quad x_{\min} = -a = -\frac{t}{2\pi} \ln \frac{h+1}{h-1}$$

Отсюда следует:

$$\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} = e^{\pi a/t} > 1, \quad \text{или} \quad \varepsilon = th \left( \frac{\pi a}{2t} \right)$$

Значения аргумента  $\varphi = k_1 = k_0 = 0$  соответствуют задней кромке (первая критическая точка), значение аргумента  $\varphi = \pi$  отвечает передней кромке, при значении аргумента  $\varphi = k_2$ , ( $\pi < k_2 < 2\pi$ ). имеем вторую критическую точку. С учетом соответствия  $z = \infty \rightarrow \zeta = \varepsilon$ , можно получить условия:

$$v_{\infty} \cos \alpha = -\tilde{A} \sin \frac{k_2}{2}, \quad v_{\infty} \sin \alpha \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} = -\tilde{A} \cos \frac{k_2}{2}, \quad \tilde{A}^2 = v_{\infty}^2 \left( 1 - \frac{4\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2} \sin^2 \alpha \right)$$

Учитывая, что на пластинке  $\zeta = e^{i\varphi}$ , квадрат скорости обтекания равен:

$$v^2 = \tilde{A}^2 \left( \frac{1 - \cos(k_2 - \varphi)}{1 + \cos \varphi} \right)$$

Раскрывая это выражение с учетом формул для  $\sin \frac{k_2}{2}$  и  $\cos \frac{k_2}{2}$ ,  $\pi < k_2 < 2\pi$ ,  $\sin k_2 < 0$  после громоздких выкладок получим

$$v_{\pm}^2 = v_{\infty}^2 g_{\pm}(\varphi)$$

где

$$g_{\pm}(\varphi) = \left[ \left( 1 - \frac{4\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2} \sin^2 \alpha \right) + \left( 1 - \frac{2(1+\varepsilon^2)}{(1+\varepsilon)^2} \sin^2 \alpha \right) \cos \varphi + \frac{2(1-\varepsilon)}{(1+\varepsilon)} \sin \alpha \cos \alpha \sin \varphi \right] / (1 + \cos \varphi)$$

Находя обратную функцию из связи  $x = \frac{t}{2\pi} \ln \frac{h + \cos \varphi}{h - \cos \varphi}$ , можно получить:

$$\cos \varphi = \frac{ch \frac{\pi a}{t} sh \frac{\pi x}{t}}{sh \frac{\pi a}{t} ch \frac{\pi x}{t}}, \quad 1 + \cos \varphi = \frac{sh \frac{\pi(a+x)}{t}}{sh \frac{\pi a}{t} ch \frac{\pi x}{t}}, \quad \sin \varphi = \pm \sqrt{\frac{sh \frac{\pi(a-x)}{t} sh \frac{\pi(a+x)}{t}}{sh \frac{\pi a}{t} ch \frac{\pi x}{t}}}$$

Знак (+) в этой формуле относится к верхней стороне пластинки, знак (-) к ее нижней стороне. Подставляя эти выражения в формулу для квадрата скорости  $v_{\pm}^2$ , используя формулу Бернулли, получим выражение для распределения давления  $p_{\pm}$  на обеих сторонах пластинки в решетке:

$$p_{\pm} = p_{\infty} + \frac{\rho v_{\infty}^2}{2} (1 - g_{\pm}(\varphi))$$

Формула для разности давлений  $\Delta p$  на разных сторонах пластинки будет выглядеть следующим образом:

$$\Delta p = \rho v_{\infty}^2 \sin 2\alpha \frac{(1-\varepsilon) |\sin \varphi|}{(1+\varepsilon) (1+\cos \varphi)}$$

Окончательно в зависимости от  $x$  разность давлений будет равна:

$$\Delta p = \rho v_{\infty}^2 e^{-\pi a/t} \sin 2\alpha \sqrt{\operatorname{sh} \frac{\pi(a-x)}{t} / \operatorname{sh} \frac{\pi(a+x)}{t}}$$

При  $t \rightarrow \infty$  формула для решетки пластинок переходит в формулу для одной пластинки:

$$\Delta p = \rho v_{\infty}^2 \sin 2\alpha \sqrt{\frac{a-x}{a+x}}$$

Рассмотрим вопрос об угле атаки сечения лопатки вращающегося диска с переменной кривизной  $\gamma(r)$  каждого сечения, где  $r$  - радиальная координата сечения. На Рис. 4 схематично показан вырезанный сектор диска с одной лопаткой.

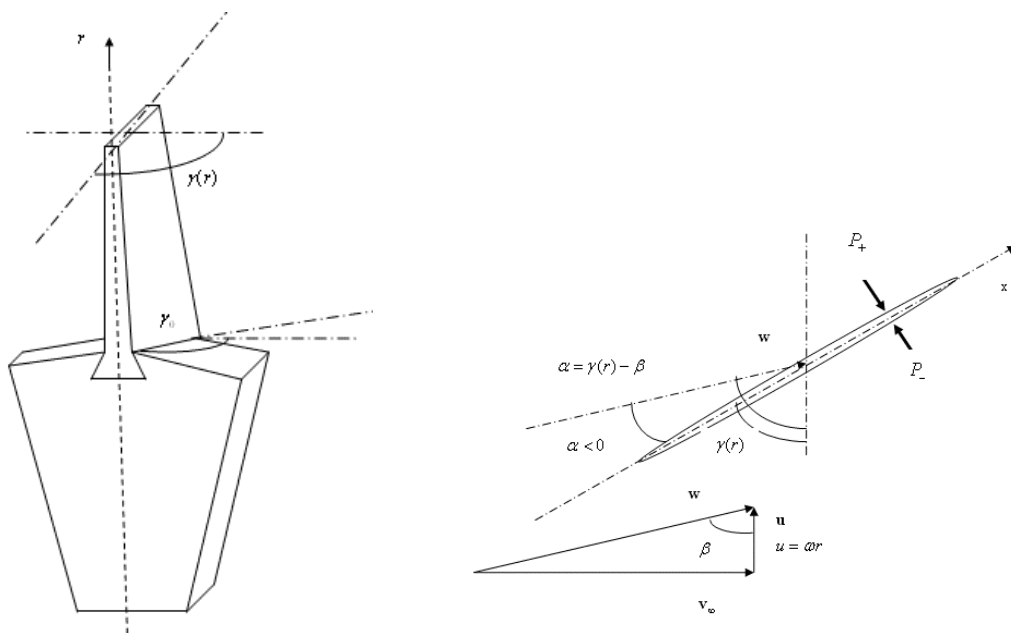


Рис. 5. Схема обтекания сечения лопатки

Схема обтекания сечения лопатки показана на Рис. 5. Примем обозначения:  $\omega$  - частота вращения диска,  $x$  - локальная продольная координата хорды сечения,  $\beta$  - угол между окружной составляющей скорости и результирующим вектором скорости,  $w = \sqrt{v_\infty^2 + \omega^2 r^2}$  - модуль результирующей скорости. Локальный угол атаки сечения, очевидно, будет равен:  $\alpha = \gamma(r) - \arctg \frac{v_\infty}{\omega r}$ . Локальный шаг решетки будет равен:  $t = \frac{2\pi r}{N}$ , где  $N$  - число лопаток на диске.

С учетом этих связей выпишем еще раз формулы для давления и перепада давлений в случае одной обтекаемой пластины и в случае обтекания решетки пластин. Поскольку полученные решения из-за острой передней кромки содержат особенность при  $x = -a$ , для снятия этой особенности введем малый радиус скругления передней кромки  $\delta$ . Тогда распределение давлений по поверхности одиночной лопатки: принимает вид

$$p_{\pm}(r, x) = p_{\infty} + \frac{\rho(v_\infty^2 + \omega^2 r^2)}{2} \left( 1 - \left( \cos \left( \gamma(r) - \arctg \frac{v_\infty}{\omega r} \right) \pm \sin \left( \gamma(r) - \arctg \frac{v_\infty}{\omega r} \right) \sqrt{\frac{a-x}{a+x+\delta}} \right)^2 \right)$$

$$\Delta p(r, x) = \rho(v_\infty^2 + \omega^2 r^2) \sqrt{\frac{a-x}{a+x+\delta}} \sin 2 \left( \gamma(r) - \arctg \frac{v_\infty}{\omega r} \right)$$

Единая формула для распределения давления по поверхности лопатки в решетке выглядела бы чрезвычайно громоздко, поэтому сохраняем многоступенчатую запись:

$$p_{\pm} = p_{\infty} + \frac{\rho(v_\infty^2 + \omega^2 r^2)}{2} (1 - g_{\pm}(\varphi))$$

$$g_{\pm}(\varphi) = \left[ \left( 1 - \frac{4\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2} \sin^2 \alpha \right) + \left( 1 - \frac{2(1+\varepsilon^2)}{(1+\varepsilon)^2} \sin^2 \alpha \right) \cos \varphi + \frac{2(1-\varepsilon)}{(1+\varepsilon)} \sin \alpha \cos \alpha \sin \varphi \right] / (1 + \cos \varphi)$$

$$\cos \varphi = \frac{ch \frac{\pi a}{t} sh \frac{\pi x}{t}}{sh \frac{\pi a}{t} ch \frac{\pi x}{t}}, \quad \sin \varphi = \pm \frac{\sqrt{sh \frac{\pi(a-x)}{t} sh \frac{\pi(a+x)}{t}}}{sh \frac{\pi a}{t} ch \frac{\pi x}{t}}, \quad 1 + \cos \varphi = \frac{sh \frac{\pi(a+x+\delta)}{t}}{sh \frac{\pi a}{t} ch \frac{\pi x}{t}}$$

$$\alpha = \gamma(r) - \arctg \frac{v_{\infty}}{\omega r}, \quad t = \frac{2\pi r}{N}, \quad \varepsilon = th \left( \frac{\pi a}{2t} \right)$$

Для перепада давлений можно выписать явную зависимость  $\Delta p(r, x)$ :

$$\Delta p(r, x) = \rho (v_{\infty}^2 + \omega^2 r^2) e^{-\frac{aN}{2r}} \sin 2 \left( \gamma(r) - \arctg \frac{v_{\infty}}{\omega r} \right) \sqrt{sh \frac{N(a-x)}{2r} / sh \frac{N(a+x+\delta)}{2r}}$$

Сжимаемость газа можно учесть введением множителя Прандтля-Глауэрта  $1/\sqrt{1-M^2}$ , где  $M$  - число Маха набегающего потока,  $M = w/c = \sqrt{v_{\infty}^2 + \omega^2 r^2} / c$ ,  $c$  - скорость звука:

$$p_{\pm}^c(r, x) = p_{\pm}(r, x) / \sqrt{1-M^2}, \quad \Delta p^c(r, x) = \Delta p(r, x) / \sqrt{1-M^2}$$

Более точной является поправка Кармана-Тзяна [13]:

$$\bar{p}_{\pm}^c(r, x) = \frac{\bar{p}_{\pm}(r, x)}{\sqrt{1-M^2} + \frac{\bar{p}_{\pm}(r, x)}{2} (1 - \sqrt{1-M^2})}, \quad \bar{p}_{\pm} = \frac{p_{\pm} - p_{\infty}}{\rho_{\infty} v_{\infty}^2 / 2}, \quad \bar{p}_{\pm}^c = \frac{p_{\pm}^c - p_{\infty}}{\rho_{\infty} v_{\infty}^2 / 2}$$

Но в этом случае не удастся получить явную связь между  $\Delta p^c(r, x)$  и  $\Delta p(r, x)$ .



Очевидно, что данный анализ справедлив при выполнении условия дозвукового обтекания  $\sqrt{v_{\infty}^2 + \omega^2 r^2} < c$  для любого сечения лопатки.

Полученные распределения давлений по поверхности лопатки использованы в качестве внешних нагрузок для расчета напряженно-деформированного состояния контактной системы диск – лопатка авиационного двигателя.

#### **4. Расчетная модель контактной системы**

Ввиду сложной геометрии соединения диска и лопатки, переменной зоны контактного взаимодействия и сложного распределения действующих центробежных и аэродинамических сил свести исследование прочности диска ГТД к простой задаче его деформирования под действием внешних нагрузок невозможно. Поэтому в используемых математических моделях рассчитывалось напряженно-деформированное состояние и диска, и лопаток, а в трехмерной модели учитывались также деформации закрепляющих соединение диска с лопатками штифтов.

Конечной целью настоящего исследования является изучение усталостной прочности дисков при циклическом нагружении. Прямое численное моделирование процессов разрушения требует больших затрат вычислительной работы для расчета истории деформирования и накопления повреждений. Поэтому наряду с трудоемкой трехмерной моделью рассмотрена и упрощенная двумерная модель контактной системы “диск-лопатка”, применение которой при наличии сходства получаемых результатов с трехмерной моделью сулит возможность проведения множественных параметрических расчетов разрушения.

Трехмерная геометрическая модель диска, построенная с использованием программы [14], дополнена геометрической моделью

лопатки и показана на Рис. 6.. Для удержания лопатки в соединении типа “ласточкин хвост” используется цилиндрический крепежный штифт, который также учтен в расчетной модели.

Сетка (Рис. 7) значительно сгущена в окрестности ожидаемых концентраторов напряжений. Общее количество элементов не превосходит 100000, что вполне приемлемо для проведения расчета на персональном компьютере.

Свойства материалов диска, лопатки и штифта показаны в таблице 1.

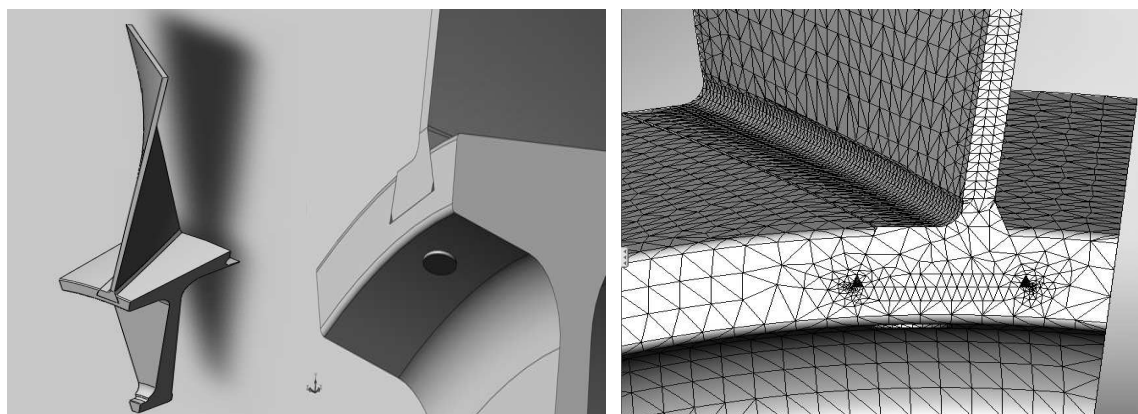


Рис. 7. Расчетная сетка

Таблица 1.

Деталь	Материал	Свойства материалов					
		$E$ , ГПа	$\nu$	$G$ , ГПа	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$\sigma_T$ , МПа	$\sigma_{\text{прочн}}$ , МПа
Диск	Титановый сплав	120	0.32	46	4370	937	910
Лопатка	Алюминиевый сплав	69	0.33	27	2700	69	27.57
Штифт	Сталь высокопрочная	207	0.27	80	7860	685	292

При проведении расчетов типы граничных условий и внешних воздействий варьировались. Боковые грани выделенного для расчета

фрагмента диска с лопаткой считались плоскостями симметрии ( $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0, \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \boldsymbol{\tau}_\alpha = 0$ ), что подразумевает примыкание к ним идентичных элементов. Испытывались различные условия на контактных границах. Применялись упрощенные условия идеального контакта (полного сцепления) и общие условия, допускающие переменную зону контакта, отлипание, проскальзывание и трение.

Контактирующими поверхностями являлись:

- боковые и нижняя поверхности крепежного выреза диска,
- боковые и нижняя поверхности основания лопатки;
- верхняя торцевая поверхность штифта и дно посадочного выреза в лопатке;
- боковая цилиндрическая поверхность штифта и цилиндрические стенки посадочного выреза в лопатке и диске.

## 5. Результаты расчетов по трехмерной модели.

Решения задач о напряженно-деформированном состоянии диска компрессора ГТД получены с помощью программы SolidWorks/CosmosWorks. Считалось, что диск компрессора ГТД, оснащенный лопатками, вращается в набегающем потоке с угловой скоростью  $\omega = 300$  рад/с (2865 об/мин). Скоростной напор на бесконечности  $\frac{1}{2}\rho \cdot V^2 = 20000$  н и соответствует скорости потока 200 м/с при плотности 1 кг/м<sup>3</sup>.

Влиянием статического давления набегающего потока пренебрегаем, давление на лопатки принимается равным дополнительному давлению, формулы для определения которого уже рассмотрены выше. На Рис. 8 представлены уровни горизонтального перемещения на деформированной

форме модели, перемещения даны в увеличенном масштабе. На Рис. 9 изображены уровни максимального главного (растягивающего) напряжения.

Рис. 9. Максимальное главное напряжение

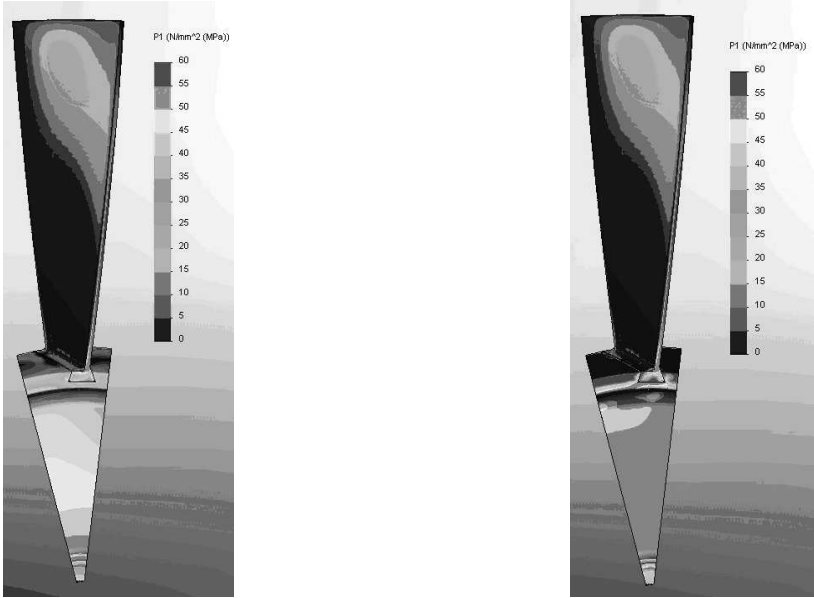
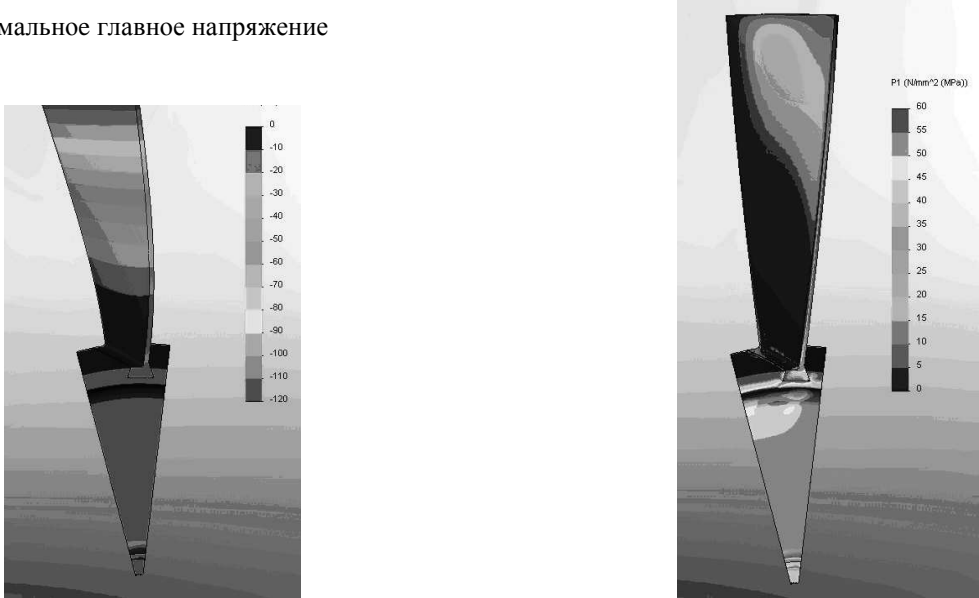


Рис. 10. Максимальное главное напряжение.  
Условия полного сцепления

Рассмотрим влияние условий контакта системы *диск-лопатка-штифт* на решение задачи о диске с лопатками, вращающемся в набегающем потоке. Сравним два случая: первый – условие полного сцепления (идеальный контакт) и второй – малое трение ( $k = 0.1$ ) при сжимающих нормальных напряжениях с возможностью отлипания (контакт не выдерживает растягивающих напряжений). На Рис.10-11 показаны уровни максимального главного напряжения для условий полного сцепления и малого трения, соответственно. Чтобы увидеть разницу, надо рассмотреть в увеличенном масштабе контактную границу.

На Рис. 12-13 изображены распределения результирующего перемещения (модуль вектора) в окрестности основания лопатки при условиях полного сцепления и при условиях малого трения, соответственно.

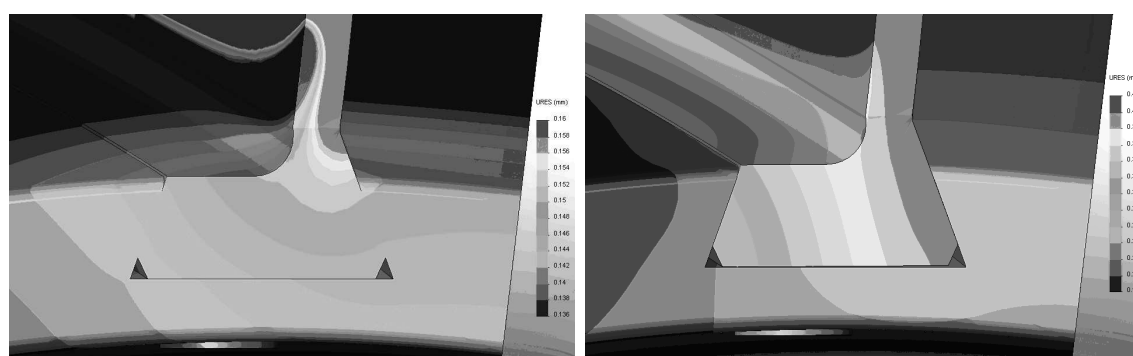


Рис. 12. Модуль вектора перемещения.  
Условия полного сцепления

При условии полного сцепления перемещения непрерывны на границах лопатки и диска – детали деформируются как единое целое. При малом трении (Рис. 13) материал диска, как более жесткий, остается слабдеформированным, в то время как в основании лопатки имеют место значительные градиенты перемещений. На контактной границе ясно виден скачок перемещений. Вообще уровень перемещений при условии малого трения значительно выше, чем в модели полного сцепления. Основное

отличие решений заключается в том, что если при полном сцеплении кромки выреза и основания лопатки деформированы практически одинаково, то при малом трении кромка лопатки деформирована значительно больше и имеет отличную от кромки выреза диска форму.

На Рис. 14-15 изображены распределения максимального главного напряжения в окрестности основания лопатки для условий полного сцепления и малого трения, соответственно. Максимальное главное напряжение в данных задачах является растягивающим. На рисунках видно, что при малом трении диск испытывает значительные напряжения в области крепежного выреза.

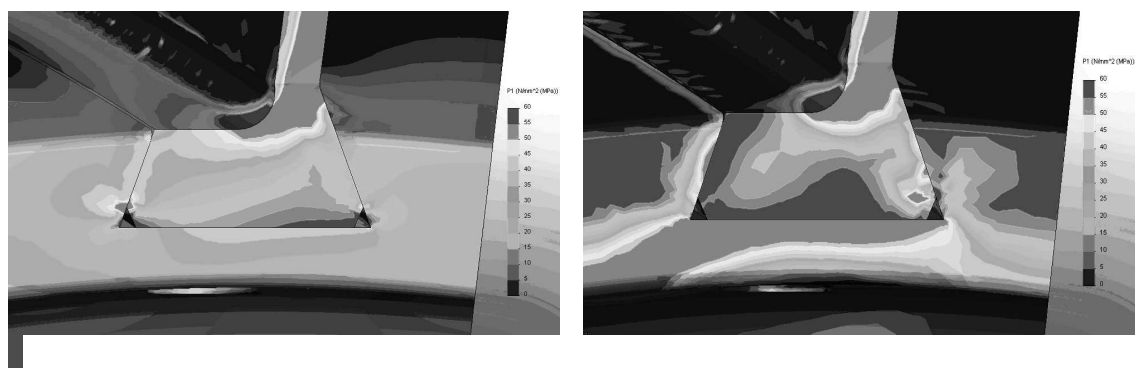


Рис. 14. Максимальное главное напряжение.  
Условия полного сцепления

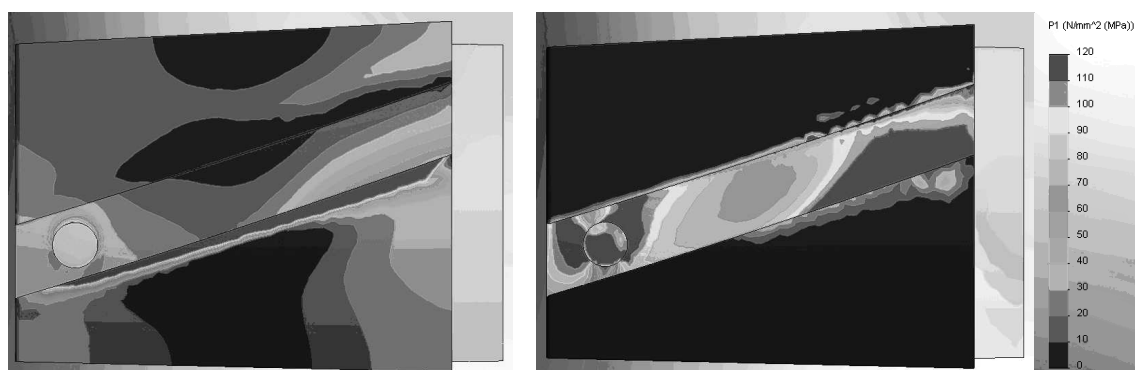


Рис. 16. Максимальное главное напряжение.  
Полное сцепление. Крепежный вырез.

Распределения напряжения по всей поверхности контакта сильно отличаются. Так, например, при *полном сцеплении* возникает концентратор в месте контакта левой фанки основания лопатки и боковой поверхности выреза. Это следствие раскрытия углового выреза в монолите. Поскольку условия *малого трения* допускают проскальзывание и отлипание вдоль поверхностей контакта, концентраторы напряжений в этом случае определяются поворотом основания лопатки внутри выреза. На рис. 16-17 изображены распределения максимального главного напряжения в крепежном вырезе диска. В условиях *полного сцепления* сильно нагружена только середина правой кромки выреза, здесь материал работает на разрыв из-за изгиба лопатки (Рис. 16). При этом штифт практически не нагружен – детали удерживаются за счет жесткого контакта. При *малом трении* детали удерживаются штифтом и около него имеется сильная концентрация напряжений.

На Рис. 18-19 изображены распределения максимального главного напряжения в сечении через середину крепежного выреза. Заметное различие решений определяется теми же факторами, которые были отмечены при анализе распределения напряжений внутри крепежного выреза.

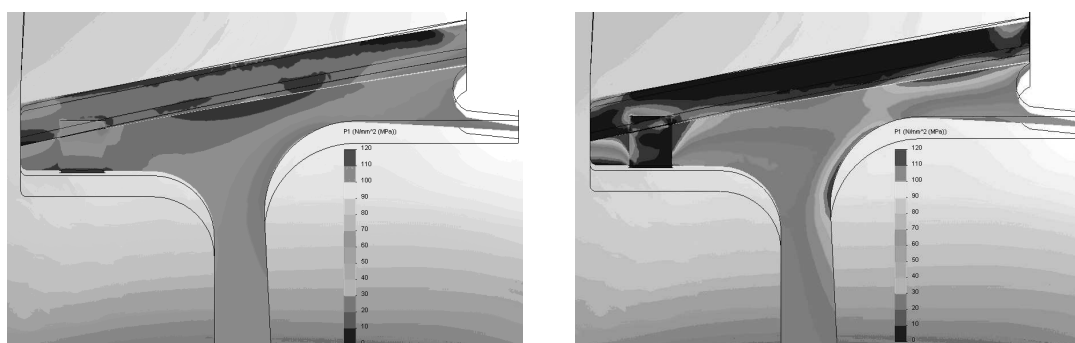


Рис. 18. Максимальное главное напряжение.  
Полное сцепление. Сечение середины  
крепежного выреза.

Проведенный сравнительный анализ двух решений указывает на значительное влияние контактных условий на напряженно-деформированное состояние. При этом напряжения отличаются не только количественно, но и распределяются совершенно различным образом: неправильно поставленное условие контакта может привести к «потере» важного концентратора или к обнаружению несуществующего.

## 6. Результаты расчета по двумерной модели

Для расчета процесса разрушения диска турбомашин методом сквозного счета применена двумерная математическая модель [15,16]. Геометрия зоны стыка лопатки с диском показана на рис. 20. Действие центробежной и аэродинамической нагрузок имитируется статически эквивалентной равномерно распределенной поверхностной нагрузкой, показанной на Рис. 20 стрелками. Эта нагрузка приложена к верхнему поперечному сечению лопатки, которое выбрано на некотором расстоянии от поверхности диска, Лопатка крепится к диску несимметричным соединением типа «ласточкин хвост».

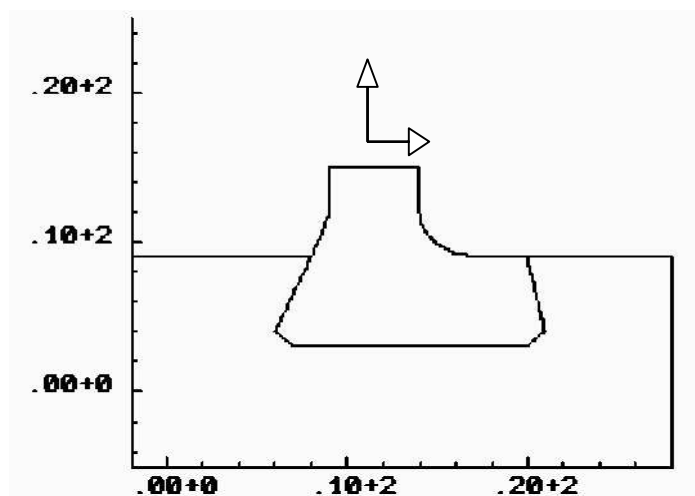




Рис. 20. Расчетная схема. Стрелки показывают распределенные нагрузки.

Материал лопатки (1) полагался упругим, а материал диска (2) упругопластическим. Принимались следующие свойства материала:

$$E_1 = E_2 = 1000; \nu_1 = \nu_2 = 0.3; C_1 = C_2 = 1000; \sigma_1 = 1000; \sigma_2 = 1;$$

Проекции равномерной поверхностной нагрузки на нормаль и касательные прикладывались в сечении  $y=15$  и менялись во времени по закону. Заметим, что в расчете учитывались инерционные члены, а время нарастания нагрузки было много большим, нежели время пробега упругой волны по области решения (квазистатическое нагружение).

t (время)	0.0	1.0	2.0
Pn (нормальная нагрузка)	0.0	1.0	1.0
Pt (касательная нагрузка)	0.0	1.0	1.0

Нижняя поверхность области решения ( $y=-5$ ) считалась неподвижной, левая и правая вертикальные границы считались неподвижными в горизонтальном направлении, и допускалось свободное скольжение материала по вертикальному направлению. Остальные границы полагались свободными.

Получены два решения задачи. Первое решение отвечает модели идеального контакта, при котором на границах между лопаткой и диском перемещения непрерывны. Второе решение отвечает модели контактных пар, в которой запрещено проникание тел друг в друга, допускается отлипание и свободное скольжение вдоль контактной границы.

Из решений следует, что модель идеального контакта дает нереальное распределение функций напряженно-деформированного

состояния. По модели идеального контакта получается, что наиболее опасное место, в котором можно ожидать разрушения, находится в месте излома общей границы лопатки и диска (при  $x=8$   $y=9$ ). Более реалистичное распределение максимальных деформаций показывает модель контактных пар, допускающая скольжение и отлипание. В этом случае наиболее опасными местами являются уголки соединения типа “ласточкин хвост”, расположенные во внутренних областях диска. Это показано на Рис. 21 и 22.

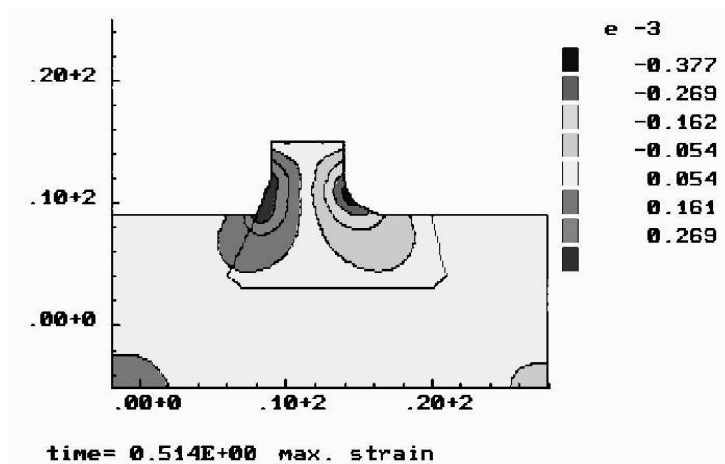


Рис. 21. Максимальные деформации в модели идеального контакта

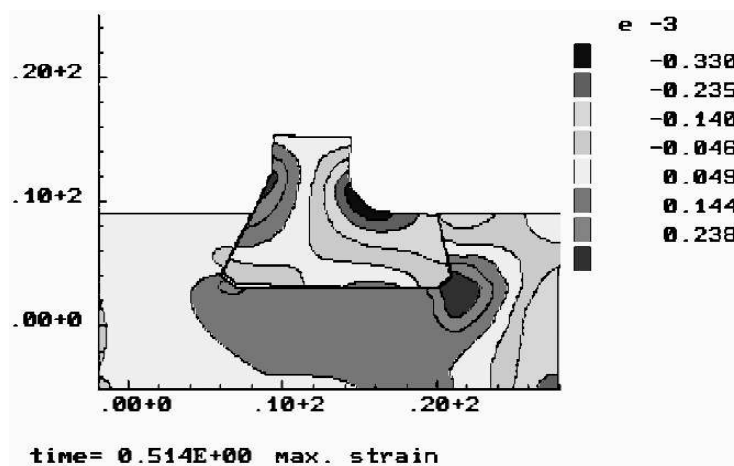


Рис. 22. Максимальные деформации в модели контактных пар

Сравнение двух решений для остальных функций показано на рис. 23 и 24. Показаны распределения горизонтального и вертикального смещений, а также всех компонент тензора напряжений для одного и того же момента времени  $t=0.5$ . Видно, что решения разительно отличаются. Отсюда следует вывод о непригодности модели идеального контакта в данном случае.

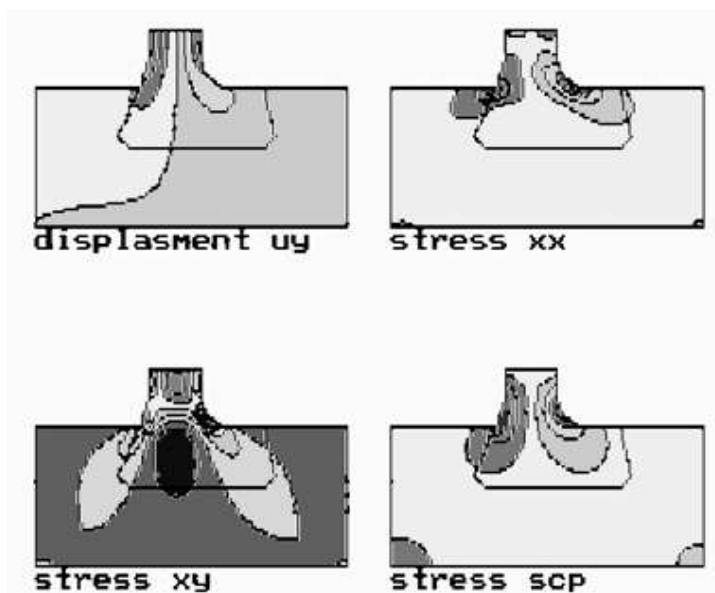


Рис.23. Вид решения в модели идеального контакта

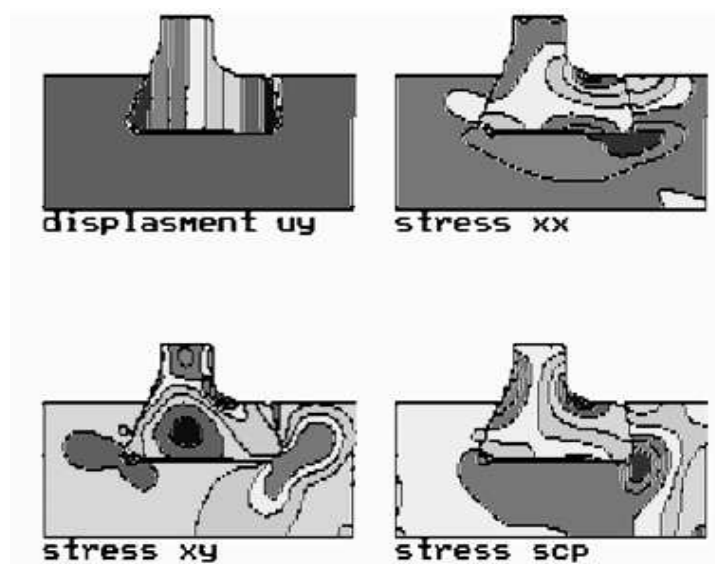


Рис.24. Вид решения в модели контактных пар

На Рис. 25 показано распределение пластической работы полученное по модели идеального контакта и по модели контактных пар.

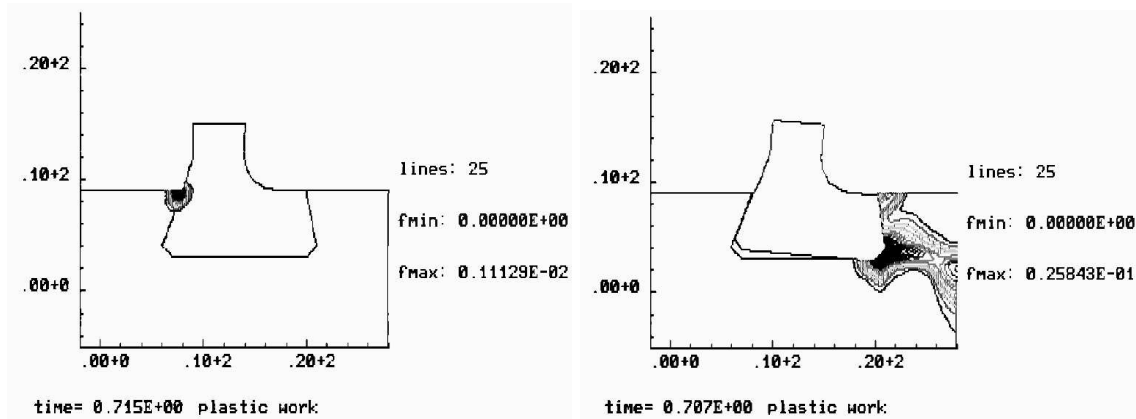


Рис. 25. Распределение пластической работы в диске. Лопатка упругая.  
Слева – модель идеального контакта, справа – модель контактных пар.

Видно, что по модели контактных пар максимальное значение пластической работы не только расположено в других, более вероятных для разрушения местах, но и имеют на два порядка большую величину. Модель контактных пар показывает, что имеет место отлипание на части контактной поверхности между лопаткой и диском.

## 7. Выводы

С использованием конечно-элементных пакетов Solid/CosmosWorks и ASTRA изучены зоны концентрации напряжений, вызывающие зарождение усталостных трещин, в ободной части контактной системы диск-лопатка компрессора ГТД.

На основе гипотезы «изолированного профиля» получено выражение для распределенной аэродинамической нагрузки на одиночную лопатку и лопатку в решетке, вращающуюся в потоке сжимаемого газа.

В двумерной и трехмерной постановках задачи проведены систематические расчеты НДС и зон концентрации напряжений в рассматриваемой системе, изучено влияние различных факторов нагружения и контактных условий. Определен тип контактных условий, при которых достигается наилучшее соответствие реальных и расчетных зон концентрации напряжений в окрестности соединения диска и лопатки. Изучена концентрация напряжений в окрестности соединительных элементов диска и лопатки, вызывающая процесс зарождения усталостной трещины.

Установлена важная роль правильной постановки контактных условий и необходимость решения связанной контактной задачи с учетом центробежных и аэродинамических нагрузок для корректного определения зон концентрации напряжений и возможного зарождения усталостных трещин.

Данная работа выполнена в соответствии с планом научной школы НШ-3288, проекта РФФИ 09-01-00270-а и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России».

## Список литературы

1. Демьянушко И.В., Биргер И.А. Расчет на прочность вращающихся дисков. – М.: Машиностроение, 1978. – 247с.
2. Шанявский А.А. Безопасное усталостное разрушение элементов авиаконструкций. – Уфа: Издательство научно-технической литературы «Монография», 2003. – 802с.
3. Костюк А.Г. Динамика и прочность турбомашин. – М.: Издательский дом МЭИ, 2007. – 476с.
4. Иноземцев А.А., Нихамкин М.А., Сандрацкий В.Л. Динамика и прочность авиационных двигателей и энергетических установок. – М.: Машиностроение, 2008. – 204с.
5. Meguid S. A., Kanth P. S., Czekanski A. Finite element analysis of fir-tree region in turbine discs // Finite Elements in Analysis and Design. – 2000. – Vol. 35, Issue 4. – P. 305-317.
6. Wen Xue Qian, Li Yang Xie, Xiao Wei Yin. Finite Element Analysis of a Compressor Disk // Journal Advanced Materials Research. – 2010. – Vol. 118-120, Vol: Materials and Product Technologies II. – P. 49-53.
7. Zhuang W. Z. Prediction of crack growth from bolt holes in a disc // Int. Journal of Fatigue. – 2000. – Vol. 22. – P.241-250.
8. Jiang-jiang Zhu, Zi-chun Yang, Thermo-elasto-plastic Stress and Strain Analysis and Life Prediction of Gas Turbine Blade // International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation, (ICMTMA) – 2010. – Vol. 3. – P.1019-1022.
9. Бурого Н.Г., Кукуджанов В.Н. Обзор контактных алгоритмов.//Изв. РАН МТТ. – 2005. – №1.. – С.45-87.
10. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Ч.1. – М.: Физматгиз. 1963. – 584с.

11. Степанов Г.Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. – М.: Главное издательство физико-математической литературы, 1962. – 515с.
12. Гостелову Дж. Аэродинамика решеток турбомашин. – М.: Мир, 1987. – 391с.
13. Мхитарян А.М. Аэродинамика. – М.: Машиностроение. 1976. – 447с.
14. Алямовский А.А., Собачкин А.А., Одинцов Е.В., Харитонович А.И., Пономарев Н.Б. SolidWorks Компьютерное моделирование в инженерной практике. – СПб.: БХВ-Петербург. 2005. – 799с.
15. Бураго Н.Г. Моделирование разрушения упругопластических тел. Вычислительная механика. 2008. Т. 1. №4. С. 5-20.
16. Бураго Н.Г. Расчет разрушения упругопластических тел. Актуальные проблемы механики: механика деформируемого твердого тела. Сборник трудов. -М.: Наука. 2009. С. 22-34.
17. Бураго Н.Г., Кукуджанов В.Н. "Решение упругопластических задач методом конечных элементов. Пакет программ АСТРА", Препринт Института проблем механики АН СССР. N.326. 1988. С. 1-63
18. Бураго Н.Г., Кукуджанов В.Н. "Решение упругопластических задач методом конечных элементов. Пакет программ АСТРА", в книге: Вычислительная механика деформируемых твердых тел. Т. 2.- М.: Наука.1991. С.78-122 .

Николай Георгиевич Бураго  
Алексей Борисович Журавлев  
Илья Степанович Никитин  
Валерий Стефанович Юшков

**Исследование напряженного состояния  
элементов конструкции ГТД**

Подписано к печати 25 ноября 2010 г. Заказ № 44-2010 Тираж 40 экз.

---

Отпечатано в УЧРЕЖДЕНИИ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
ИНСТИТУТЕ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ им. А.Ю.ИШЛИНСКОГО РАН  
119526 Москва, пр-т Вернадского, 101-1